

SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROCESO DE SECADO DE UN MATERIAL ANISOTRÓPICO

R. Abalone¹

A. Gastón²

M. A. Lara¹

¹ Instituto de Física Rosario
(CONICET-UNRosario)

rabalone@fceia.unr.edu.ar

malara@ifir.ifir.edu.ar

² Consejo de Investigaciones
Universidad Nacional de Rosario
Av. Pellegrini 250. (2000) Rosario.
Argentina

analiag@fceia.unr.edu.ar

RESUMEN

En el presente trabajo se estudia el proceso de secado de un producto anisotrópico (batata) por medio de las ecuaciones de Luikov. Estas ecuaciones de transferencia de calor y materia se resuelven aplicando dos técnicas numéricas diferentes. En la primera, mediante una transformación de las ecuaciones diferenciales se obtiene la evolución temporal de la temperatura media y del contenido global de humedad del producto. En la segunda se resuelve el mismo sistema aplicando el método de elementos finitos. A partir de los valores nodales de temperatura y contenido de humedad se obtienen valores medios que se comparan con los obtenidos por el primer método.

Estos modelos fueron utilizados para la determinación de los valores de algunos parámetros característicos del proceso de secado, a partir del ajuste de los resultados numéricos con datos experimentales.

Se obtuvieron las difusividades másicas en las direcciones normal y paralela a la fibra de la batata y los coeficientes de transferencia de calor y de masa.

INTRODUCCIÓN

La transferencia simultánea de calor y masa en procesos de secado en medios porosos puede describirse mediante las ecuaciones desarrolladas por Luikov, que tienen en cuenta la variación de la temperatura y el contenido de humedad en forma acoplada.

La metodología empleada en trabajos previos desarrollados por los autores, para la resolución del sistema de ecuaciones acopladas propone, para el caso de productos biológicos con simetría esférica, que tanto la temperatura T como el contenido de humedad X son funciones parabólicas del radio del dominio. Esto permite transformar el sistema a derivadas parciales en derivadas totales, obteniéndose temperaturas medias y contenidos globales de humedad. Esta propuesta ha sido validada experimentalmente y utilizada para la determinación de parámetros de la patata (Abalone et al., 1996).

En este trabajo se extiende esta metodología al caso de productos con simetría plana, proponiendo funciones parabólicas análogas para el caso de flujo radial. La validación de estas hipótesis en forma experimental requiere una técnica y montaje bastante más complejo que el caso esférico, debido a las condiciones de contorno requeridas. Esto hace necesario la búsqueda de otra alternativa de validación.

Tendiendo a esto y a obtener una metodología de resolución que permita abordar problemas con simetrías y condiciones de contorno más complejas, se ha desarrollado un modelo basado en el método de elementos finitos para resolver

las ecuaciones de transferencia de calor y masa (Haghighi y Segerlind, 1988; Miketinac, et al., 1992; Irudayaraj y Wu, 1996).

Ambos métodos fueron empleados para analizar el secado de un producto anisotrópico, como es la batata.

MODELO MATEMÁTICO

El sistema de ecuaciones diferenciales desarrollado por Luikov (1966) para la temperatura T y el contenido de humedad en base seca X , puede escribirse en forma general de la siguiente forma:

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (-J_q) + \epsilon \rho_0 L_v \frac{\partial X}{\partial t} \quad (1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial X}{\partial t} = \nabla \cdot (-J_m) \quad (2)$$

La posibilidad de un cambio de estado del agua que fluye en el material está considerada en el último término de la ecuación (1). El criterio de cambio de fase, ϵ , fija la proporción en la cual se produce este cambio. En general para materiales de alto contenido de humedad, ϵ tiene un valor entre cero y uno. Al comienzo del secado, el contenido de humedad es grande, por lo cual hay un aporte continuo de agua líquida que se evapora en la superficie ($\epsilon = 0$). Al final del secado, cuando el contenido de humedad se acerca al valor de equilibrio, el

cambio de estado se produce totalmente en el interior del material ($\varepsilon = 1$).

Para medios isotrópicos, los flujos de calor y masa se expresan mediante:

$$J_q = -\lambda \nabla T - \lambda_{qm} \nabla X \quad (3)$$

$$J_m = -\lambda_{mq} \nabla T - a_m \rho_0 \nabla X \quad (4)$$

Para sólidos anisotrópicos, estas expresiones pueden ser generalizadas:

$$J_{qx_i} = -\sum_j \lambda_{qij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$J_{mx_i} = -\sum_j a_{mij} \rho_0 \frac{\partial X}{\partial x_j} \quad (6)$$

donde fueron eliminados los términos correspondientes a los efectos Duffor y Soret ya que λ_{mq} y λ_{qm} son despreciables en los procesos considerados [Zhou et al, 1994].

Las cantidades λ_{ij} y a_{mij} , son las componentes de un tensor de segundo orden. Cuando el sólido presenta algún tipo de simetría, las expresiones anteriores pueden simplificarse a través de la elección apropiada del sistema de ejes coordenados.

Condiciones Iniciales y de Contorno

Del balance de energía en la superficie se obtiene:

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_s = \alpha (T_a - T_s) - a_m \rho_0 \left. \frac{\partial X}{\partial n} \right|_s L_v (1 - \varepsilon) \quad (7)$$

donde α el coeficiente de transferencia de calor por convección. El segundo término representa la energía utilizada en la evaporación superficial.

Análogamente del balance de masa se tiene:

$$a_m \rho_0 \left. \frac{\partial X}{\partial n} \right|_s = -\alpha_m \Delta p \quad (8)$$

α_m es el coeficiente de transferencia de masa por convección debido a la diferencia de presiones parciales de vapor (Δp) entre el aire adyacente a la superficie y el medio ambiente.

