

MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE ÁRVORE INDIVIDUAL, PARA *Pinus taeda* L., NA REGIÃO MEIO OESTE DE SANTA CATARINA

Saulo Jorge Téio¹

¹Universidade do Oeste de Santa Catarina (UNOESC), Campus de Xanxerê, Xanxerê, Santa Catarina, Brasil – saulo.teo@unoesc.edu.br

Resumo

O presente artigo foi desenvolvido a convite da Revista FLORESTA e da coordenação do curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná em comemoração ao cinquentenário do programa. Este artigo visa informar os principais resultados da tese intitulada “Modelagem do crescimento e produção de árvore individual independente da distância, para *Pinus taeda* L., na região meio oeste do Estado de Santa Catarina”, que foi desenvolvida na área de concentração de Manejo Florestal, sob a orientação do professor Dr. Sebastião do Amaral Machado e coorientação dos professores Dr. Afonso Figueiredo Filho e Dra. Maria Margarida Branco de Brito Tavares Tomé. Durante o período total de desenvolvimento da tese, de março de 2013 até março de 2017, houve um período de seis meses, de julho a dezembro de 2015, para realização do doutorado sandwich no exterior, com bolsa auxílio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), sendo esta tese integrada ao grupo de pesquisa *Forest Ecosystem Management Under Global Change (ForChange)*, do Centro de Estudos Florestais (CEF), do Instituto Superior de Agronomia (ISA), da Universidade de Lisboa, coordenado pela professora Dra. Margarida Tomé.

Palavras-chave: Funções de Crescimento; Sobrevivência de Árvores Individuais; Crescimento Diamétrico; Relação Hipsométrica Geral. Equações de Aplicabilidade Geral.

INTRODUÇÃO

Numa definição ampla, modelos são uma representação de algum aspecto da realidade, os quais permitem seu estudo e análise (VANCLAY, 1994; PRODAN *et al.*, 1997) e, portanto, úteis para resolver problemas do mundo real (BURKHART; TOMÉ, 2012). Os cientistas sempre propuseram modelos a fim de entender porções do mundo real, baseados em mecanismos teóricos, testando-os em comparação a observações e revisando a teoria onde esta não apresenta conformidade com os dados (BURKHART; TOMÉ, 2012). Sendo assim, um modelo de crescimento e produção florestal deve ser uma representação da dinâmica que ocorre em uma floresta, avaliada por meio de um inventário florestal contínuo, indicando o crescimento, ingresso, mortalidade, composição, estrutura, sortimentos, produção final, bem como todo e qualquer elemento importante para o fenômeno do crescimento e produção florestal.

Conforme Burkhart e Tomé (2012), é necessário classificar os modelos de crescimento e produção florestal, a fim de identificar as características gerais envolvidas. Porém, nenhum sistema de classificação será totalmente satisfatório, devido ao grande número de modelos de crescimento e produção florestal, com diferentes metodologias. Embora seja comum o uso de diferentes terminologias, um sistema de classificação bastante utilizado no Brasil, desde o desenvolvimento da tese até a atualidade, categoriza os modelos de crescimento e produção florestal de acordo com o nível de detalhes das informações que requerem e que fornecem sobre o crescimento e produção florestal: I) Modelos em Nível de Povoamento; II) Modelos de Distribuição Diamétrica; e III) Modelos de Árvores Individuais.

Os modelos em nível de povoamento são os mais tradicionais e antigos, tendem a ser mais simples e robustos, e apenas informações sobre a população são utilizadas para a prognose do crescimento e produção florestal, como o número de árvores ou área basal por unidade de área (VANCLAY, 1994; PRETZSCH, 2010). Os modelos de distribuição diamétrica simulam o crescimento em cada classe diamétrica separadamente, geralmente por meio de uma função probabilística, calculam o volume para a árvore média de cada classe de diâmetro e multiplicam este volume pelo número de árvores em cada classe, posteriormente todos os volumes são somados para se obter os resultados para o povoamento (DAVIS *et al.*, 2001). Por fim, os modelos de árvores individuais consideram a floresta como um mosaico heterogêneo de árvores, descrevendo suas características individuais, bem como as interações de cada árvore com a estrutura e o crescimento florestal, apresentando maior complexidade e flexibilidade quando comparado às demais classes de modelos (PRETZSCH, 2010).

Modelos de árvore individual oferecem uma série de vantagens quando comparados a outras abordagens: são flexíveis; caracterizam o crescimento acuradamente sob grande variação de condições do povoamento; fornecem estimativas de alta resolução e detalhamento; apresentam maior capacidade para caracterizar impactos de danos e tratos silviculturais sobre os povoamentos, particularmente desbastes e podas (WEISKITTEL *et al.*, 2011). Por outro lado, entre as desvantagens dos modelos de árvore individual estão: o fato de serem mais

dispendiosos para se desenvolver; exigem dados mais detalhados para seu uso e a composição dos erros é potencialmente maior; em alguns casos, requerem maior poder de computação e tempo para atualização de grandes inventários florestais (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Na área de concentração do manejo florestal, especificamente no manejo de plantios florestais no Brasil, os modelos de crescimento e produção florestal sempre despertaram grande interesse, tanto de pesquisadores, como de engenheiros florestais da indústria de base florestal. Na época da escolha do tema da tese com o professor Dr. Sebastião do Amaral Machado, eram comuns as discussões a respeito das reais vantagens dos modelos de árvores individuais sobre os modelos em nível de povoamento e de distribuição diamétrica, sobretudo quanto à prognose da produção florestal. No entanto, enquanto em outros países os modelos de crescimento de árvores individuais eram amplamente estudados e difundidos, no Brasil, ainda eram escassos os trabalhos sobre o assunto, podendo-se citar os trabalhos de Della-Flora *et al.* (2004), para *Nectandra megapotamica* (Spreng.) Mez; Chassot *et al.* (2011), para *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze; Orellana (2014), para um fragmento de Floresta Ombrófila Mista; Mendes *et al.* (2006), Castro (2011), Martins (2011), Castro *et al.* (2013a) e Castro *et al.* (2013b) para espécies do gênero *Eucalyptus*.

