



DOI: 10.5380/abclima

AVALIAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES NO ESTUDO DE PRECIPITAÇÃO PLUVIAL MÁXIMA DE TRÊS CIDADES DE MINAS GERAIS

Evaluation of probability distributions in the study of maximum rainfall in three cities in Minas Gerais State

Evaluación de distribuciones de probabilidad en el estudio de precipitación máxima en tres ciudades de Minas Gerais

Thales Rangel Ferreira  

Universidade Federal de Alfenas
thales.rangel8@gmail.com

Luiz Alberto Beijo  

Universidade Federal de Alfenas
luiz.beijo@unifal-mg.edu.br

Fabrcio Goecking Avelar  

Universidade Federal de Alfenas
Fabricio.avelar@unifal-mg.edu.br

Resumo: Este estudo objetivou-se em identificar, dentre as distribuições Generalizada de Valores Extremos (GEV), Gumbel e Log-Normal, qual apresenta as melhores estimativas de precipitação máxima mensal para as cidades mineiras de Juiz de Fora, Machado e São Lourenço, considerando-se os tempos de retorno de 3, 5, 10 e 15 anos. A estimação dos parâmetros das distribuições se deu por meio do método da Máxima Verossimilhança. Foram utilizados dados de precipitação relativos aos anos de 1980 a 2016, obtidos no Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP) do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET). De modo geral, o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S) evidenciou que as distribuições se ajustaram às séries de máximos. A seleção da distribuição mais adequada para prever a precipitação máxima mensal para cada cidade ocorreu pela avaliação do erro percentual médio de previsão dos meses dos períodos chuvoso e seco. A distribuição GEV mostrou-se mais adequada para a análise da precipitação máxima provável dos meses do período chuvoso de São Lourenço. A distribuição Gumbel propiciou as melhores estimativas de precipitação máxima para os meses do período seco das três cidades em análise e para os meses do período chuvoso de Machado e Juiz de Fora. Ao analisar a média dos erros médios de

predição, observou-se que utilizando a distribuição Gumbel obtiveram-se as estimativas mais precisas de precipitação máxima para ambos os períodos das três cidades analisadas.

Palavras-chave: Distribuição GEV. Distribuição Gumbel. Distribuição Log-Normal. Precipitação extrema.

Abstract: This study focus on identifying among Generalized Extreme Value Distribution (GEV), Gumbel and Log-Normal distributions, which one has the best estimates of monthly maximum daily rainfall for the cities of Juiz de Fora, Machado and São Lourenço, located in Minas Gerais State, for the return time of 3, 5, 10 and 15 years. The parameter estimation of distributions was given by the method of Maximum Likelihood Method (ML). It was used rainfall datas for the years from 1980 to 2016 obtained from the Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP), in Instituto Nacional de Meteorologia (INMET). Overall, the Kolmogorov-Smirnov adequacy test (K-S) demonstrated that the distributions obtained good adjustments to the series of maximum. The selection of the most adequated distribution to forecast the estimate of maximum rainfall in each city occurred by the average percentage error assessment of the rainy and dry seasons. The GEV distribution proved to be more adequated to the maximum probable rainfall analysis of the rainy season months in São Lourenço. Gumbel distribution provided the best maximum rainfall estimates to the dry season months in the three analyzed cities and to the rainy season months in Machado and Juiz de Fora. Assessing the mean of the average error forecast it was noticed that Gumbel distribution achieved the most accurate estimates of maximum rainfall to both seasons in the three analysed cities.

Keywords: GEV distribution. Gumbel distribution. Log-Normal distribution. Extreme rainfall.

Resumen: Este estudio tuvo como objetivo identificar, entre las Distribuciones Generalizada de Valores Extremos (GEV), Gumbel y Log-Normal, qué distribución presenta las mejores estimaciones de precipitación máxima mensual para las ciudades mineras de Juiz de Fora, Machado y São Lourenço, considerando los tiempos de retorno de 3, 5, 10 y 15 años. La estimación de los parámetros de las distribuciones se realizó mediante el método de Máxima Verosimilitud. Se utilizaron datos de precipitación de los años 1980 a 2016, obtenidos de la Base de Datos Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP) del Instituto Nacional de Meteorología (INMET). En general, la prueba de adherencia de Kolmogorov-Smirnov (K-S) mostró que las distribuciones se ajustan a la serie máxima. La selección de la distribución más adecuada para predecir la precipitación máxima mensual para cada ciudad se realizó mediante la evaluación del error porcentual medio de predicción de los meses de períodos lluviosos y secos. La distribución GEV resultó ser más adecuada para el análisis de la precipitación máxima probable en el período lluvioso de São Lourenço. La distribución de Gumbel proporcionó las mejores estimaciones de precipitación máxima para los meses del período seco de las tres ciudades analizadas y para los meses del período lluvioso de Machado y Juiz de Fora. Al analizar la media de los errores medios de predicción, se observó que utilizando la distribución de Gumbel, se obtuvieron las estimaciones más precisas de precipitación máxima para ambos períodos de las tres ciudades analizadas.

Palabras clave: Distribución GEV. Distribución de Gumbel. Distribución Log-Normal. Precipitación extrema.

Submetido em: 22/12/2019

Aceito para publicação em: 07/12/2021

Publicado em: 24/01/2022



INTRODUÇÃO

A precipitação é uma das variáveis meteorológicas que mais impactam nas atividades humanas, sendo uma das mais importantes para estudos climáticos de uma região. Os resultados desses estudos possibilitam o planejamento de sistemas de drenagem, na dinâmica hidrológica, no dimensionamento de obras de engenharia urbana, na produção de energia e na irrigação (PETRUCCI; OLIVEIRA, 2019). Quando ocorrem de forma extrema, as precipitações podem ocasionar enchentes, inundações, assoreamento dos rios e quedas de barreiras, tendendo a acentuar parte dos problemas sociais, econômicos e ambientais nas escalas global, regional e local (PAZ; SANCHES; FERREIRA, 2019). Além de prejudicar nas atividades socioeconômicas, as precipitações extremas podem acarretar em catástrofes naturais, sucedendo em perdas de vidas, como ocorrido na Região Serrana do Rio de Janeiro em 2011, onde houve alagamentos e deslizamentos de terra, com um total de 916 mortos (PINHEIRO; ANDRADE; MOURA, 2011).

Neste contexto, a previsão do comportamento da precipitação máxima é de suma importância para o planejamento de órgãos governamentais e da população em geral, buscando mitigar os efeitos de sua ocorrência. De acordo com Petrucci e Oliveira (2019), são aplicados métodos estatísticos no estudo de extremos de chuvas, de modo a estimar com maior precisão as ocorrências desses fenômenos ao longo do tempo, auxiliando no planejamento. Diferentes distribuições de probabilidade são utilizadas na literatura para a modelagem de eventos extremos climáticos como a precipitação máxima, o que permite para uma determinada localidade, conhecer a probabilidade de ocorrência de uma quantidade qualquer de precipitação, precedente ao acontecimento do evento (SANTOS *et al.*, 2018).