La presión parcial del aire, $f(T)$, se calcula en función de su temperatura y su humedad relativa. Para la evaluación de la presión de vapor sobre la superficie, se considera que, instantáneamente, la superficie se encuentra en equilibrio con el aire adyacente, ambos a la temperatura T_s . Por lo tanto:

$$\Delta P = f(T_s) - f(T_a) \quad (9)$$

$$f(T_a) = H_R F(T_a) \text{ y } f(T_s) = D_w F(T_s)$$

Las condiciones iniciales impuestas son las siguientes:

$$T(t=0) = T_0 \quad X(t=0) = X_0$$

APLICACION AL SECADO DE BATATAS

La batata es un producto anisotrópico debido a la presencia de fibras en su estructura. Estas fibras fijan naturalmente dos direcciones preferenciales para el flujo de calor y materia. Para su estudio es conveniente elegir un cilindro de radio R y altura L como dominio, y orientar un sistema cilíndrico de referencia con su eje axial paralelo a la dirección de las fibras. De esta forma los tensores λ_{ij} y a_{mij} sólo presentan dos componentes no nulas, correspondientes a la dirección de las fibras y normal a las mismas. Aplicando la divergencia a las ecuaciones (5) y (6) se tiene:

$$-\nabla \cdot (J_q) = \frac{\lambda_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (10)$$

$$-\nabla \cdot (J_m) = \frac{a_{mr} \rho_0}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + a_{mz} \rho_0 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (11)$$

Con el objetivo de analizar la transferencia de calor y masa en estas direcciones y de determinar algunos parámetros del proceso de secado, se plantean dos problemas en forma independiente, cada uno con flujo en una única dirección.

Para el caso de flujo en la dirección de las fibras (CASO I) se aísla la superficie lateral de forma tal que el intercambio con el medio ambiente sea sólo a través de las bases del cilindro (fig.1). Así, el sistema se reduce a uno con simetría plana:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon L_v}{c} \frac{\partial X}{\partial t} \quad (12)$$

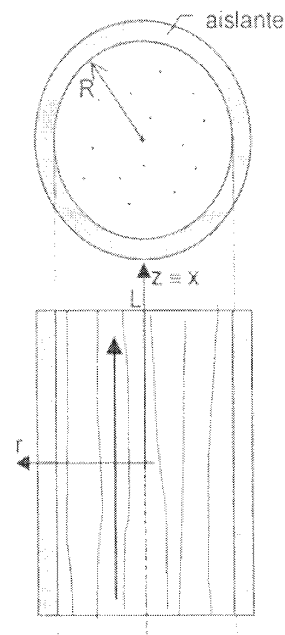


Fig. 1 Flujo en la dirección de las fibras

$$\frac{\partial X}{\partial t} = a_m \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \quad (13)$$

Condiciones de contorno:

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_L = \alpha (T_a - T_L) - a_m \rho_0 \left. \frac{\partial X}{\partial x} \right|_L L_v (1 - \varepsilon) \quad (14)$$

$$a_m \rho_0 \left. \frac{\partial X}{\partial x} \right|_L = -\alpha_m \Delta p \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial X}{\partial x} \right|_0 = 0 \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_0 = 0 \quad (16)$$

Para el caso de flujo en la dirección normal a las fibras (CASO II), se toma el mismo esquema matemático pero se dispone el material de forma tal que las fibras se ubiquen en dirección normal a la dirección $z \equiv x$ (fig. 2). De esta forma el problema sigue siendo plano, pero los coeficientes de difusividad térmica y másica corresponden a la dirección normal a las fibras.

PROPIEDADES UTILIZADAS

A continuación se detallan los valores y expresiones de las propiedades que caracterizan a la batata (Lozano, et al., 1983; Niesteruk, 1996; Bruin & Luyden, 1980; Zogzas et al, 1996):

Densidad de material seco: $\rho_s = 1444 \text{ kg/m}^3$

Densidad de material húmedo: $\rho = \frac{m}{V}$

Contenido de sólidos: $\rho_0 = \frac{m_s}{V} = \rho_s (1 + \beta X)^{-1}$

donde β es el coeficiente de encogimiento del producto. Considerando que el volumen ocupado por aire y vapor dentro del material es despreciable, se tiene que $\beta = \rho_s / \rho_w$.

Calor específico: Para sólidos porosos húmedos, pueden definirse dos calores específicos, uno por unidad de masa total del producto (c) y el otro, por unidad de masa seca del producto (c'). Considerando al material húmedo formado sólo por materia seca y agua en estado líquido, se deducen fácilmente las expresiones para ambos calores específicos en función del calor específico del agua y del material seco

($c_s = 1381 \text{ J/kg K}$):

$$c = (1 - Y) c_s + Y c_w$$

$$c' = c_s + X c_w$$

Además son válidas las siguientes relaciones:

$$c' = (1 + X) c \quad c \rho = c' \rho_0$$

Difusividad y conductividad térmica: Los valores de la difusividad térmica en la dirección paralela y normal a las fibras se determinaron en forma experimental para un valor de contenido de humedad. La conductividad térmica se calcula a partir de estos valores, obteniéndose: $\lambda_x = 0.48 \text{ W/mC}$ y $\lambda_z = 0.6 \text{ W/mC}$, considerándolos constantes en todo el rango de temperaturas y contenidos de humedad usados [Abalone y Lara, 1998].

Difusividad másica: La difusividad másica planteada en el formalismo de Luikov, es una magnitud efectiva que tiene en cuenta los diferentes mecanismos de transferencia de masa en un medio poroso. Para expresar su dependencia con la temperatura se emplea una función de tipo Arrhenius:

$$a_{mi} = a_{m0i} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad i = r, z$$

donde $R = 8.3 \cdot 10^{-3} \text{ kJ/mol K}$.