Portanto, até aquele momento, não havia nenhuma pesquisa sobre a modelagem de árvore individual para povoamentos de espécies do gênero *Pinus* na região Sul do Brasil, para o qual frequentemente são feitos muitos tratamentos silviculturais, durante rotações mais longas e são gerados multiprodutos da madeira. Condições em que as características de maior detalhamento dos modelos de árvore individual poderiam trazer vantagens sobre as demais abordagens da modelagem do crescimento e produção. Foi quando no ano anterior à defesa dessa tese, Miranda (2016) apresentou a projeção da produção de plantios de *Pinus taeda* com um modelo de árvore individual, para a região de Telêmaco Borba, estado do Paraná, sendo o primeiro modelo completo de crescimento e produção florestal baseado em árvores individuais, para *Pinus taeda*, no Brasil.

Visando atender a essa necessidade, o objetivo geral da tese foi desenvolver um modelo para predição do crescimento e produção florestal, fundamentado no crescimento individual das árvores, para plantios desbastados e não desbastados de *Pinus taeda* L., na região Meio Oeste do estado de Santa Catarina. Após firmar o entendimento de que o modelo de crescimento de árvore individual deve ser constituído de um sistema de equações com, pelo menos, uma função de mortalidade, regeneração ou ingresso, um modelo de projeção do diâmetro e um modelo de crescimento para altura ou de uma relação hipsométrica, podendo-se desconsiderar o recrutamento ou ingresso para plantios florestais, foram definidos como objetivos específicos desenvolver, testar e selecionar: I) Modelo de crescimento em altura dominante, para classificação dos níveis de produtividade dos plantios; II) Modelo de previsão anual da probabilidade de sobrevivência individual das árvores de *Pinus taeda*; III) Modelo de crescimento anual de árvore individual, em diâmetro à altura do peito; IV) Relação hipsométrica de aplicabilidade geral, com atributos biológicos, para os plantios de *Pinus taeda*; V) Equação de volume e de afilamento do tronco de aplicabilidade geral para os plantios de *Pinus taeda*.

MATERIAL E MÉTODOS

Área de Estudo

Esta pesquisa foi realizada em povoamentos de *Pinus taeda* pertencentes à empresa Juliana Florestal Ltda., associada à FRAME Madeiras Especiais Ltda., sediada em Caçador, Santa Catarina. Além de Caçador, a área de estudo compreende os municípios de Calmon, Lebon Régis, Macieira, Rio das Antas, Santa Cecília e Timbó Grande, todos na região Meio Oeste do estado de Santa Catarina.

Segundo a classificação de Köppen, a região de estudo possui ocorrência de clima tipo Cfb, isto é, da zona subtropical húmida, clima oceânico, sem estação seca e com verões temperados. A temperatura média do mês mais quente é 19,7°C e do mês mais frio 11,5°C, a precipitação anual é de 1736 mm (ALVARES *et al.*, 2013). A vegetação original da região de estudo é a Floresta Ombrófila Mista, principalmente em sua formação Floresta Ombrófila Mista Montana. Os principais solos da área de estudo são Cambissolos háplicos, com grande variação de profundidade e drenagem variando de acentuada à imperfeita e, Nitossolos brunos de textura argilosa ou muito argilosa, moderadamente ácidos (IBGE, 2007).

Caracterização dos Dados

Os dados são provenientes de 652 parcelas permanentes de área fixa, de 428 a 740 m² de área plana, de inventário florestal em múltiplas ocasiões com repetição total, distribuídas aleatoriamente por meio de processo de amostragem estratificada, em que os estratos foram constituídos pelas divisões administrativas da empresa. Todos os indivíduos de *Pinus taeda* pertencentes às unidades amostrais tiveram sua circunferência à altura do peito medida com fita métrica. Utilizando-se o hipsômetro Vertex III, foram medidas as alturas totais de cerca de 20% das árvores, além das árvores dominantes de cada parcela, definidas proporcionalmente como as 100 árvores de maior circunferência à altura do peito por hectare, sem troncos múltiplos ou defeitos na copa. A Tabela 1 apresenta

os valores médios, mínimos e máximos das variáveis dendrométricas e silvimétricas oriundas das parcelas permanentes do inventário florestal.

Tabela 1. Caracterização dos dados das parcelas permanentes, em povoamentos de *Pinus taeda* L., na região Meio Oeste de Santa Catarina.

Table 1. Characterization of the data from permanent plots, for *Pinus taeda* L. stands, in the Midwest region, Santa Catarina state, Brazil.

	Variável	Média	Mínimo	Máximo
Árvore	Diâmetro à altura do peito (cm)	19,95	3,18	68,12
	Altura total (m)	14,45	2,40	42,90
	Idade (ano)	9,58	4,60	34,10
Parcela	Área basal (m ² .ha ⁻¹)	44,80	8,99	77,57
	Número de árvores (árv.ha ⁻¹)	1484	271	2220
	Diâmetro médio (cm)	19,86	8,49	46,22
	Diâmetro médio quadrático (cm)	20,18	8,88	46,85
	Diâmetro dominante (cm)	26,01	13,48	63,03
	Altura dominante (m)	15,16	6,47	41,07