Franco *et al.* (2014), ajustaram as distribuições Gumbel, Gama a 2 parâmetros e Generalizada de Valores Extremos (GEV), às séries de extremos de precipitação diária anual na bacia hidrográfica do rio Verde, no Sul de Minas Gerais, utilizando os estimadores de Máxima Verossimilhança (MV), dos Momentos e Momentos-L. A aderência dos modelos aos dados foi avaliada por meio dos testes de Kolmogorov-Smirnov (K-S), Qui-Quadrado, Anderson Darling e Filliben. Os autores concluíram que a distribuição GEV pelo método dos Momentos-L e a distribuição Gumbel pelo método MV obtiveram os melhores ajustes da

precipitação máxima diária anual. Hartmann, Moala e Mendonça (2011) verificaram o ajuste da distribuição Gumbel aos dados de precipitação máxima mensal de Presidente Prudente-SP por meio do teste de K-S. Os autores concluíram que a distribuição Gumbel se ajustou de forma adequada aos dados de precipitação pluvial máxima. Sansigolo (2008), utilizando MV, ajustou as distribuições Normal, Log-Normal, Gumbel, Weibull, Fréchet e Pearson 3 aos extremos anuais de precipitação máxima diária, dentre outros fenômenos naturais, da cidade de Piracicaba-SP. Concluiu que a distribuição Gumbel melhor se ajustou aos dados de precipitação máxima diária.

As estimativas dos parâmetros das distribuições, no presente trabalho, foram obtidas utilizando-se o método MV, que segundo Blain (2011), mostrou-se mais eficiente em comparação com método dos Momentos-L por meio do teste Lilliefors e de gráficos Quantil-Quantil. Assim como no trabalho de Alves *et al.* (2013), que compararam o método da Máxima Verossimilhança, Momentos-L e dos Momentos para obtenção das estimativas dos parâmetros das distribuições GEV e Gumbel, concluindo que o método MV para a distribuição GEV proporcionou os melhores resultados.

O Sul de Minas Gerais apresenta uma forte economia agropecuária, possuindo grande influência econômica no estado. Entretanto, devido à ocorrência de chuvas intensas no período chuvoso, a região sofre com deslizamentos de terra e alagamentos (OLIVEIRA *et al.*, 2014). A ocorrência de alagamentos em áreas de plantio pode acarretar em danos ao solo, como a sua desagregação, que se trata do deslocamento de partículas ricas em nutrientes. A ausência de nutrientes provocada pela desagregação do solo o torna menos fértil, culminando em uma menor produtividade agrícola, desta forma, para compensar a perda de nutrientes, é comum que produtores agrícolas aumentem a quantidade de fertilizantes e agroquímicos aplicados no solo, contudo, mediante a recorrência de precipitações intensas, estes são deslocados para o leito dos rios, o que resulta na poluição das águas (SANTOS; GRIEBELER; OLIVEIRA, 2010).

Em vista das consequências decorrentes de precipitações intensas, o conhecimento acerca do comportamento da variável e, conseqüentemente, da distribuição que melhor se adéqua aos dados de precipitação se torna de suma importância (JUNQUEIRA JÚNIOR; MELLO; ALVES, 2015), visto que as informações obtidas podem ser utilizadas no planejamento de ações que podem visar a prevenção de tais desastres, como em



manutenções e construções de obras hidráulicas. Diante destes fatos, este trabalho teve como objetivo verificar qual das distribuições, GEV, Gumbel e Log-Normal, melhor se ajusta às séries de precipitações máximas das cidades de Juiz de Fora, Machado e São Lourenço. Posteriormente, mediante o conhecimento da distribuição mais adequada para cada localidade, estimar as precipitações máximas mensais esperadas para os tempos de retorno de 5, 10, 25, 50 e 100 anos.

MATERIAL E MÉTODOS

Foram utilizados dados de precipitação pluvial diária obtidos a partir do Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP) do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), referentes aos anos de 1980 a 2016, totalizando um período de estudo máximo de 34 e mínimo de 30 anos, já que foram excluídos anos ou meses que apresentaram falhas nos registros.

Os dados de precipitação pluvial de cada cidade foram agrupados em séries mensais, formadas pela maior precipitação observada dentre os dias de cada mês, dos anos de 1980 a 2016. Os dados das séries mensais dos anos de 1980 a 2000 foram utilizados para o ajuste das distribuições. Para isto, foram submetidos ao teste de Ljung-Box, proposto por Ljung e Box (1978), ao nível de significância de 1%, para verificar a independência das séries de precipitações máximas mensais. Os dados de 2001 a 2016 foram utilizados para o cálculo do erro médio de previsão (EMP) das precipitações máximas prováveis. A partir do método MV, foi obtida a estimativa dos parâmetros das distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal. Deste modo, com os resultados das estimativas, pôde-se calcular para o tempo de retorno de 3, 5, 10 e 15 anos a precipitação máxima mensal provável.

A distribuição GEV, proposta por Jenkinson (1955) possui função densidade de probabilidade expressa, da seguinte forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left[1 - \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1+\xi}{\xi}} \exp \left\{ - \left[1 - \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \right\}. \quad (1)$$

A distribuição GEV combina três distribuições de valores extremos, Gumbel (Tipo I), Fréchet (Tipo II) e Weibull (Tipo III), na qual seus parâmetros, forma, posição e escala, respectivamente, ξ , μ , σ , determinam o Tipo da distribuição. Se $\xi > 0$, tem-se a distribuição

Fréchet, definida para $\mu - \sigma/\xi < x < \infty$, se $\xi < 0$, a distribuição Weibull, definida para $-\infty < x < \mu - \sigma/\xi$ e, se $\xi = 0$, tem-se então a distribuição Gumbel, a qual é definida para $-\infty < x < \infty$ e possui função densidade de probabilidade expressa por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[\left(-\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right) - \exp \left(-\left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right) \right], \quad (2)$$

em que, μ é o parâmetro de posição, para $-\infty < \mu < \infty$, σ o de escala, para $\sigma > 0$ e $-\infty < x < \infty$.

A função densidade de probabilidade da distribuição Log-Normal é expressa por:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{(2\pi)}} \exp \left[\frac{-(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (3)$$

com parâmetros μ e σ , em que $\mu \in \mathbb{R}$ é a média e $\sigma > 0$ o desvio padrão.

As estimativas dos parâmetros das distribuições foram obtidas utilizando-se o método MV, que consiste em adotar o vetor de parâmetros que maximize a função de verossimilhança (MYUNG, 2003). Para isso, deve-se assegurar a pressuposição de que as observações das séries de máximos sejam independentes. Para um parâmetro genérico a função de verossimilhança é expressa por:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta), \quad (4)$$

em que, θ pode assumir um ou mais parâmetros, variando de acordo com a distribuição utilizada.

Para verificar a aderência das distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal aos dados de precipitação máxima mensal, utilizou-se o teste não paramétrico de K-S, ao nível de significância de 5%.

Segundo Cotta, Correa e Albuquerque (2016), o teste K-S destaca-se na estatística, baseando-se na máxima diferença entre a função de distribuição acumulada assumida para os dados ($F_0(x)$) e a função de distribuição empírica dos dados ($F_n(x)$), dada por:



$$D = \sup |F_0(x) - F_n(x)|, \quad (5)$$

em que, D representa a distância vertical máxima entre as imagens de $F_0(x)$ e $F_n(x)$. As hipóteses a testar são:

$$\begin{cases} H_0: X \text{ tem função densidade de probabilidade } f_0 \\ H_1: X \text{ não tem função densidade de probabilidade } f_0 \end{cases}$$

com f_0 sendo a função da distribuição desejada.

A hipótese de nulidade é rejeitada, dada uma distribuição específica com um nível de significância α , se D é maior que o valor crítico ($D_{n,\alpha}$). Pode-se testar a hipótese de nulidade também, comparando-se o valor-p com o nível de significância adotado no teste, rejeitando-se H_0 se valor-p $< \alpha$.