SOLUCION NUMERICA

Método integral

El sistema de ecuaciones a derivadas parciales planteado puede ser transformado en uno a derivadas totales en la variable temporal, mediante la integración en el volumen del dominio. Así se obtienen las ecuaciones de la evolución temporal de la temperatura media y del contenido global de humedad.

Estos valores medios se calculan a partir de:

$$\bar{X}(t) = \iiint_{V(t)} \frac{X(x,t)}{V(t)} dV \quad \bar{T}(t) = \iiint_{V(t)} \frac{T(x,t)}{V(t)} dV \quad (17)$$

Se propone que la temperatura y el contenido de humedad pueden representarse mediante las siguientes funciones parabólicas:

$$X(x,t) = \chi(t) + x^2 \omega(t) \quad x \in (0, L) \quad (18a)$$

$$T(x,t) = \phi(t) + x^2 \Psi(t) \quad x \in (0, L) \quad (18b)$$

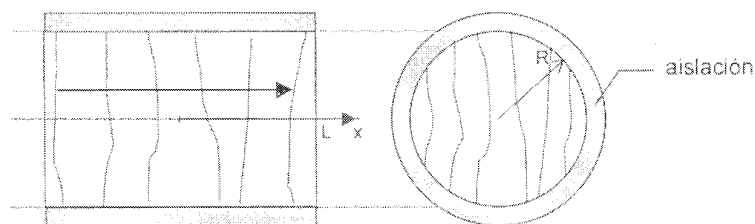


Fig. 2 - Flujo en la dirección normal a las fibras

El sistema de ecuaciones a derivadas totales obtenido a partir de las expresiones anteriores y de las condiciones de contorno, es:

$$\frac{d\bar{X}(t)}{dt} = -\frac{\alpha'_m \Delta p}{\rho_0 L(t)} + A(t) \frac{dL(t)}{dt} \quad (19)$$

$$\frac{d\bar{T}(t)}{dt} = \frac{3a}{L(t)} \left[B(t) - \frac{\alpha'_m \Delta p L_v \varepsilon}{3a c \rho_0} \right] + B(t) \frac{dL(t)}{dt} \quad (20)$$

donde:

$$A(t) = -\frac{1}{3} \frac{\alpha'_m \Delta p}{a_m \rho_0} \quad B(t) = \frac{\alpha (\bar{T}_a - \bar{T}_s(t)) - \alpha'_m \Delta p L_v (1 - \varepsilon)}{3 \lambda + \alpha L(t)} \quad (21)$$

las expresiones para $L(t)$ y su derivada se escriben en función del contenido de agua considerando que el volumen de vapor es despreciable.

El sistema se resuelve por el método de Runge Kutta de cuarto orden, con paso de tiempo adaptativo (Steven & Raymond, 1988).

MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Discretización espacial en elementos finitos

En el método de elementos finitos se supone que cualquier magnitud continua, como el contenido de humedad o la temperatura pueden aproximarse por un conjunto discreto de funciones definidas sobre un número finito de subdominios o elementos (Zienkiewicz and Taylor, 1989).

En este caso el dominio es discretizado en elementos finitos triangulares y las funciones incógnitas $T(x,y,t)$ y $X(x,y,t)$ son aproximadas, a cada instante t , por funciones poliédricas lineales en las coordenadas (x, y) :

$$T(x, y, t) \cong T_a(x, y, t) = \sum_{k=1}^n N_k(x, y) T_k(t) \quad (22)$$

$$X(x, y, t) \cong X_a(x, y, t) = \sum_{k=1}^n N_k(x, y) X_k(t) \quad (23)$$

en las cuales $T_k(t)$ y $X_k(t)$ son los valores nodales de la temperatura y del contenido de humedad. $N_k(x,y)$ es una función de forma, de valor unitario en cada nodo k , nula en los elementos que no tienen por vértice a dicho nodo, y de variación lineal entre 0 y 1 en los elementos adyacentes.

Llamando i, j, m a los tres nodos genéricos de cada elemento, la función aproximante, restringida a un elemento, puede expresarse en términos de sus coordenadas (x, y) mediante:

$$T_a(x, y, t) = \frac{1}{2\Delta} [(\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y) T_i(t) + \quad (24)$$

$$(\alpha_j + \beta_j x + \gamma_j y) T_j(t) + (\alpha_m + \beta_m x + \gamma_m y) T_m(t)] \quad \forall (x, y) \in \Omega_e$$

$$\begin{aligned} \alpha_i &= x_j y_m - x_m y_j \\ \beta_i &= y_j - y_m \\ \gamma_i &= x_m - x_j \end{aligned} \quad (25)$$

donde $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$ y $\alpha_m, \beta_m, \gamma_m$ se obtienen por permutación cíclica de los índices en (25), y Δ es el área del elemento.

Las ecuaciones elementales se obtienen transformando el problema diferencial, (12-13) por medio del método de los residuos ponderados (W , funciones de ponderación).

$$\iint_{\Omega} W \left[\frac{\partial X}{\partial t} - \nabla \cdot (a_m \nabla X) \right] d\Omega = 0 \quad (26)$$

$$\iint_{\Omega} W \left[\rho_0 c \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \varepsilon \rho_0 L_v \frac{\partial X}{\partial t} \right] d\Omega = 0 \quad (27)$$