Os dados de cubagem são provenientes de 631 árvores de *Pinus taeda*, com idades variando de 4 a 31 anos, de diversos povoamentos distribuídos na área de estudo. Desse total, foram coletados dados de espessura de casca de 519 árvores, as quais foram derrubadas para a realização do procedimento de cubagem. As 112 árvores restantes tiveram somente os seus diâmetros com casca medidos ao longo do fuste, utilizando de maneira combinada o Criterion RD 1000 e o TruPulse 200B. Para as 519 árvores de *Pinus taeda* derrubadas, foram tomadas medições de diâmetro com casca e espessura de casca a 0,5%, 1%, 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90% e 95% da altura total da árvore. Para as 112 árvores medidas em pé, com o Criterion RD 1000 e o TruPulse 200B, os diâmetros com casca foram tomados nas mesmas posições relativas à altura total da árvore, até, no mínimo, 70%. O cálculo dos volumes das seções foi efetuado utilizando-se a fórmula de Smalian e o volume da ponta foi obtido por meio da fórmula do volume do cone, conforme descrito em Machado e Figueiredo Filho (2009). Os volumes das árvores foram calculados desconsiderando-se o toco, sendo que para as árvores mensuradas em pé, foi considerada a altura de toco média de 0,1 m. A distribuição das árvores cubadas, nas diferentes idades, bem como os valores de diâmetro médio ($\bar{d}$), diâmetro máximo ($d_{m\acute{a}x}$), diâmetro mínimo ($d_{m\acute{i}n}$), altura média ($\bar{h}$), altura máxima ($h_{m\acute{a}x}$) e mínima ($h_{m\acute{i}n}$) está resumida na Tabela 2.

Tabela 2. Número de árvores, diâmetro à altura do peito e altura total de *Pinus taeda* L. por classe de idade, na região Meio Oeste de Santa Catarina.

Table 2. Number of trees, diameter at breast height, and total height of *Pinus taeda* L., measured by age class, in the Middle West region of Santa Catarina.

Idade (ano)	n	$\bar{d}$ (cm)	$d_{m\acute{a}x}$ (cm)	$d_{m\acute{i}n}$ (cm)	$\bar{h}$ (m)	$h_{m\acute{a}x}$ (m)	$h_{m\acute{i}n}$ (m)
4	30	8,60	14,50	3,90	5,28	7,40	3,10
5	63	12,80	21,00	3,70	7,65	10,20	3,37
6	89	13,43	23,00	2,90	8,37	12,70	4,08
7	60	15,19	23,10	3,90	9,77	12,80	5,10
8	30	16,25	26,00	4,00	12,41	16,25	5,17
9	30	19,66	32,00	7,70	13,98	16,80	7,90
10	59	19,69	32,50	6,00	14,71	17,80	8,30
11	30	19,60	31,70	8,20	14,81	18,80	9,22
12	39	23,53	35,50	12,50	18,57	22,60	14,90
14	29	23,95	36,92	13,37	18,88	21,70	15,80
16	23	22,99	37,56	15,60	19,45	22,30	16,20
18	37	28,07	48,06	15,92	23,38	30,20	17,30
21	65	35,00	49,97	21,65	28,98	33,00	21,50
26	13	26,98	43,90	17,50	27,69	29,50	25,00
27	12	29,31	38,83	21,96	28,87	32,80	25,40
30	12	35,83	51,80	22,60	29,23	32,00	27,30
31	10	32,60	44,20	25,10	31,08	35,00	25,00

Modelagem para Classificação de Sítios Florestais

Para a modelagem do crescimento em altura dominante, foram selecionadas três funções candidatas: Richards, Lundqvist-Korf e Hossfeld IV/McDill-Amateis, as quais estão apresentadas na forma integral e diferencial (Tabela 3). Enquanto os modelos integrais apresentam o valor da variável de produção, nesse caso a altura dominante em metros (Y), para a correspondente idade t (em anos), os modelos diferenciais expressam a variável de produção futura (Y_2) em função da idade futura (t_2), produção inicial (Y_1) e idade inicial (t_1). As formas diferenciais dos modelos de produção foram derivadas conforme a abordagem da diferença algébrica (ADA) (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Tabela 3. Funções candidatas para modelagem do crescimento em altura dominante de povoamentos de *Pinus taeda* L.

Table 3. Candidate functions for modelling dominant height growth of *Pinus taeda* L. stands.

Denominação	Modelo	Parâmetro livre	Modelo Diferencial
Lundqvist-Korf	$Y = Ae^{(-k \cdot \frac{1}{t^m})}$	A	$Y_2 = Y_1 e^{k \left[\left(\frac{1}{t_1^m} \right) - \left(\frac{1}{t_2^m} \right) \right]}$
		k	$Y_2 = A \left(\frac{Y_1}{A} \right)^{\left(\frac{t_1}{t_2} \right)^m}$
		m	$Y_2 = \frac{A}{\sqrt{\ln t_1 \left[\left(\frac{1}{k} \right)^{\ln \left(\frac{t_2}{t_1} \right)} * \ln \left(\frac{A}{Y_1} \right)^{\ln(t_2)} \right]}}$
Richards	$Y = A \left[1 - e^{(-k \cdot t)} \right]^{\left(\frac{1}{1-m} \right)}$	A	$Y_2 = Y_1 \left[\frac{1 - e^{(-k \cdot t_2)}}{1 - e^{(-k \cdot t_1)}} \right]^{\left(\frac{1}{1-m} \right)}$
		k	$Y_2 = A \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{Y_1}{A} \right)^{(1-m)} \right]^{\left(\frac{t_2}{t_1} \right)^{\left(\frac{1}{1-m} \right)}} \right\}$
		m	$Y_2 = A \left\{ 1 - \left[\frac{\ln(1 - e^{(-k \cdot t_2)})}{\ln(1 - e^{(-k \cdot t_1)})} \right] \right\} * Y_1^{\left[\frac{\ln(1 - e^{(-k \cdot t_2)})}{\ln(1 - e^{(-k \cdot t_1)})} \right]}$
Hossfeld IV/McDill-Amateis	$Y = A * \frac{t^k}{A * c + t^k}$	c	$Y_2 = \frac{A}{1 - \left[1 - \left(\frac{A}{Y_1} \right) * \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^k \right]}$

Nota: Y = variável que indica produção; t = idade (ano); Y_2 = variável que indica produção na idade t_2 ; Y_1 = variável que indica produção na idade t_1 ; t_2 = idade futura (ano); t_1 = idade inicial (ano); A, k, m, c = parâmetros das funções de crescimento; e = constante de Euler (2,718281829...); $\ln$ = logaritmo natural.