Verificada a independência das observações das séries de máximos e ajustado os modelos aos dados, foram calculadas as estimativas de precipitação máxima mensal para os tempos de retorno de 3, 5, 10 e 15 anos via distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal. Desta forma, por meio dos resultados das estimativas de precipitação e dos valores observados nas séries de máximos, foram calculados os EMPs, dado por:

$$EMP = \frac{1}{n} \sum_i^n \left| \frac{(o_i - \hat{\theta}_i)}{o_i} \right| \times 100, \quad (6)$$

em que, $\hat{\theta}_i$ é a estimativa de precipitação máxima diária para um determinado tempo de retorno, o_i é a precipitação máxima diária real para o mesmo tempo de retorno i e n é o número de previsões.

Outro critério utilizado para avaliar o desempenho dos modelos utilizados nesse trabalho é o viés relativo, dado pela expressão:

$$Viés = \frac{\hat{\theta}_i - o_i}{o_i}. \quad (7)$$

As análises estatísticas neste trabalho foram realizadas por meio do software R Core Team (2018). Os pacotes evd (STEPHENSON, 2012) e MASS (VENABLES; RIPLEY, 2002), foram utilizados no software para o cálculo das estimativas de precipitação pluvial máxima.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1 são apresentados dados estatísticos das precipitações pluviais máximas ocorridas entre os anos de 1980 a 2016 nas cidades de Machado, Juiz de Fora e São Lourenço. É possível observar que a menor e maior precipitação pluvial máxima ocorrida em Machado, Juiz de Fora e São Lourenço são, respectivamente, 36,2 e 126,5 mm, 32,2 e 147,4 mm e, 39 e 171 mm, sendo que duas das três precipitações mais elevadas ocorreram no mês de março. Analisando os resultados do desvio padrão das precipitações máximas, observa-se que os de Machado e São Lourenço possuem resultados semelhantes, pois em ambas as cidades o maior e o menor desvio padrão foram observados nos meses de janeiro e agosto, respectivamente, enquanto em Juiz de Fora o maior desvio padrão ocorreu no mês de março e o menor em julho.

Tabela 1 - Estatística descritiva das precipitações máximas (mm) ocorridas no período chuvoso e seco em Machado, Juiz de Fora e São Lourenço nos anos de 1980 a 2016.

Mês	Chuvoso						Seco					
	Nov.	Dez.	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.
Machado												
Máx	106,8	83,0	123,7	86,4	126,5	97,6	74,8	53,4	48,5	36,2	58,5	104
Med	38,0	48,7	55,2	47,2	42,4	23,0	29,6	9,7	7,4	6,2	25,6	33,2
\bar{X}	45,5	50,4	59,8	47,4	47,9	28,5	30,0	13,2	10,6	9,1	27,1	37,3
D.P	21,4	17,4	25,2	18,4	23,7	22,5	18,6	13,4	11,6	8,9	15,8	21,0
C.V	47,0	34,6	42,2	38,9	49,6	78,7	62,0	101	109,2	97,2	58,1	56,3
n	31	31	31	31	31	31	31	30	31	31	31	31
C.A	0,80	1,03	0,61	0,43	1,33	0,80	0,74	1,37	0,81	0,72	0,87	0,95
Juiz de Fora												
Máx	105,0	144,6	129,3	138,7	147,4	63,4	71,8	66,2	32,2	32,5	70,3	62,8
Med	47,4	52,1	63,3	41,7	48,1	27,4	13,2	12,0	5,6	7,0	23,8	33,1
\bar{X}	55,5	59,9	64,7	46,3	53,6	28,1	20,3	13,6	7,8	9,2	22,6	34,6
D.P	23,7	23,3	25,5	26,4	26,9	12,7	17,7	13,0	8,0	8,5	14,4	12,0
C.V	42,7	39,0	39,4	57,0	50,0	45,2	87,3	95,6	101,8	93,2	63,8	34,6
n	34	34	33	34	32	32	33	33	33	34	33	34
C.A	1,32	1,95	0,48	1,34	1,74	0,41	1,39	1,91	-0,04	1,45	1,93	0,06
São Lourenço												
Máx	108,8	112,2	171,0	90,0	102,6	62,2	58,1	42,0	52,2	39,0	76,5	74,6
Med	36,0	53,3	52,2	42,0	44,0	30,3	26,4	12,9	13,8	7,4	26,2	31,0
\bar{X}	40,5	57,2	61,5	45,1	44,1	32,2	26,5	14,5	15,5	10,7	27,0	32,1
D.P	21,1	21,6	31,7	17,2	18,4	16,8	12,8	11,8	12,1	10,3	16,9	14,6
C.V	48,5	80,8	51,6	38,2	41,8	52,2	78,3	96,3	62,8	45,6	52,1	37,8
n	34	34	31	34	34	34	34	34	34	34	33	34
C.A	1,44	0,62	1,41	0,60	0,94	0,09	0,32	0,64	0,76	1,03	0,91	0,99

Máx: Máximo; Med: Mediana; \bar{X} : Média; C.V: Coeficiente de Variação (%); n: Tamanho da Amostra; D.P: Desvio Padrão; C.A: Coeficiente de Assimetria.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019).



O valor médio mais elevado, de precipitação pluvial máxima nas três cidades em estudo, ocorreu no mês de janeiro, com 59,8, 64,7 e 61,5 mm, respectivos as cidades de Machado, Juiz de Fora e São Lourenço. Entretanto, as médias com os valores mais baixos, ocorreram nos meses de agosto nas cidades de Machado e São Lourenço, 9,1 e 10,7 mm, respectivamente, e, em julho no município de Juiz de Fora, com média de 7,8 mm. Desta forma, pode-se dizer que as cidades em estudo possuem características semelhantes no que diz respeito à precipitação pluvial máxima, o que pode ser explicado pelo fato das três localidades apresentarem a mesma classificação de Köppen-Geiger, Cwa, a qual é caracterizada pelo clima temperado úmido com inverno seco e verão quente (REBOITA *et al.*, 2015). Além do mais, conforme, Reboita *et al.* (2017, p. 21) “a região sul de Minas Gerais, entre a primavera e o outono, é susceptível à ocorrência de eventos extremos de chuva, pois faz parte da região do país afetada pelo Sistema de Monção da América do Sul – SMAS”.

A respeito dos resultados do coeficiente de variação, Machado e Juiz de Fora no mês de julho e São Lourenço em junho, alcançaram os mais altos coeficientes, enquanto em dezembro, outubro e novamente outubro foram obtidos os mais baixos coeficientes de variação em relação a Machado, Juiz de Fora e São Lourenço, respectivamente.

Na Tabela 2, são apresentados os resultados do teste de independência de Ljung-Box às observações das séries de máximos e do teste de aderência de K-S, para verificar o ajuste das distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal aos dados de precipitações máximas mensais das cidades em estudo. Por meio dos resultados obtidos, é possível concluir que ao nível de significância de 1%, as observações das séries de precipitações mensais máximas são independentes.

Tabela 2 – Resultados (valor-*p*) do teste de independência Ljung-Box (L-B) e do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov referente ao ajuste das distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal aos dados de precipitações máximas mensais das cidades mineiras de Machado, Juiz de Fora e São Lourenço no período de 1980 a 2016.