En particular, eligiendo W idénticas a las funciones de forma N (método de Galerkin), sustituyendo las ecs. (26) y (27), aplicando el Teorema de Green y las condiciones de contorno, se obtiene el siguiente sistema algebraico de ecuaciones:

$$C^X(T, t) \dot{X} + K^X(T, t) X = F^X(X, t) \quad (28)$$

$$C^T(T, t) \dot{T} + K^T(T, t) T = F^T(T, t) \quad (29)$$

donde C es la matriz de masa y K la matriz de rigidez, definidas por las siguientes expresiones:

$$C_{kl}^X(T, t) = \iint_{\Omega} N_k(x, y) N_l(x, y) dx dy \quad (30)$$

$$C_{kl}^T(T, t) = \iint_{\Omega} \rho_0 c N_k(x, y) N_l(x, y) dx dy \quad (31)$$

$$K_{kl}^X(T, t) = \iint_{\Omega} a_m(T) \left[\frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} \right] dx dy \quad (32)$$

$$K_{kl}^T(T, t) = \iint_{\Omega} \lambda(T) \left[\frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} \right] dx dy + \int_{\partial\Omega} \alpha N_k N_l d\Gamma \quad (33)$$

$$F_k^X(T, t) = \int_{\partial\Omega} \eta_m N_k N_l d\Gamma \quad \eta_m = \alpha_m \Delta p \quad (34)$$

$$\begin{aligned} F_k^T(T, t) &= \iint_{\Omega} Q N_k dx dy + \int_{\partial\Omega} (\alpha T_a N_k + \eta) d\Gamma \\ Q &= \varepsilon \rho_0 L_v \frac{\partial X}{\partial t} \quad \eta = (1 - \varepsilon) \alpha_m \Delta p L_v \end{aligned} \quad (35)$$

El sistema global de ecuaciones, puede expresarse en función de la contribución de cada elemento.

Esquema de diferencias finitas para la integración temporal

Las ecuaciones (28) y (29) se resuelven adoptando un esquema de diferencias finitas de tipo Crank-Nicholson para la discretización de la variable temporal. Este esquema es incondicionalmente estable y tiene una precisión de segundo orden.

Llamando n al índice del paso temporal para el cual la

distribución espacial de temperatura se supone conocida y Δt al intervalo de tiempo entre el instante n y $n+1$, el sistema de ecuaciones (28) se aproxima:

$$\frac{C^{n+1} + C^n}{2} \frac{\Phi_{n+1} - \Phi_n}{\Delta t} + \frac{K^{n+1} + K^n}{2} \frac{\Phi_{n+1} + \Phi_n}{\Delta t} = \frac{F_{n+1} - F_n}{2} \quad (36)$$

donde : $\Phi_n = \Phi(t_n)$; $C^n = C(t_n)$; etc.

Reordenando términos, resulta el siguiente sistema no lineal de ecuaciones algebraicas en las incógnitas Φ_{n+1} (temperatura o contenido de humedad), suponiendo conocido al vector Φ_n

$$\left[\frac{C^{n+1} + C^n}{\Delta t} + \frac{K^{n+1} + K^n}{2} \right] \Phi_{n+1} = \left[\frac{C^{n+1} + C^n}{\Delta t} - \frac{K^{n+1} + K^n}{2} \right] \Phi_n + F^{n+1} + F^n \quad (37)$$

Para hacer uso de la estructura de un programa de elementos finitos previamente desarrollado, la resolución de las ecuaciones (28) y (29) se realiza en dos etapas. Primero se resuelve la ecuación para el contenido de humedad considerando el perfil de temperatura del paso de tiempo anterior. Los valores actualizados se introducen en (29) para completar el cálculo. Como se trata de un sistema no lineal de ecuaciones algebraicas se aplica además un método del tipo predictor – corrector, en cada paso de tiempo.

A partir de los valores nodales de temperatura y contenido de humedad, se obtienen los valores promedios de estas cantidades mediante las siguientes expresiones:

$$\bar{T}(t) = \frac{\sum_{e=1}^{N_e} \frac{(T_i^e + T_j^e + T_m^e)}{3} \Delta e}{\sum_{e=1}^{N_e} \Delta e} \quad \bar{X}(t) = \frac{\sum_{e=1}^{N_e} \frac{(X_i^e + X_j^e + X_m^e)}{3} \Delta e}{\sum_{e=1}^{N_e} \Delta e} \quad (38)$$

EXPERIENCIAS DE LABORATORIO

Las experiencias de secado de batata se realizaron en una cámara de ensayo. Las condiciones del aire de secado se controlan mediante un regulador proporcional que sensa la temperatura a través de una termocupla tipo T, norma NBS.

Para cada experiencia se utilizaron dos muestras de batata de forma cilíndrica de 3 cm de diámetro por 6 cm de altura. El CASO I corresponde al eje de los cilindros en la dirección de las fibras y el CASO II, en la dirección normal a las mismas.

Las muestras fueron recubiertas lateralmente con polietileno y colocadas en implementos aislantes térmicos (fig. 3) a fin de evitar la pérdida de agua y de calor a través de dicha superficie.

Una muestra se utilizó para sensar la pérdida de masa mediante una balanza electrónica. Al finalizar la experiencia se colocó la muestra en una estufa durante aproximadamente 48 horas, a 60 °C para obtener el peso de la muestra seca. La otra muestra se usó para la medición de la temperatura mediante cuatro termocuplas (ver fig. 1). Las temperaturas fueron registradas mediante un sistema de adquisición de datos (FLUKE 2285), a intervalos de tiempo prefijados.

En la tabla 1 se dan las condiciones de cada experiencia presentada en este trabajo [Abalone et al, 1998].