Foram realizados os ajustes dos modelos na forma integral e diferencial (ADA), utilizando intervalos não sobrepostos de comprimento igual a $1 \pm 0,2$ ano. Os ajustes dos modelos foram feitos por meio do procedimento PROC NLIN do aplicativo computacional SAS® University Edition, hoje denominado SAS® OnDemand for Academics, baseado no algoritmo Gauss-Newton.

Modelagem da Sobrevivência Individual das Árvores

Nesta pesquisa, a sobrevivência deve ser entendida como a capacidade de uma árvore de viver por mais um período de tempo, neste caso $1 \pm 0,2$ ano, enquanto a mortalidade é a interrupção definitiva de sua vida. Previamente à modelagem da sobrevivência, foram eliminadas as seguintes observações de árvores mortas das 652 unidades amostrais avaliadas: I) árvores mortas antes da primeira ocasião do inventário florestal contínuo; II) árvores cortadas nos desbastes, as quais não devem ser consideradas no cômputo da mortalidade, mas sim, no aproveitamento da produção gerada pelas colheitas parciais; III) os pares de observações (árvore morta, árvore morta), que já haviam sido identificadas como árvores mortas numa ocasião anterior do inventário florestal contínuo.

O conjunto de dados remanescente, em nível de árvore individual, totalizou 285.468 observações, as quais foram codificadas em dois grupos: I) 1, pares de observações (árvore viva, árvore viva), com 283.696 observações; II) 0 (zero), pares de observações (árvore viva, árvore morta), com 1.772 observações. As observações do grupo II (árvore viva, árvore morta) abordaram a mortalidade regular e irregular das árvores de *Pinus taeda*, uma vez que também foram consideradas as árvores com danos na copa e no tronco, causados principalmente pelo vento e pelo macaco-prego (*Sapajus nigritus* Goldfuss, 1809). Contudo, adicionalmente foi realizada a modelagem somente da mortalidade regular, eliminando dos dados as observações de árvores que apresentaram danos na copa e no tronco, causados principalmente pelo vento e pelo macaco-prego (5.517 observações).

Para modelagem da sobrevivência, foi considerada que a variável dependente é dicotômica, assumindo valor 1 para árvore viva e valor 0 para árvore morta. O modelo logístico utilizado para probabilidade de sobrevivência (P_s) foi formulado como segue:

$$P_s = \frac{e^{b'X}}{1 + e^{b'X}} = \frac{e^{b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n}}{1 + e^{b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n}}$$

Em que: $b'X$ = combinação linear de n coeficientes com o vetor de variáveis independentes; $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$ = coeficientes a serem estimados; $X_1, X_2, \dots, X_n$ = variáveis independentes.

As variáveis independentes para compor o modelo de sobrevivência foram organizadas em diferentes categorias: I) idade; II) dimensões da árvore; III) crescimento; IV) índices de competição; V) densidade; VI) parcela; VII) sítio; VIII) desbaste; IX) fatores extrínsecos. As duas primeiras categorias têm comportamento semelhante, já que as dimensões da árvore podem ser utilizadas para representar a idade nos modelos de sobrevivência (YANG *et al.*, 2003). Para este estudo, tanto foi considerada a idade (t), em anos, como variável independente, como o diâmetro à altura do peito (d) da árvore, em cm, e suas transformações. O crescimento das árvores foi representado pelo incremento médio anual em diâmetro à altura do peito (IMA_d), em cm.ano⁻¹. Para representar o processo de competição unilateral foram testados diversos índices de competição, que devem quantificar o estresse competitivo, ou a habilidade competitiva, experimentada por cada árvore. Já a competição bilateral foi descrita pelas variáveis da categoria densidade: área basal por hectare (G), número de árvores por hectare (N) e suas transformações, além do Fator de Wilson (1951) (F_w). Foi testado também o efeito das variáveis da parcela sobre a sobrevivência das árvores de *Pinus taeda*, representadas por: média aritmética dos diâmetros à altura do peito ($\bar{d}$), em cm; coeficiente de variação dos diâmetros à altura do peito (CV_d), em %; diâmetro médio quadrático (d_g), entre outras. O efeito da produtividade do sítio foi dado pelo índice de sítio, expresso pela altura dominante (h_{dom}) na idade de referência de 20 anos. Foram utilizadas variáveis para expressar o efeito dos desbastes, tanto a sua ocorrência, como tipo e intensidade, calculadas por meio do número de árvores e área basal removida e remanescente do desbaste. Por fim, as variáveis da categoria fatores extrínsecos foram a ocorrência de danos causados pelo macaco-prego (Mac) e a ocorrência de copa quebrada (C_{queb}) por diferentes agentes. Obviamente, as variáveis dessa última categoria foram consideradas somente para o ajuste do modelo logístico de sobrevivência considerando também a mortalidade irregular.

O modelo logístico foi ajustado utilizando o procedimento PROC LOGISTIC, do aplicativo computacional SAS® *OnDemand for Academics*, em que a seleção do melhor conjunto de variáveis independentes para estimativa da sobrevivência foi efetuada por meio de seleção passo a passo (*stepwise*), com nível de significância para inserção e eliminação de variáveis de 1% ($\alpha = 0,01$). Além da significância estatística, tentou-se evitar que mais de uma variável por categoria fizesse parte do modelo final, visando impedir a correlação entre essas variáveis, maior aplicabilidade e realismo biológico ao modelo logístico para estimar sobrevivência.