Cidades	Mês	L-B	Kolmogorov-Smirnov		
			GEV	Gumbel	Log-Normal
Machado	Jan.	0,8491	0,9717	0,9647	0,9901
	Fev.	0,1016	0,9707	0,8445	0,7285
	Mar.	0,3073	0,7086	0,4468	0,5988
	Abr.	0,3901	0,9905	0,9826	0,1398
	Mai.	0,7523	0,8871	0,8773	0,6838
	Jun.	0,0148	0,0057*	0,3928	0,2491
	Jul.	0,4267	0,0034*	0,6824	0,2103
	Ago.	0,0816	0,7479	0,8227	0,0077*
	Set.	0,4144	0,8385	0,8212	0,6181
	Out.	0,8632	0,9929	0,9945	0,6035
	Nov.	0,5995	0,9345	0,8525	0,8839
	Dez.	0,6860	0,8729	0,8811	0,9101
São Lourenço	Jan.	0,0171	0,9758	0,5883	0,6637
	Fev.	0,7795	0,9195	0,9393	0,8933
	Mar.	0,0497	0,8155	0,8544	0,7809
	Abr.	0,7043	0,9134	0,5292	0,4834
	Mai.	0,1155	0,9567	0,9409	0,2281
	Jun.	0,8983	0,5548	0,5472	0,4383
	Jul.	0,0646	0,8117	0,8461	0,0319*
	Ago.	0,3287	0,6995	0,7578	0,1364
	Set.	0,7518	0,8695	0,6871	0,0133*
	Out.	0,5410	0,9783	0,9781	0,9553
	Nov.	0,9576	0,9523	0,8339	0,9710
	Dez.	0,3890	0,9394	0,9121	0,8505
Juiz de Fora	Jan.	0,9539	0,6110	0,6108	0,6591
	Fev.	0,2329	0,9774	0,9641	0,9419
	Mar.	0,8336	0,8550	0,6761	0,8351
	Abr.	0,9468	0,8174	0,5455	0,0999
	Mai.	0,4802	0,9698	0,4715	0,9390
	Jun.	0,4884	0,8967	0,9248	0,2917
	Jul.	0,4280	0,9672	0,9151	0,4665
	Ago.	0,2302	0,7269	0,3534	0,7650
	Set.	0,6118	0,6969	0,7162	0,2130
	Out.	0,4413	0,9784	0,8350	0,8063
	Nov.	0,2500	0,4596	0,5710	0,6115
	Dez.	0,9434	0,7692	0,5483	0,6154

* Não ajustou ao nível de significância de 5%.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Considerando um nível de significância de 5%, todas as distribuições se ajustaram às séries de precipitações máximas mensais da cidade de Juiz de Fora. Para a cidade Machado, a distribuição Log-Normal, no mês de agosto e a distribuição GEV nos meses de junho e julho não se ajustaram às séries de máximos. Quanto ao ajuste das distribuições às séries de máximos de São Lourenço, observou-se que somente a distribuição Log-Normal não se

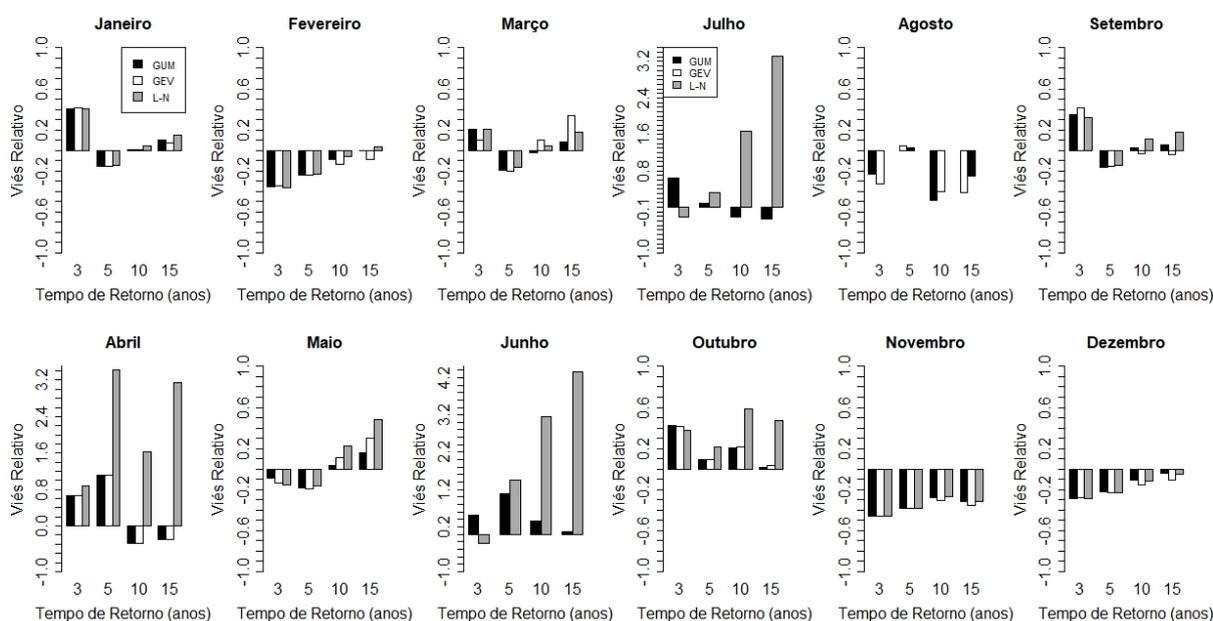


ajustou a todas as séries, uma vez que para os meses de julho e setembro os valores-p do teste de K-S foram inferiores a 0,05.

Levando em consideração os resultados do teste de K-S apresentados na Tabela 2, nota-se que a distribuição Log-Normal obteve as menores quantidades de ajustes às séries de precipitações máximas mensais, as ocorrências deram-se no mês de agosto em Machado e em julho e setembro da cidade de São Lourenço. Resultado este, que corrobora com o trabalho de Rodrigues, Santos Filho e Chaves (2013), que ao analisarem a precipitação pluvial da cidade de Bento Gonçalves-RS utilizando as distribuições Log-Normal, Gama e Weibull, observaram que a distribuição Log-Normal obteve o ajuste menos preciso em comparação com as demais distribuições, conforme os resultados do teste K-S.

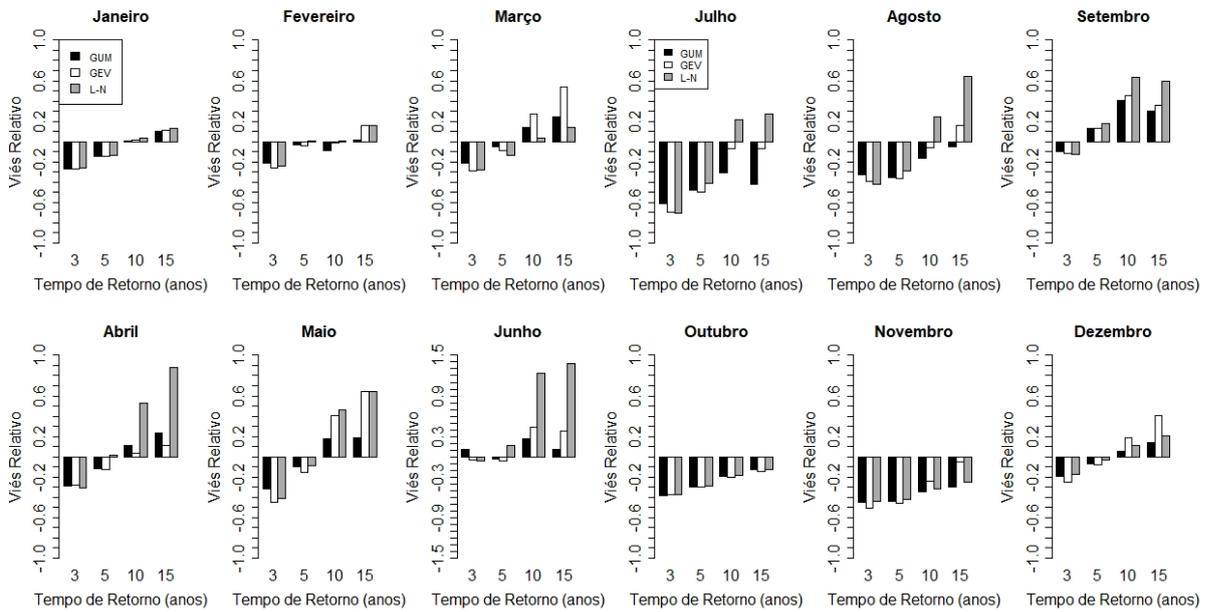
Mediante os resultados do teste de aderência de K-S, foram estimadas as precipitações máximas mensais para os tempos de retorno de 3, 5, 10 e 15 anos para cada cidade em análise. Ressalta-se que não se estimaram as precipitações para os meses aos quais as distribuições GEV e Log-Normal não se ajustaram às séries de máximos. Para melhor visualização da comparação das estimativas obtidas por meio das distribuições e os valores reais observados, foi calculado o viés relativo da precipitação máxima mensal das cidades analisadas no trabalho, apresentado nas Figuras 1, 2 e 3.