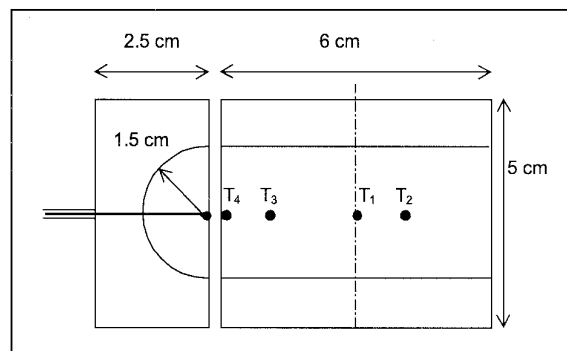


Fig. 3 - Aislaciones térmicas de las muestras y ubicación de las termocuplas

Tabla 1: Condiciones experimentales

	Exp.	T _{inicial}	X _{inicial}	T _{aire}	HR _{aire}
Flujo paralelo a las fibras	1	25	2.3	40	46 %
	2	27	2.1	40	36 %
Flujo normal a las fibras	3	17.5	2.1	40	36 %
	4	22	2.1	40	36 %

RESULTADOS OBTENIDOS

La solución numérica del problema de secado de batata se realizó adoptando en el modelo $\varepsilon = 0$ (evaporación de agua en la superficie).

Comparación de las soluciones obtenidas con el método integral (método I) y el método de elementos finitos (método II)

A fin de validar la utilización del método integral en el caso de simetría plana, se compararon la evolución temporal de la temperatura media y contenido global de humedad de la muestra con la que se obtiene por el método de elementos finitos. En este último caso, los valores promedios se calcularon a partir de los resultados nodales según la expresión (38). La comparación se realiza sólo en el primer período de tiempo, para el cual el encogimiento que sufre la muestra resulta despreciable y el dispositivo experimental usado mantiene las condiciones de contorno planteadas en el modelo.

La fig. 4 compara las temperaturas y contenidos de humedad promedios empleándose para este cálculo los valores correspondientes a la exp. I (Tabla 2).

En el método I la temperatura superficial, necesaria para evaluar las condiciones de contorno, se estima de la siguiente forma:

$$T_s = \frac{\bar{T} + T_a}{2} \quad (39)$$

La discrepancia que se observa entre los resultados, se debe a que la ec. (39) sobreestima el valor de la temperatura

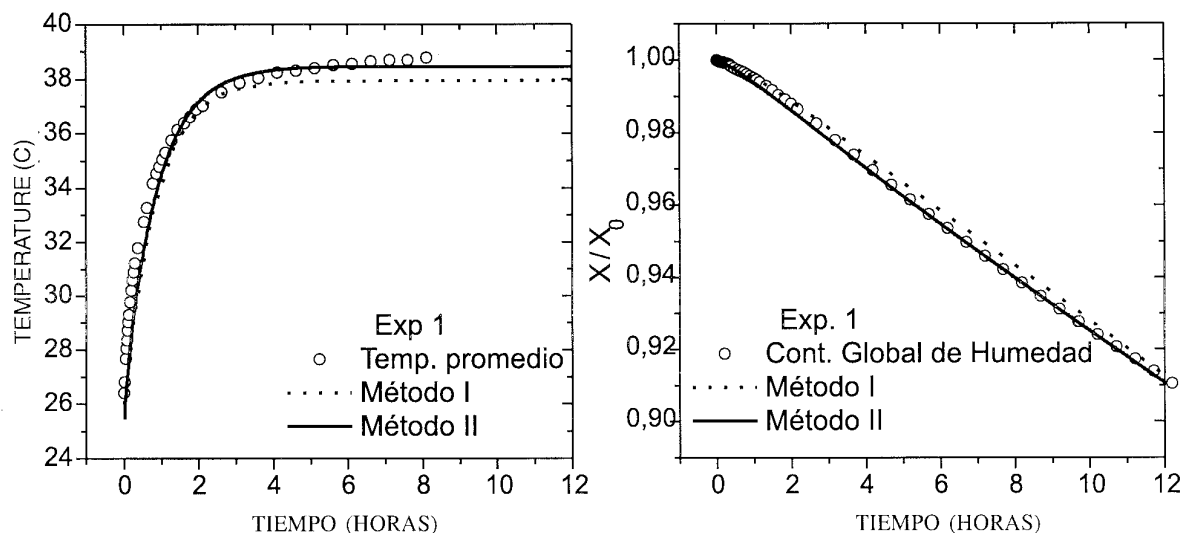


Fig. 4 - Comparación de resultados numéricos obtenidos con ambos métodos.

Tabla 2: Parámetros de secado estimados

Exp. n°	α (W / m ² C)	α_m (kg / m ² s Pa)	a_{m0} (m ² /s)	DCM (T)	DCM (X)
1	70	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$4.8 \cdot 10^{-6}$	4 %	0.07 %
2	85	$2 \cdot 10^{-3}$	$4.8 \cdot 10^{-6}$	4 %	0.07 %
3	70	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^{-6}$	5 %	0.1 %
4	70	$1.7 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^{-6}$	5 %	0.1 %

superficial, respecto al valor obtenido por el método II. En consecuencia, a igualdad de coeficientes, la transferencia de masa y de energía es menor, la temperatura promedio es más baja y el producto se seca menos.

En la fig. 5 se muestran las diferencias relativas entre los dos cálculos numéricos. Teniendo en cuenta que los errores relativos de las temperaturas y contenidos de humedad medidos son aproximadamente 5% y 3% respectivamente, la concordancia entre los métodos es satisfactoria. Esto implica que las hipótesis asumidas en el método integral son válidas (perfil parabólico en la coordenada espacial), y que este método, de sencilla implementación, permite obtener una buena estimación de los valores promedios de la temperatura y el contenido de humedad de una muestra, considerando problemas de secado con simetría esférica o plana.