Modelagem do Crescimento em Diâmetro à Altura do Peito

A primeira abordagem da modelagem do crescimento em diâmetro à altura do peito utilizou os modelos diferenciais das funções de crescimento biológico Richards, Lundqvist-Korf e Hossfeld IV/McDill-Amateis (Tabela 3). A segunda abordagem da modelagem do crescimento em diâmetro à altura do peito consistiu em estimar o incremento corrente anual (ICA_Y), sobre um período de $1 \pm 0,2$ ano, com as funções de crescimento diferenciais propostas por Zeide (1993), Zeide1 e Zeide2, respectivamente:

$$ICA_Y = e^{[k+p \ln(Y)+q \ln(t)]}$$

$$ICA_Y = e^{[k+p \ln(Y)+qt]}$$

Em que: ICA_Y = incremento corrente anual, neste caso em diâmetro à altura do peito (cm); Y = variável de produção, neste caso o diâmetro à altura do peito (cm); t = idade (ano); k, p, q = parâmetros das funções de crescimento; e = constante de Euler (2,718281829...); $\ln$ = logaritmo natural.

Em ambas as abordagens, os parâmetros das funções de crescimento foram ajustados como função linear de uma série de diferentes categorias de variáveis semelhantes àquelas utilizadas para a modelagem da sobrevivência: I) sítio; II) índices de competição; III) parcela; IV) densidade; e V) desbaste. Os ajustes foram realizados por meio do procedimento PROC NLIN do aplicativo computacional SAS® *OnDemand for Academics*, baseado no algoritmo Gauss-Newton.

Para selecionar as variáveis de cada categoria, foi efetuada regressão linear múltipla, cuja variável dependente foi o incremento corrente anual em diâmetro à altura do peito (ICA_Y) das árvores de *Pinus taeda*. Posteriormente, seleção do melhor conjunto de variáveis independentes, com pelo menos uma variável de cada categoria, foi determinada por meio da significância do coeficiente correspondente a cada variável (t de Student) e fator de inflação da variância (FIV), para evitar multicolinearidade, conforme Myers (1986).

Modelagem da Relação Hipsométrica

As funções candidatas para a modelagem da relação hipsométrica geral das árvores de *Pinus taeda* foram formuladas por Harrison *et al.* (1986) e Tomé (1988), visando a obtenção de uma função para representar a relação hipsométrica geral, para diversos povoamentos florestais, com diferentes idades, qualidades de sítio e densidades (Tabela 4).

Tabela 4. Funções candidatas para modelagem da relação hipsométrica geral, para *Pinus taeda* L.

Table 4. Candidate functions to model the general height-diameter relationship for *Pinus taeda* L.

Denominação/Autor	Modelo
Harrison <i>et al.</i> (1986)	$h = 1,3 + \left\{ h_{dom} \left[1 + ae^{(bh_{dom})} \right] \left[1 - e^{\left(-c \left(\frac{d}{h_{dom}} \right) \right)} \right] \right\}$
Michailoff modificado por Tomé (1988)	$h = 1,3 + \left\{ h_{dom} e^{\left[a \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_{dom}} \right) \right]} \right\}$
Prodan modificado por Tomé (1988)	$h = 1,3 + \left\{ h_{dom} \left[1 + ah_{dom} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_{dom}} \right) \right]^{-1} \right\}$
Stoffels e Van Soest modificado por Tomé (1988)	$h = 1,3 + \left[h_{dom} \left(\frac{d}{d_{dom}} \right)^a \right]$

Nota: h = altura total (m); d = diâmetro à altura do peito (cm); h_{dom} = altura dominante (m); d_{dom} = diâmetro dominante (cm); a, b, c = parâmetros das funções; e = constante de Euler (2,718281829...).

As funções candidatas para modelagem da relação hipsométrica foram ajustadas para 83.130 pares de valores de altura total (h) e diâmetro à altura do peito (d). Os ajustes dos modelos foram efetuados por meio do procedimento PROC NLIN do aplicativo computacional SAS® *OnDemand for Academics*, baseado no algoritmo de Gauss-Newton. Para garantir a aplicabilidade geral da relação hipsométrica, os parâmetros das funções foram ajustados como combinação linear de diferentes variáveis do povoamento, divididas nas categorias: I) idade; II) sítio; III) parcela; e IV) densidade.

Semelhante à técnica aplicada para seleção das variáveis para as funções de crescimento em diâmetro, neste caso, foram ajustadas regressões lineares múltiplas com as variáveis de cada categoria, sendo variável dependente a altura total (h) das árvores de *Pinus taeda*. A seleção do melhor conjunto de variáveis independentes, dentro de cada categoria, foi realizada por meio de seleção *rsquare* do procedimento PROC REG do SAS® *OnDemand for Academics*. Por fim, foi utilizada regressão linear múltipla com as melhores variáveis independentes de cada categoria, cuja variável dependente foi novamente h , em que a seleção do melhor conjunto de variáveis independentes, com pelo menos uma variável de cada categoria, foi realizada por meio da significância do coeficiente correspondente a cada variável (t de Student) e fator de inflação da variância (FIV), para evitar multicolinearidade, conforme Myers (1986).

Modelagem Volumétrica e Função de Afilamento

Com os dados de volumetria das árvores de *Pinus taeda*, foram formados quatro conjuntos de dados: I) o primeiro com 631 observações em nível de árvores, para desenvolvimento da equação de volume com casca; II) o segundo com 519 observações em nível de árvore, para desenvolvimento da equação de volume sem casca; III) o terceiro compreende 10.489 observações em nível de seção, para desenvolver a equação de afilamento em diâmetro com casca; IV) por fim, o quarto conjunto de dados compreende 8.823 observações em nível de seção, para desenvolver a equação de afilamento em diâmetro sem casca.