Figura 1 - Viés relativo da precipitação máxima mensal (mm) da cidade de Machado para diferentes tempos de retorno (anos) obtidas por meio das distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal.



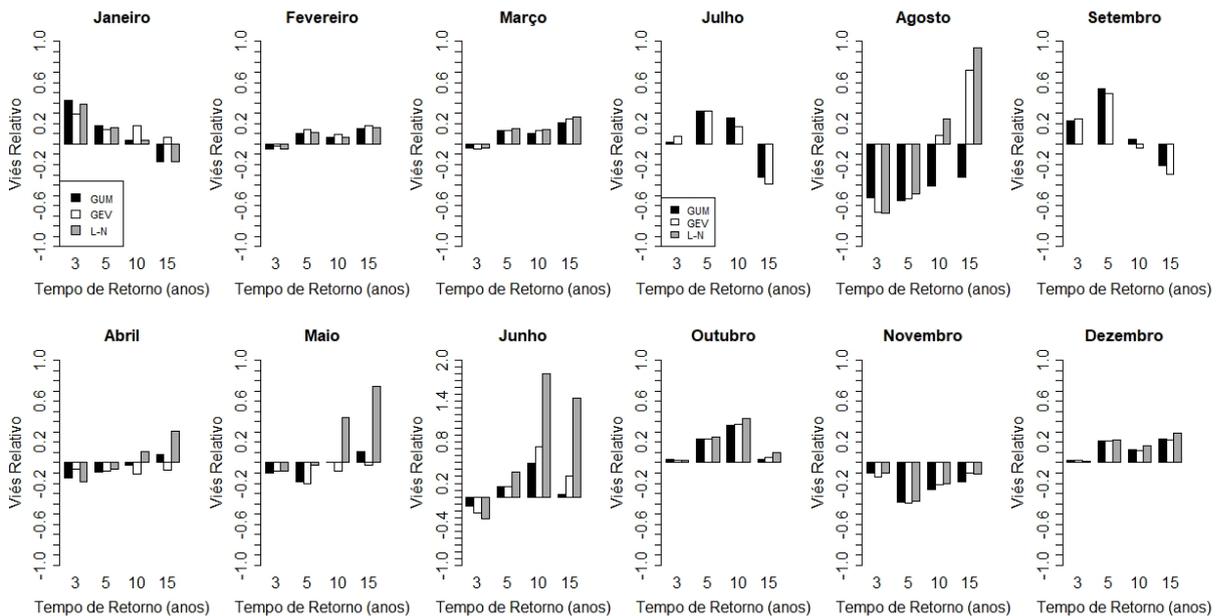
Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Figura 2 - Viés relativo da precipitação máxima mensal (mm) da cidade de Juiz de Fora para diferentes tempos de retorno (anos) obtidas por meio das distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal.



Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Figura 3 - Viés relativo da precipitação máxima mensal (mm) da cidade de São Lourenço para diferentes tempos de retorno (anos) obtidas por meio das distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal.



Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

É possível observar nas Figuras 1, 2 e 3 determinados casos nos quais os resultados do viés relativo foram relativamente altos, excedendo o intervalo 1 e -1. Entretanto, é importante evidenciar que em todas as ocorrências o valor excedido foi positivo, sendo estas



em abril da cidade de Machado (Figura 1), na qual para o tempo de retorno de 5 anos o viés relativo das estimativas de precipitação máxima obtidas pelas três distribuições em estudo foram de 1,10 (Gumbel), 1,10 (GEV) e 3,42 (Log-Normal) e, para o tempo de retorno de 10 e 15 anos somente o viés relativo da distribuição Log-Normal obteve valores altos, com 1,62 e 3,15, respectivamente. Em junho (Figura 1), para o tempo de retorno de 5 anos, o viés relativo das precipitações máximas estimadas via distribuições Gumbel e Log-Normal foram de 1,09 e 1,46, respectivamente, para 10 e 15 anos somente o viés relativo das estimativas obtidas via distribuição Log-Normal excedeu o intervalo, com valor de 3,16 e 4,34, respectivamente. Ainda referente à cidade de Machado, no mês de julho para o tempo de retorno de 10 e 15 anos o viés relativo, das estimativas de precipitação máxima obtidas via distribuição Log-Normal, alcançou valores de 1,67 e 3,22.

Referente à cidade de Juiz de Fora (Figura 2) somente no mês de junho o viés relativo obteve valor superior a 1. A ocorrência deu-se para os tempos de retorno de 10 e 15 anos, nos quais os valores do viés relativo das precipitações estimadas obtidas via distribuição Log-Normal foram respectivamente de 1,24 e 1,38. O mesmo observou-se para São Lourenço (Figura 3), onde novamente, para o mês de junho, o viés relativo pertinente as estimativas obtidas via distribuição Log-Normal, para os tempos de retorno de 10 e 15 anos obtiveram valores altos, 1,79 e 1,45, respectivamente.

De modo geral, a distribuição Gumbel forneceu os menores valores de viés relativo, o que pode ser confirmado pelos resultados do EMP da precipitação máxima esperada das distribuições analisadas, apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Erro médio de previsão (EMP) percentual da precipitação máxima esperada dos períodos chuvoso e seco referente a precipitação máxima esperada para diferentes tempos de retorno via distribuições GEV, Gumbel e Log-Normal ajustadas aos dados das cidades de Machado (Ma), São Lourenço (SL) e Juiz de Fora (JF).

Período	Distribuições	Cidades			Média
		Ma	SL	JF	
Chuvoso	GEV	30,60	16,44	23,50	23,51
	Gumbel	28,43	18,00	20,42	22,28
	Log-Normal	51,19	19,37	23,70	31,42
Seco	GEV	24,13*	30,30	34,32	29,58
	Gumbel	21,75*	26,42	29,69	27,23
	Log-Normal	28,94*	53,09	48,03	61,19

* Os EMPs do período seco da cidade de Machado foram calculados sem as estimativas dos meses de junho e julho, visto que a distribuição GEV não se ajustou a estes meses. Levando em consideração às estimativas destes meses, os EMPs referente as distribuições Gumbel e Log-Normal seriam respectivamente 25,59 e 82,45.