ESTIMACIÓN DE LA DIFUSIVIDAD MÁSCA DE LA BATATA Y DE LOS COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA

A partir del ajuste de las mediciones experimentales con los resultados numéricos obtenidos aplicando el método II (elementos finitos), se estimaron algunos parámetros de secado. Por medio de interpolaciones espaciales, a partir de los valores

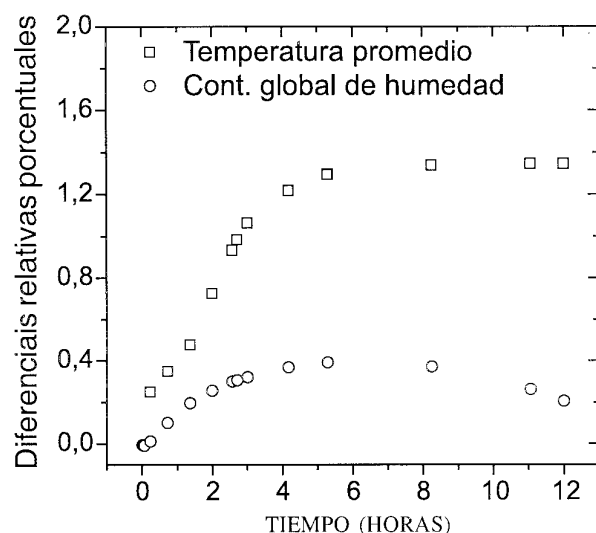


Fig. 5 - Diferencias relativas porcentuales entre ambos métodos de cálculo.

nodales, se determina la temperatura en las posiciones donde se ubican las termocuplas y estos valores se comparan con los obtenidos experimentalmente.

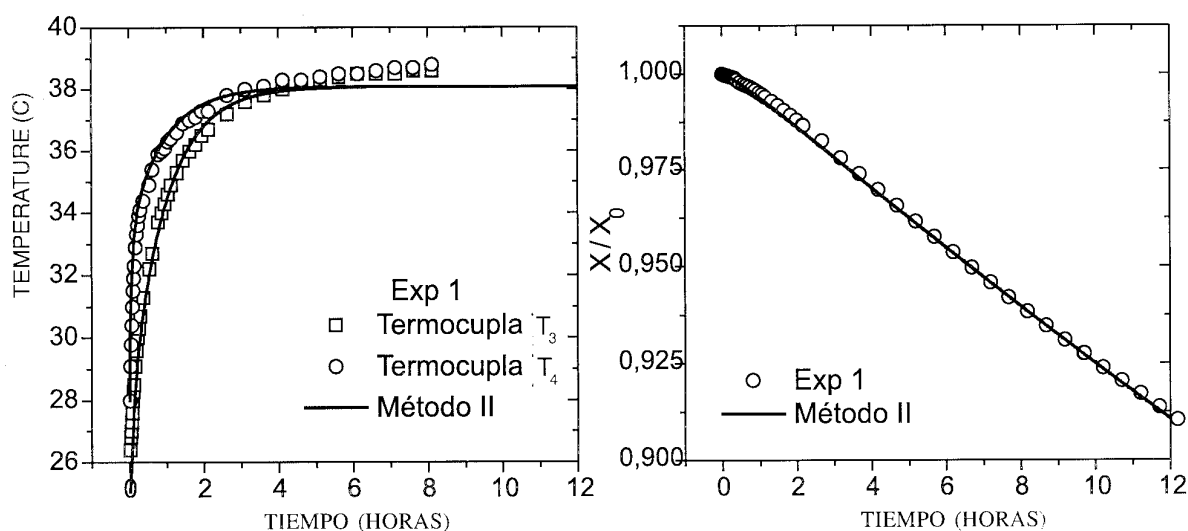


Fig. 6 - Comparación de resultados numéricos con experimentales para la Exp. 1.

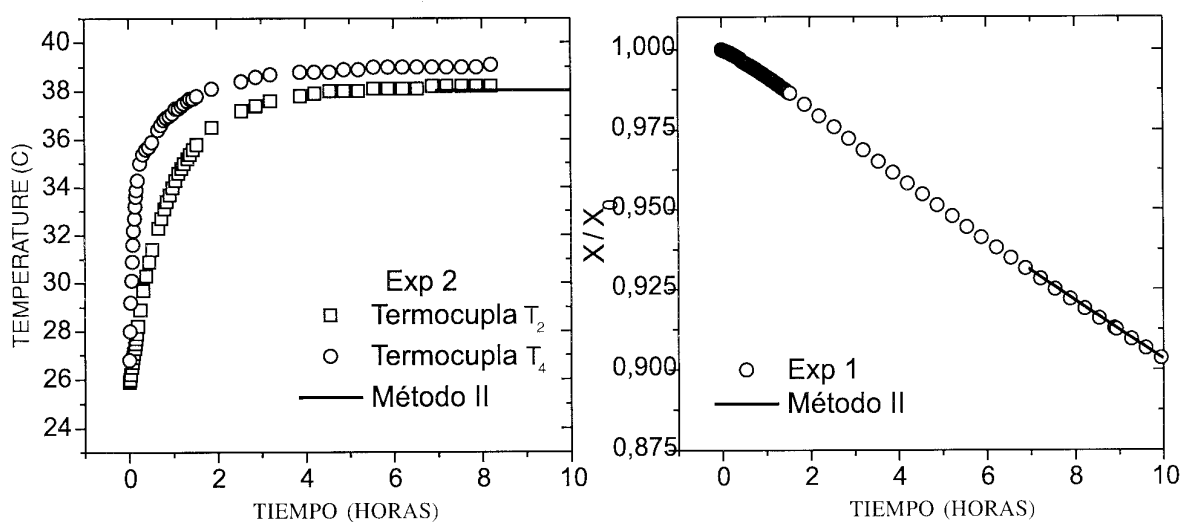


Fig. 7 - Comparación de resultados numéricos con experimentales para la Exp. 2.