Primeiramente, foi feito o ajuste de diversos modelos de volume e de afilamento nas suas formas simples (Tabela 5), com objetivo de verificar os dados e os modelos candidatos de melhor desempenho, utilizando os procedimentos PROC NLIN e PROC REG do aplicativo computacional SAS® *OnDemand for Academics*, para modelos não lineares e lineares, respectivamente. Posteriormente, os modelos de melhor desempenho, foram ajustados com seus coeficientes como função linear da idade, visando produzir equações de aplicabilidade para as diversas idades das árvores de *Pinus taeda* L.

Tabela 5. Modelos de volume e afilamento testados para estimar volumes e diâmetros, com e sem casca, de árvores de *Pinus taeda* L.

Table 5. Volume and Taper models tested to estimate volume and diameter, inside and outside bark, of *Pinus taeda* L. trees.

Denominação/Autor	Modelo
Modelos de volume	
Näslund (1947) Modificado	$v = a + b d^2 h + c d h^2 + f h^2$
Péllico Netto (1986)	$v = h(a + b d + c d^2)$
Schumacher e Hall (1933)	$v = a d^b h^c$
Spurr (1952)	$v = a + b d^2 h$
Tomé (1990)	$v = a + b d^2 h + c d h^2$
Modelos de Afilamento	
Biging (1984)	$d_i = d \left[a + b \ln \left(1 - \left(\frac{h_i}{h} \right)^{\frac{1}{c}} \left(1 - e^{-\frac{a}{b}} \right) \right) \right]$
Kozak <i>et al.</i> (1969)	$d_i = d \left[a + b \left(\frac{h_i}{h} \right) + c \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$
Schöpfer (1966)	$d_i = d \left[a + b \left(\frac{h_i}{h} \right) + c \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 + f \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 + g \left(\frac{h_i}{h} \right)^4 + m \left(\frac{h_i}{h} \right)^5 \right]$

Fonte: Adaptado de PÉLLICO NETTO (1980), PÉLLICO NETTO (1986) e TOMÉ *et al.* (2007).

Nota: v = volume individual, com e sem casca (m^3); d = diâmetro à altura do peito com casca (cm); h = altura total (m); d_i = diâmetro na altura h_i do fuste da árvore, com e sem casca (cm); h_i = altura na posição i do fuste da árvore (m); a, b, c, f, g, m = coeficientes a serem estimados; $\ln$ = logaritmo natural; $e = 2,718281829...$

Seleção e Validação dos Modelos

Em uma fase inicial, os modelos de crescimento em altura dominante (h_{dom}) e diâmetro à altura do peito (d), relação hipsométrica, modelos volumétricos e funções de afilamento tiveram seus desempenhos comparados por meio dos critérios: coeficiente de determinação ajustado (R_{aj}^2), erro padrão relativo ($syx\%$), média das diferenças (MD), média das diferenças absolutas (MAD) e análise dos resíduos studentizados (r_i). Os resíduos studentizados foram representados sobre a variável dependente estimada ($\hat{Y}_i$), almejando-se distribuição de resíduos uniforme, com ausência de padrões. Uma vez detectada heterocedasticidade ou distribuição não normal dos resíduos studentizados, os modelos foram ajustados novamente pelo método dos mínimos quadrados ponderados, conforme Parresol (1993), Huber (1964) e Myers (1986).

Além das estatísticas calculadas por meio dos resíduos (R_{aj}^2 , $syx\%$, MD e MAD), recorreu-se aos resíduos PRESS ($e_{i,-i}$) para calcular a eficiência da modelagem (EM), a média das diferenças PRESS (MD_{PRESS}) e média das diferenças absolutas PRESS (MAD_{PRESS}). Os resíduos PRESS ($e_{i,-i}$) foram utilizados para realizar a validação dos modelos de volume e funções de afilamento.

Já a validação para os modelos de crescimento em altura dominante (h_{dom}) e diâmetro à altura do peito (d) e para a relação hipsométrica foi realizada com parte do conjunto de dados, cerca de 10%, selecionados de maneira aleatória cobrindo grande parte da variabilidade total dos dados. Foi utilizada a técnica de validação cruzada, calculando-se as estatísticas eficiência da modelagem (EM), média das diferenças (MD) e média das diferenças absolutas (MAD). Para os modelos de crescimento e relação hipsométrica, foi analisada a consistência lógica e biológica das estimativas dos parâmetros das funções, por meio dos sinais e valores dos parâmetros, especialmente para as assíntotas. Além disso, para a avaliação da modelagem do crescimento em diâmetro à altura do peito, foi realizada uma análise visual das curvas de incremento corrente anual (ICA_d) e de produção em diâmetro à altura do peito (d), procedentes dos modelos de melhor desempenho, para diferentes classes de sítio, de índice de competição, densidade inicial de plantio, intensidade e número de desbastes.

O modelo logístico para sobrevivência das árvores individuais de *Pinus taeda*, foi analisado quanto à significância de cada variável pelo teste de Wald (1943). A qualidade do ajuste do modelo logístico foi analisada por meio do teste Hosmer-Lemeshow e a curva ROC (*receiver operating characteristic*) foi considerada para avaliar a exatidão das estimativas de sobrevivência geradas pelo modelo logístico, conforme Hosmer e Lemeshow (2000). O valor do ponto de corte foi definido analisando a taxa de sobrevivência global das árvores, o ponto de

encontro das curvas de sensibilidade e especificidade e a porcentagem de classificação correta de sobrevivência e mortalidade das árvores de *Pinus taeda*.

RESULTADOS

Modelagem para Classificação de Sítios Florestais

Os critérios de ajustes e precisão das funções de crescimento para estimativa da altura dominante futura (h_{dom2}), tanto na forma integral como as funções diferenciais foram muito semelhantes, com pequena superioridade para os modelos diferenciais, ou seja, conforme a abordagem da diferença algébrica (ADA). No entanto, ocorreu uma exceção para a função Lundqvist-Korf_m, a qual apresentou o pior desempenho para quase todos os critérios de seleção.