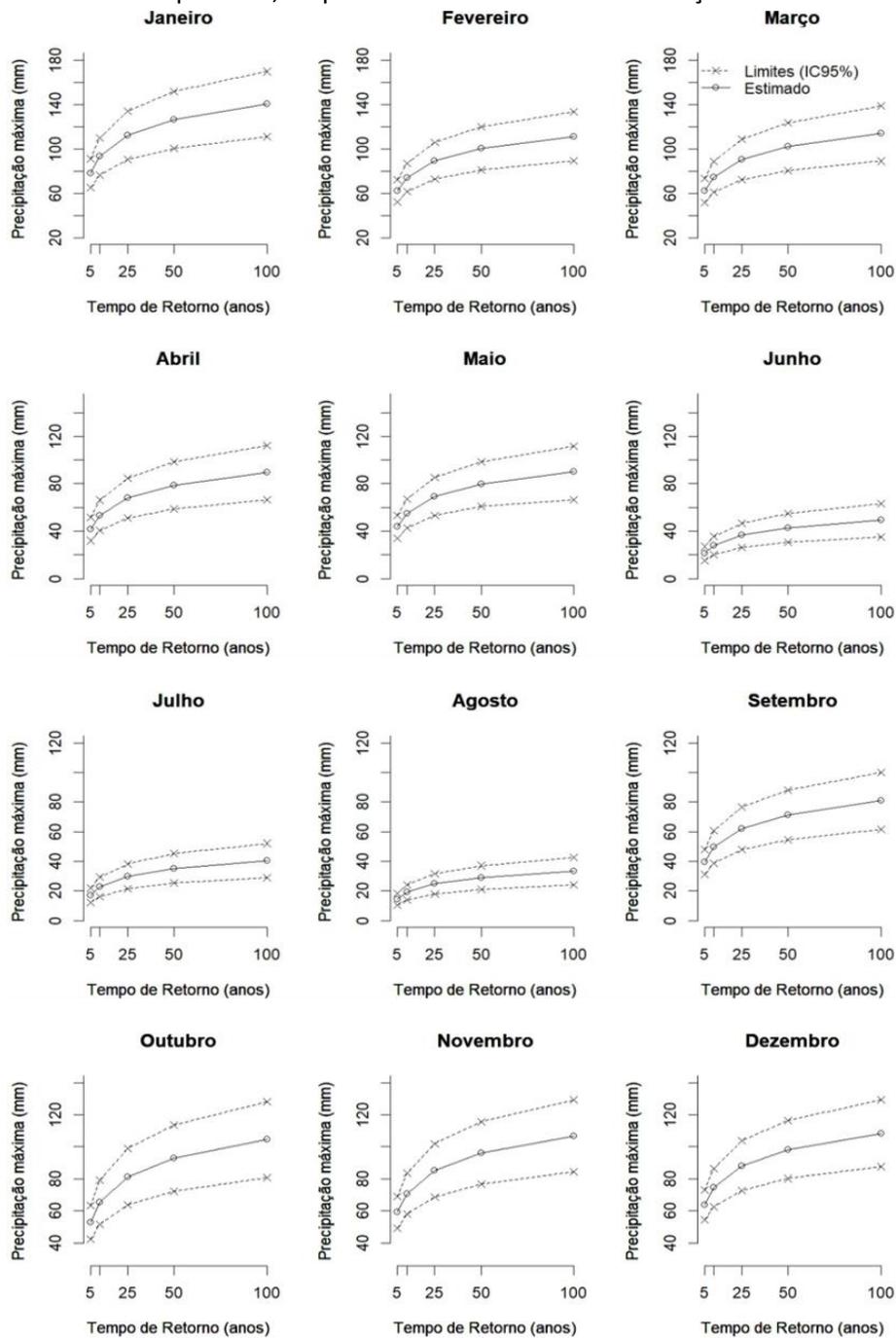
Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Os resultados apresentados na Tabela 3, evidenciam que a distribuição Gumbel, em comparação com a distribuição GEV e Log-Normal, obteve os menores EMPs da precipitação máxima esperada no período seco, para todas as cidades em estudo. Contudo, referente ao período chuvoso, somente para a cidade de São Lourenço o EMP da precipitação máxima estimada via distribuição Gumbel não obteve o menor resultado. Desta forma, pode-se concluir que a distribuição Gumbel propiciou em média, as melhores estimativas de precipitação máxima para os meses do período seco das três cidades em análise. Para os meses do período chuvoso, conclui-se que a distribuição GEV propiciou em média, as melhores estimativas para a cidade de São Lourenço e a distribuição Gumbel as mais precisas estimativas para Machado e Juiz de Fora.

Deste modo, mediante as conclusões obtidas a partir dos resultados da Tabela 3, foram estimadas as precipitações máximas mensais via distribuição Gumbel (exceto para os meses do período chuvoso da cidade de São Lourenço, aos quais utilizou-se a distribuição GEV), para os tempos de retorno de 5, 10, 25, 50 e 100 anos e seus respectivos intervalos de confiança ao nível 95%, para as três cidades em estudo. Os resultados das estimativas de precipitação máxima mensal são apresentados nas Figuras 4, 5 e 6.

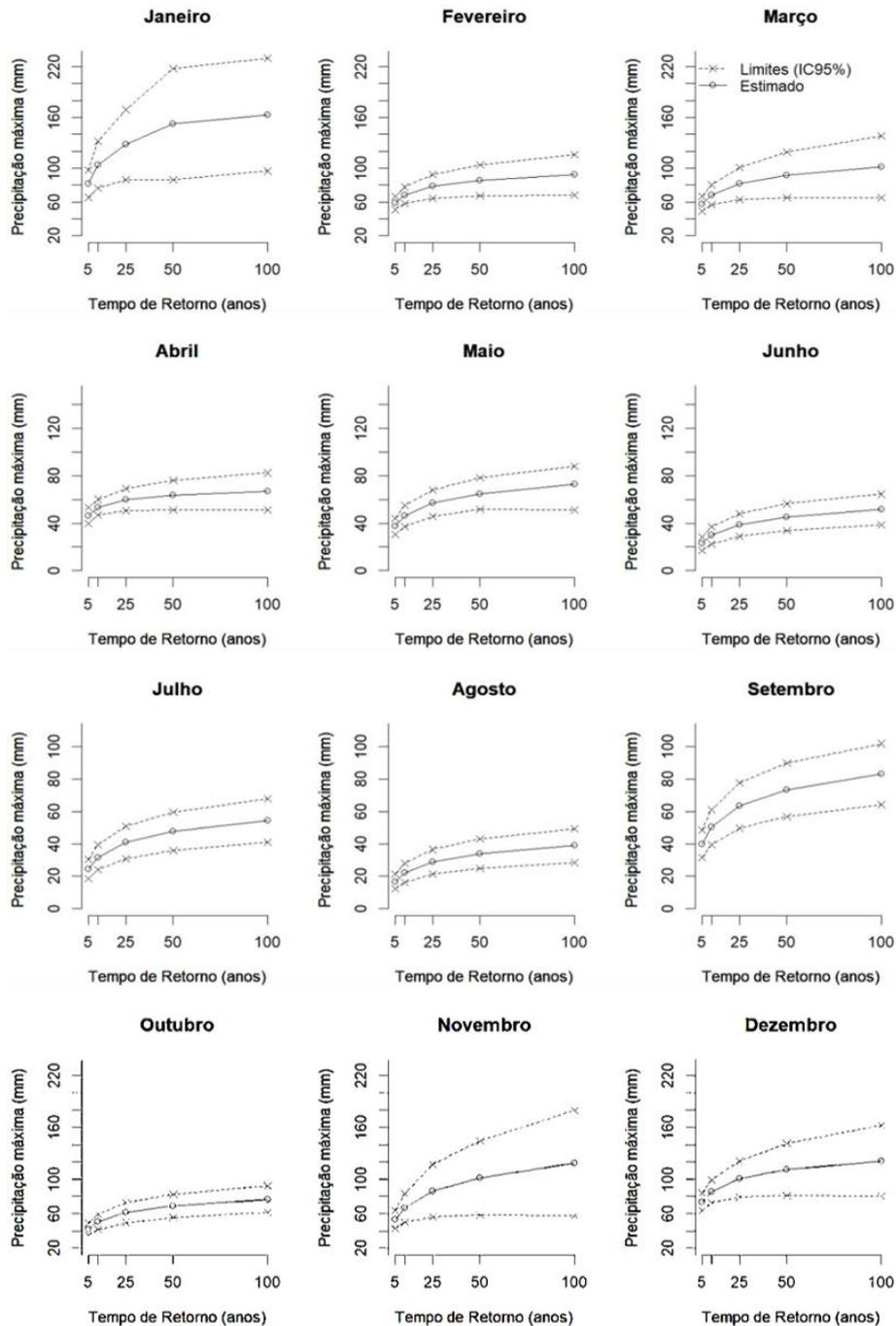


Figura 4 - Valores da precipitação máxima mensal esperada (mm) para diferentes tempos de retorno (em anos) obtidos via distribuição Gumbel da cidade de Machado e seus limitantes inferiores e superiores, respectivos ao intervalo de confiança de 95%.



Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

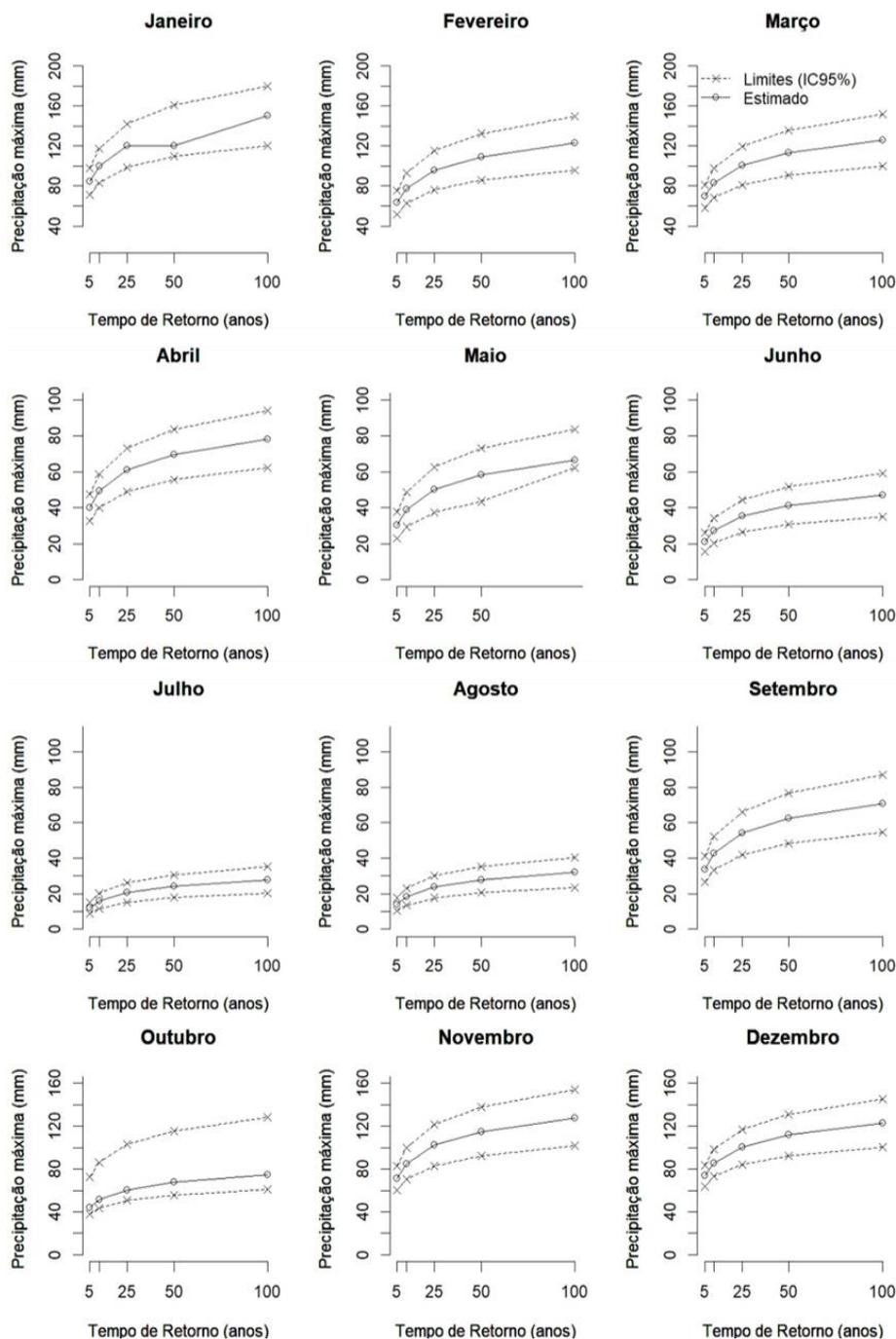
Figura 5 - Valores da precipitação máxima mensal esperada (mm) para diferentes tempos de retorno (em anos) obtidos via distribuição Gumbel para os meses do período chuvoso e GEV para os do período seco da cidade de São Lourenço e seus limitantes inferiores e superiores, respectivos ao intervalo de confiança de 95%.



Fonte: Elaborado pelos autores (2019).



Figura 6 - Valores da precipitação máxima mensal esperada (mm) para diferentes tempos de retorno (em anos) obtidos via distribuição Gumbel da cidade de Juiz de Fora e seus limitantes inferiores e superiores, respectivos ao intervalo de confiança de 95%.



Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Analisando os resultados referentes à cidade de Machado (Figura 4), observa-se que para todos os tempos de retorno, as estimativas de precipitações mais elevadas ocorreram no mês de janeiro, com valores de 77,9, 92,9, 112,1, 126,1 e 140,1 mm, respectivos aos tempos de retorno de 5, 10, 25, 50 e 100 anos. O mesmo resultado se observou para as

demais cidades em estudo, as quais obtiveram estimativas, para os mesmos tempos de retorno, iguais a 81,7, 104,0, 127,8, 152,1 e 163,3 mm, para a cidade de São Lourenço e 84,3, 100,2, 120,2, 120,2 e 150 mm para Juiz de Fora.

Estes resultados corroboram com os obtidos por Beijo, Muniz e CASTRO NETO (2005), que realizaram um estudo sobre tempo de retorno das precipitações máximas da cidade de Lavras-MG, localizada próxima às cidades em estudo no presente trabalho. Os autores estimaram a precipitação máxima mensal para diferentes tempos de retorno via distribuição Gumbel e assim como nos resultados apresentados nas Figuras 4, 5 e 6, para todos os tempos de retorno, as mais altas estimativas ocorreram no mês de janeiro.

Pesquisas relacionadas à precipitação pluvial máxima, em regiões com climas semelhantes às aqui estudadas, utilizam diferentes distribuições de densidade de probabilidade para estudos envolvendo precipitação máxima. Beijo *et al.* (2003) ao estimarem a precipitação pluvial máxima esperada em diferentes níveis de probabilidade para a cidade de Jaboticabal-SP, por meio da distribuição Gumbel, com seus parâmetros estimados pelo Método dos Momentos e MV, chegaram a conclusão, de que a distribuição Gumbel ajustou-se às series de precipitação máxima mensal e que as estimativas obtidas poderiam ser utilizadas na engenharia para a região. Blain (2011) verificou na região de Campinas-SP, que a distribuição GEV, com seus parâmetros estimados tanto pelo método MV quanto dos Momentos-L, resultam em um bom desempenho da distribuição para a estimação da probabilidade de ocorrência associada aos totais máximos anuais de precipitação pluvial diária. Barreto *et al.* (2015) analisaram o ajuste das distribuições Fréchet, Gumbel, Gama a 2 parâmetros, Log-Normal a 2 e 3 parâmetros e GEV, aos dados de precipitação máxima da cidade de Nepomuceno-MG, para isto, utilizaram os testes de aderência Qui-Quadrado, K-S e Anderson Darling, obtendo que somente a distribuição Gumbel apresentou resultados satisfatórios para todos os testes.