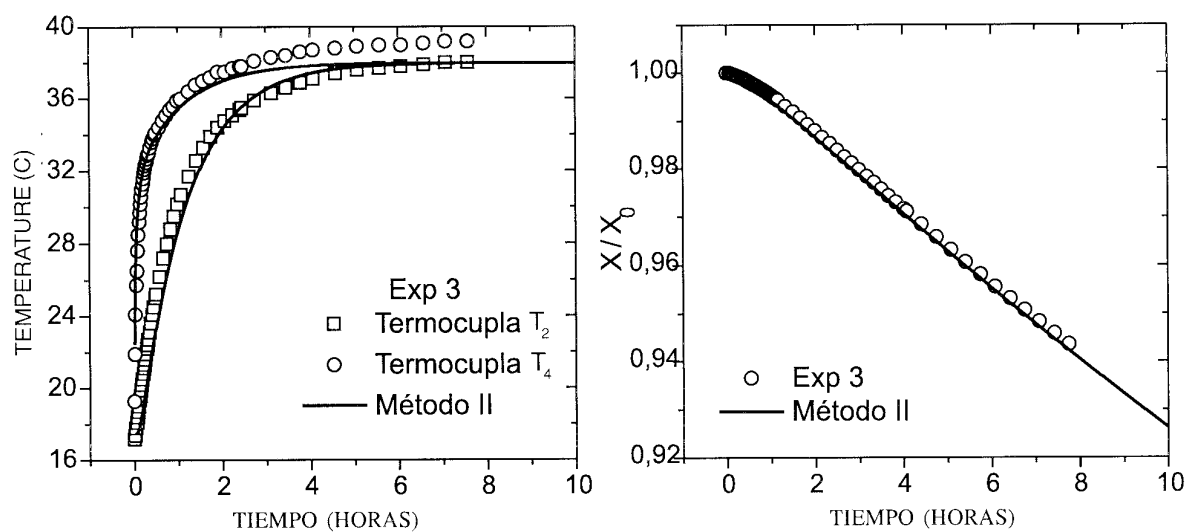


Fig. 8 - Comparación de resultados numéricos con experimentales para la Exp. 3.

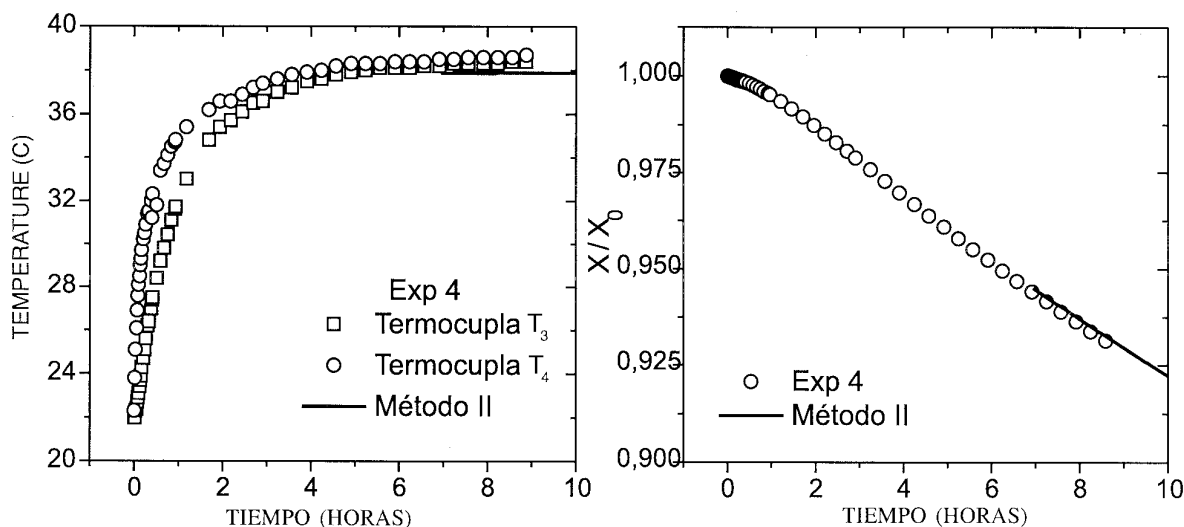


Fig. 9 - Comparación de resultados numéricos con experimentales para la Exp. 4.

Los valores de los parámetros se obtienen minimizando la siguiente expresión [Miketinac et al, 1992]:

$$J = \sum_{j=1}^n \left[\left(\frac{T_j - T_{exp,j}}{T_j} \right)^2 + \left(\frac{\bar{X}_j - \bar{X}_{exp,j}}{\bar{X}_j} \right)^2 \right] s$$

En la tabla 2 se muestran los valores óptimos y las diferencias cuadráticas medias (DCM) obtenidas para la temperatura y la humedad. En las figuras 6 a 9 se comparan los resultados obtenidos.

La variación en los coeficientes de transferencia (15-20%) indica que estos parámetros no dependen únicamente de la geometría del problema, sino de otros factores como el estado de la superficie, condiciones del aire de secado, variabilidad del producto biológico, etc. No obstante, debido a la dificultad de realizar experiencias en condiciones más controladas, los resultados son satisfactorios.

CONCLUSIONES

En este trabajo se compararon dos métodos de resolución numérica de las ecuaciones de transferencia de calor y masa desarrolladas por Luikov.

En el primer método se extiende la metodología empleada para casos de simetría esférica, al caso de productos con simetría plana y en particular se analiza el secado de un material anisotrópico (batata). En el caso de simetría esférica, las experiencias realizadas permitieron determinar los coeficientes de las funciones parabólicas propuestas mediante la medición de los perfiles internos de contenido de humedad y de temperatura. Para el caso de simetría plana, la validación en forma experimental requiere una técnica y montaje bastante más complejo que el caso esférico, debido a las condiciones de contorno requeridas. En este caso solo se dispone de los perfiles internos de temperatura y valores globales del contenido de humedad. Por lo cual se recurrió, además, a otra alternativa

de validación, eligiéndose el método de elementos finitos para la solución de las mismas ecuaciones de transferencia.