Considerando os critérios de seleção, análise dos resíduos e validação das equações de crescimento em altura dominante, mereceram destaque pelo bom desempenho as funções Lundqvist-Korf_k, Richards_m e Hossfeld IV/McDill-Amateis_c. Após analisar as curvas de sítio sobre a trajetória do crescimento em altura dominante, decidiu-se por selecionar a função de Hossfeld IV/McDill-Amateis tendo como parâmetro livre “c”, a qual ajustada com todo o conjunto dados, incluindo os dados de ajuste e validação, é dada por:

$$h_{dom2} = \frac{57,017}{1 - \left[1 - \left(\frac{57,017}{h_{dom1}} \right) \right] * \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^{1,2457}}$$

Em que: h_{dom2} = altura dominante da idade t_2 (m); h_{dom1} = altura dominante da idade t_1 (m); t_2 = idade futura (ano); t_1 = idade inicial (ano).

Optou-se por apresentar os critérios de seleção, de validação (Tabela 6) e o comportamento das curvas de sítio sobre a trajetória do crescimento em altura dominante (Figura 1), somente da equação selecionada de Hossfeld IV/McDill-Amateis_c.

Tabela 6. Estatísticas de seleção e de validação para a equação de Hossfeld IV/McDill-Amateis_c, para estimativa da altura dominante futura (h_{dom2}) de povoamentos de *Pinus taeda* L.

Table 6. Selection and cross-validation statistics of Hossfeld IV/McDill-Amateis_c equation, to estimate future dominant height (h_{dom2}) for *Pinus taeda* L. stands.

Estatísticas de Seleção					
$R^2_{aj.}$	$syx\%$	MD	MAD	MD_{PRESS}	MAD_{PRESS}
0,9946	2,93	0,0191	0,4183	0,0048	0,4112
Estatísticas de Validação					
EM_{1-2}	MD_{1-2}	MAD_{1-2}	EM_{2-1}	MD_{2-1}	MAD_{2-1}
0,9947	0,0362	0,4226	0,9946	0,0108	0,4185

Nota: $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; $syx\%$ = erro padrão relativo; MD = média das diferenças (m); MAD = média das diferenças absolutas (m); MD_{PRESS} = média das diferenças PRESS (m); MAD_{PRESS} = média das diferenças absolutas PRESS (m); EM = eficiência da modelagem; MD = média das diferenças (m); MAD = média das diferenças absolutas (m); 1 – 2 = indica o uso dos dados de ajuste para estimativa dos parâmetros e dos dados de validação para cálculo do critério estatístico; 2 – 1 = indica o uso dos dados de validação para estimativa dos parâmetros e dos dados de ajuste para cálculo do critério estatístico.

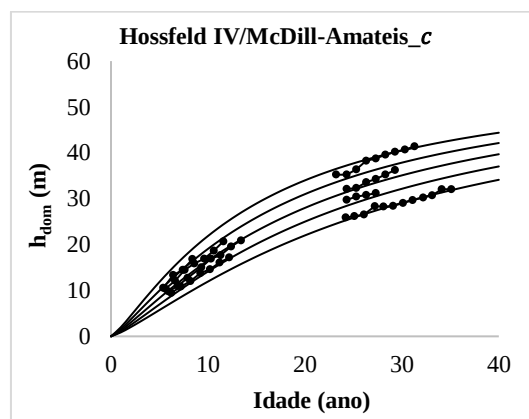


Figura 1. Curvas de índice de sítio resultantes da função Hossfeld IV/McDill-Amateis_c, para povoamentos de *Pinus taeda* L., na região Meio-Oeste de Santa Catarina.

Figure 1. Site index curves from the Hossfeld IV/McDill-Amateis_c function, for *Pinus taeda* L. stands, in the Midwest region of Santa Catarina state, Brazil.

Modelagem da Sobrevivência Individual das Árvores

As variáveis independentes selecionadas para estimar a probabilidade anual de sobrevivência, considerando a mortalidade regular e irregular foram: idade (t), em anos; o incremento médio anual em diâmetro (IMA_d), em cm.ano^{-1} ; o índice de competição IC_{13} , área basal (G), em $\text{m}^2.\text{ha}^{-1}$; coeficiente de variação dos diâmetros (CV_d), em %; e a ocorrência de desbaste ($Desb$). Todos os coeficientes correspondentes às variáveis independentes selecionadas foram significativos, conforme o teste de Wald (1943) (Tabela 7).

Quando foi analisada a probabilidade anual de sobrevivência, considerando somente a mortalidade regular, as variáveis selecionadas para o modelo logístico foram: diâmetro à altura do peito (d), em cm; os índices de competição IC_7 e IC_{12} ; o número de árvores por hectare (N); e o diâmetro médio da parcela ($\bar{d}$). Todos os coeficientes correspondentes às variáveis independentes selecionadas foram significativos, de acordo com o teste de Wald (1943) (Tabela 7).

Tabela 7. Coeficientes estimados e teste de Wald, para as variáveis selecionadas do modelo de sobrevivência, considerando mortalidade regular e irregular, e somente a mortalidade regular de *Pinus taeda* L.

Table 7. Estimated coefficients and Wald test, for the selected variables of the survival model, considering regular and irregular mortality, and only regular mortality of *Pinus taeda* L.