Ainda que a distribuição Gumbel tenha propiciado as melhores estimativas de precipitação pluvial máxima para as três cidades em análise, este resultado não pode ser generalizado, visto que uma região específica pode não ter somente uma distribuição que melhor se ajuste às séries de precipitação máxima do local ou que produza as melhores estimativas da precipitação máxima esperada. Para uma determinada região, pode-se obter



resultados distintos para as diferentes distribuições dependendo do tamanho da amostra utilizada. Logo, é aconselhável testar outras distribuições para cada série de dados.

CONCLUSÕES

A distribuição Gumbel se ajustou a todas as séries de precipitação máxima das cidades de Machado, Juiz de Fora e São Lourenço, além de obter os menores erros de previsão de precipitação máxima, logo, obteve as melhores estimativas de precipitação máxima mensal para as cidades mineiras de Juiz de Fora, Machado e São Lourenço, para o tempo de retorno de 3, 5, 10 e 15 anos.

A distribuição GEV se ajustou a todas as séries de precipitação máxima das cidades de Juiz de Fora e São Lourenço. Para as séries da cidade de Machado, a distribuição GEV ajustou-se a todas as séries mensais, exceto às séries de junho e julho. Vale ressaltar que apesar das médias dos EMPs de precipitação obtidos via distribuição GEV serem maiores do que os fornecidos pela distribuição Gumbel, as discrepâncias entre os resultados não superam 3%.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pela concessão de bolsa de Iniciação Científica ao primeiro autor.

REFERÊNCIAS

ALVES, Alan Vitor Pinheiro *et al.* Análise dos Métodos de Estimativa para os Parâmetros das Distribuições de Gumbel e GEV em Eventos de Precipitações Máximas na Cidade de Cuiabá-MT. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, Goiânia, v. 6, n. 1, p. 32-43, 2013.

BARRETO, Herlon Bruno Ferreira *et al.* Avaliação de funções de probabilidades e relação-intensidade-duração-frequência para precipitação extrema em Nepomuceno-MG. **Global Science and Technology**, Rio Verde, v. 8, n. 2, p. 118-127, 2015.

BEIJO, Luiz Alberto *et al.* Estudo da precipitação máxima em Jaboticabal, SP, pela distribuição de Gumbel utilizando dois métodos de estimação dos parâmetros. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 11, n. 1, p. 141-147, 2003.

BEIJO, Luiz Alberto; MUNIZ, Joel Augusto; CASTRO NETO, Pedro. Tempo de retorno das precipitações máximas em Lavras (MG) pela distribuição de valores extremos do tipo I. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 29, n. 3, p. 657-667, 2005.

BLAIN, Gabriel Constantino. Cento e vinte anos de totais extremos de precipitação pluvial máxima diária em Campinas, Estado de São Paulo: Análises estatísticas. **Bragantia**, Campinas, v. 70, n. 3, p. 722-728, 2011.

COTTA, Higor Henrique Aranda; CORREA, Wesley de Souza Campos; ALBUQUERQUE, Taciana Toledo de Almeida. Aplicação da distribuição de Gumbel para valores extremos de precipitação no município de Vitória-ES. **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, v. 19, n. 12, p. 202-217, 2016.

FRANCO, Camila Silva *et al.* Distribuição de probabilidades para precipitação máxima diária na Bacia Hidrográfica do Rio Verde, Minas Gerais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 18, n. 7, p. 735-741, 2014.

HARTMANN, Marcelo; MOALA, Fernando Antônio; MENDONÇA, Marco Aurélio. Estudo das precipitações máximas anuais em Presidente Prudente. **Revista Brasileira de Meteorologia**, São Paulo, v. 26, n. 4, p. 561-568, 2011.

JENKINSON, Arthur Frederick. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society**, Reading, v. 81, n. 348, p. 158-171, 1955.

JUNQUEIRA JÚNIOR, José Alves; MELLO, Carlos Rogério de; ALVES, Geovane Junqueira. Eventos extremos de precipitação no Alto Rio Grande, MG: Análise probabilística. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 19, n. 4, p. 301-308, 2015.

LJUNG, Greta Marianne; BOX, George Edward Pelham. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, London, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978.

MYUNG, In Jae. Tutorial on maximum likelihood estimation. **Journal of mathematical Psychology**, Amsterdam, v. 47, n. 1, p. 90-100, 2003.

OLIVEIRA, Alisson Souza de *et al.* Aplicabilidade da distribuição GEV ao estudo da precipitação máxima diária anual na região sul de Minas Gerais. **Revista Agrogeoambiental**, Pouso Alegre, v. 6, n. 1, p. 31-44, 2014.

PAZ, Cléo Maycon Viana; SANCHES, Fabio de Oliveira; FERREIRA, Ricardo Vicente. Chuvas em Uberaba/MG: um estudo sobre a ocorrência de eventos extremos. **Entre Lugar**, Dourados, v. 10, n. 20, p. 102-121, 2019.

PETRUCCI, Eduardo; OLIVEIRA, Luiz Antônio de. Relações entre intensidade, duração e frequência das precipitações máximas de 24 horas e equação de chuvas intensas para a cidade de Uberlândia-MG. **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, v. 25, p. 337-354, 2019.



PINHEIRO, Henri; ANDRADE, Kelen; MOURA, Carlos. A maior catástrofe climática do Brasil sob a visão operacional do CPTEC/INPE. *In: Simpósio Internacional de Climatologia*, 4., 2011, João Pessoa-PB. **Anais [...]**. João Pessoa-PB: SBMET, 2011.

R Core Team. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2018. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. Acesso em: 02 ago. 2018.

REBOITA, Michelle Simões *et al.* Aspectos climáticos do estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, v. 17, p. 206-226, 2015.

REBOITA, Michelle Simões *et al.* Caracterização atmosférica quando da ocorrência de eventos extremos de chuva na região sul de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, v. 21, p. 20-36, 2017.

RODRIGUES, Jailson de Araujo; SANTOS FILHO, Jaime dos; CHAVES, Lucas Monteiro. Funções densidade de probabilidade para estimativa de precipitação mensal. **Revista Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, Londrina, v. 34, n. 1, p. 03-08, 2013.

SANSIGOLO, Clóvis Angeli. Distribuições de extremos de precipitação diária, temperatura máxima e mínima e velocidade do vento em Piracicaba, SP (1917-2006). **Revista Brasileira de Meteorologia**, São Paulo, v. 23, n. 3, p. 341-346, 2008.

SANTOS, Roziane Sobreira dos *et al.* Caracterização de extremos mensais de precipitação em Cacoal (RO). **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, v. 22, n. 14, p. 267-280, 2018.

SANTOS, Glenio S.; GRIEBELER, Nori P.; OLIVEIRA, Luiz F. C. Chuvas intensas relacionadas à erosão hídrica. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 14, n. 2, p. 115-123, 2010.

STEPHENSON, Alec. **evd: functions for extreme value distributions**. R package v. 2.3-0. 2012.

VENABLES, William N.; RIPLEY, Brian David. **Modern Applied Statistics with S**. 4 ed. New York: Springer, 2002.