Los resultados obtenidos indican que el modelo integral, de implementación sencilla, es válido para la simulación de los procesos de secado tanto para simetría esférica como plana.

La determinación de parámetros de secado se realizó a través de la minimización de la suma de las diferencias relativas cuadradas de valores experimentales y valores calculados. Para las experiencias de laboratorio desarrolladas se estimó un valor aproximado de 70-85 W/m²C y de 1.6 10⁻³ - 2 10⁻³ (kg / m²s P_a) para los coeficientes de transferencia de calor y masa respectivamente.

El coeficiente a_{m0} estimado para el cálculo de la difusividad másica por medio de una expresión de tipo Arrhenius es 4.8 10⁻⁶ m² / s para el flujo en la dirección de las fibras de la batata y de 2.5 10⁻⁶ m² / s para el flujo en la dirección normal a las fibras.

Estos parámetros fueron obtenidos considerando que toda la evaporación de agua se produce en la superficie del producto, (coeficiente de cambio de fase, ϵ igual a cero). En un próximo análisis se considerará como se modifican estos valores suponiendo coeficientes de cambio de fase variables durante el proceso de secado.

NOMENCLATURA

x,y,z	coordenadas rectangulares
r,θ,z	coordenadas cilíndricas
a_{mij}	tensor difusividad másica (m ² /s)
a_r, a_a	difusividad térmica, componentes r y z (m ² /s)
c, c'	calor específico (J/kg C, J/kg seco C)
D_w	actividad del agua (sd)
f(T)	presión parcial del aire a la temperatura T (Pa).
J_q	vector flujo de calor (W/m ²)
J_m	vector flujo de masa (kg/m ² s)
L	altura del cilindro (m)
L_v	calor latente de vaporización del agua (J/kg)
R	radio del cilindro (m)

t	tiempo (s)	α_m	coeficiente de transferencia de masa por convección (kg/m ² sPa)
T	temperatura (C)	ϵ	criterio de cambio de fase
\bar{T}	temperatura media (C)	Δp	la diferencia de presiones parciales de vapor, entre el aire adyacente la superficie y el medio ambiente (Pa).
T_a	temperatura del medio ambiente (C)	λ_{ij}	tensor conductividad térmica (W/mC)
T_0	temperatura inicial (C)	ρ	densidad másica (kg/m ³)
T_s	temperatura superficial (C)	ρ_0	contenido de sólidos (kg seco/m ³)
V	volumen (m ³)		
X	contenido de humedad en base seca (kg agua/kg seco)		
Y	contenido de humedad en base húmeda (kg agua/kg)		
α	coeficiente de transferencia de calor por convección (W/m ² C)		

REFERENCIAS

- Abalone, R., Lara, M. A., Gaspar, R. and Piacentini, R., 1994, *Drying of Biological Products with Significant Volume Variation. Experimental and Modeling Results for Potato Drying*. Drying Technology . An International Journal. 12(3), pp.629-647.
- Abalone, R. , y Lara, M. A., 1998. *Determinación de la difusividad térmica anisotrópica de la batata*. Actas LATCYM'98, 7º Congreso Latinoamericano de Transferencia de Calor y Materia., Vol. III, pp. 842-846.
- Abalone, R., Gastón, A., Lara, M. A., Piacentini, R. y Sánchez Sarmiento, G. 1998. *Simulación numérica de procesos de secado de materiales biológicos*. Actas LATCYM'98, 7º Congreso Latinoamericano de Transferencia de Calor y Materia., Vol. I, pp. 99-104.
- Bell, W. W. 1968. *Special functions for Scientists and Engineers*. D. Van Nostrand Company LTD. London
- Bruin, S. & K. Ch. A. M. Luyden 1980. *Drying of food materials: A review of recents developments*. Advances in Drying, V. 1, 155-215.
- Carlsaw, H. S. & Jaeger, J. C., 1980. *Conduction of Heat in Solid*. Oxford at the Clarendon Press.
- Haghighi K. & Segerlind L. 1988. *Modeling simultaneuos heat and mass transfer in an isotropic sphere- A finite element approach*. ASAE Vol.31 (2), pp.629-237.
- Irudayaraj, J. & Wu, Y. 1996. *Analysis and application of Luikov's heat, mass and pressure transfer model to a capillary porous media*. Drying Technology, 14(3&4), pp. 803-824.
- Lozano, J.E., Rotstein, E. y Urbicain, M. J. 1983. *Shrinkage, porosity and bulk density of foodstuffs at changing moisture contents*. Journal of Food Science, Vol 48, pp. 1497-1502.
- Miketinac, M. J., Sokhansanj, S. & Tutek, Z. 1992 *Determination of heat and mass transfer coefficients in thin layer drying of grain*. American Society of Agricultural Engineers, v. 35(6), pp.1853-1858.
- Niesteruk, R., 1996. *Changes of thermal properties of fruits and vegetables during drying*. Drying Technology, 14(2), pp. 415-422.
- Steven C. & Raymond, P. 1980. *Métodos numéricos para ingenieros*. Mc Graw Hill.
- Zienkiewicz O. & Taylor R. 1989. *The Finite Element Mcthod*. v.1 4th edn, Mc Graw Hill , New York.
- Zhou, L., V. M. Puri, & R. C. Anantheswaran, 1994. *Measurement of coefficients for simultaneous heat and mass transfer in food products*. Drying Technology, 12 (3): p. 607-627.
- Zogzas, N. P.; Maroulis, Z. B. & Marinos-Kouris, D. 1996. *Moisture diffusivity data compilation in foodstuffs*. Drying Technology, 14(10), pp. 2225-2253