Mortalidade Regular e Irregular			Mortalidade Regular		
Variável Independente	Coefficiente	Wald	Variável Independente	Coefficiente	Wald
Intercepto	-7,4653	198,49**	Intercepto	-1,6285	5,20*
Idade (t)	0,3062	476,88**	d	0,1417	19,16**
IMA_d	4,9112	3006,47**	IC_7	13,6576	261,40**
IC_{13}	98,4045	183,71**	IC_{12}	4,0624	147,23**
G	-0,0358	129,11**	N	-0,00110	39,03**
CV_d	0,0236	7,69**	$\bar{d}$	-0,2600	102,27**
$Desb$	1,8425	33,11**			

Nota: IMA_d = incremento médio anual em diâmetro (cm.ano^{-1}); IC_{13} = BAL modificado; G = área basal ($\text{m}^2.\text{ha}^{-1}$); CV_d = coeficiente de variação dos diâmetros (%); $Desb$ = ocorrência de desbaste; d = diâmetro à altura do peito (cm); IC_7 = razão entre o diâmetro da árvore objeto e o diâmetro dominante da parcela; IC_{12} = BAL relativo à área basal da parcela; N = número de árvores da parcela (arv.ha^{-1}); $\bar{d}$ = diâmetro médio da parcela (cm); * significativo a 5% de probabilidade ($\alpha = 0,05$); ** significativo a 1% de probabilidade ($\alpha = 0,01$).

O teste de Hosmer-Lemeshow indicou que não há diferença significativa entre os valores observados e estimados de sobrevivência e mortalidade regular e irregular, considerando o nível de significância de 5%. O teste de Hosmer-Lemeshow também indicou não haver diferenças significativas para os valores observados e estimados de sobrevivência e apenas mortalidade regular, também com nível de significância de 5%. De acordo com o teste de Hosmer-Lemeshow, os modelos logísticos (Tabela 7) apresentaram boas estimativas de sobrevivência, considerando tanto a mortalidade regular e irregular, como somente a mortalidade regular, em nível de árvore individual, para *Pinus taeda*, na região Meio Oeste de Santa Catarina.

A área abaixo da curva ROC foi de 0,8845 e 0,8417 para a sobrevivência considerando a mortalidade regular e irregular, e somente a mortalidade regular, respectivamente. Esses resultados indicam excelente capacidade de classificação dos modelos logísticos ajustados, conforme Hosmer e Lemeshow (2000).

Para o modelo de sobrevivência considerando a mortalidade regular e irregular, as curvas de sensibilidade e especificidade indicaram a probabilidade de 0,992 para o ponto de corte ótimo. No entanto, visando a obtenção de uma probabilidade limite que resultasse numa estimativa de mortalidade regular e irregular mais próxima à observada, foram testados os valores de ponto de corte de 0,90, 0,92 e 0,94. O melhor resultado foi encontrado para o ponto de corte de 0,92, para o qual o erro de classificação foi de 1,15% para árvores vivas e 56,88%, para árvores mortas.

De maneira semelhante, o modelo de sobrevivência considerando apenas a mortalidade regular apresentou o ponto de corte ótimo indicado pelas curvas de sensibilidade e especificidade de 0,991, entretanto este valor levou a um erro de classificação absoluto para as árvores vivas bastante alto. Assim, visando equilibrar o erro de classificação, recomenda-se a utilização da probabilidade limite de 0,92, a qual apresenta erro de classificação de 0,93% para árvores vivas e 47,77%, para árvores mortas.

Modelagem do Crescimento em Diâmetro à Altura do Peito

Segundo os critérios de seleção das equações de crescimento em diâmetro à altura do peito, oriundas da abordagem da diferença algébrica (ADA) (Tabela 3), de maneira geral, as funções diferenciais do modelo de Lundqvist-Korf apresentaram melhor ajuste e precisão. Todas as funções de crescimento da abordagem da diferença algébrica (ADA) apresentaram estimativas dos parâmetros com boa consistência biológica. Apenas, com exceção da função de Lundqvist-Korf com o parâmetro livre “ k ” e parâmetro “ m ” como função linear de variáveis do povoamento, que apresentou valor assintótico de 842, sendo necessário fixar este valor no ajuste da função para 140, conforme Burns e Honkala (1990).

De maneira geral, a função de crescimento diferencial Zeide1 apresentou pequena superioridade para as estatísticas R^2_{aj} , $syx\%$, MD , MAD ; o oposto pode ser observado para as estatísticas MD_{PRESS} e MAD_{PRESS} , em que a função Zeide2 teve melhor desempenho. Os ajustes das funções diferenciais de Zeide (1993) resultaram em valores baixos de R^2_{aj} e mais altos de $syx\%$, quando comparados às funções de crescimento da abordagem da diferença algébrica (ADA), entretanto essas estatísticas são calculadas para diferentes variáveis dependentes, não podendo ser comparadas. Já para a fase de validação das equações de crescimento em diâmetro à altura do peito, as estatísticas foram calculadas para a variável diâmetro à altura do peito futuro (d_2), sendo possível a comparação entre as diferentes abordagens da modelagem. Optou-se por apresentar aqui somente as estatísticas de seleção e validação das funções, uma de cada abordagem, que seguiram para os demais testes, Lundqvist-Korf com o parâmetro livre “ A ” e parâmetro “ k ” como função linear de variáveis do povoamento e a equação de Zeide1 com o parâmetro “ k ” função linear de variáveis do povoamento (Tabela 8).

Tabela 8. Estatísticas de seleção e de validação cruzada para as equações de Lundqvist-Korf_A_var_k e Zeide1_var_k, para estimativa do crescimento em diâmetro à altura do peito de *Pinus taeda* L.

Table 8. Selection and cross-validation statistics of Lundqvist-Korf_A_var_k and Zeide1_var_k equation, to estimate diameter at breast height growth for *Pinus taeda* L.

Denominação	Estatísticas de Seleção					
	R^2_{aj}	$syx\%$	MD	MAD	MD_{PRESS}	MAD_{PRESS}
Lundqvist-Korf_A_var_k	0,9932	2,50	0,00750	0,4073	0,00055	0,3870
Zeide1_var_k	0,6046	47,66	-0,00205	0,4066	0,00341	0,3905
Denominação	Estatísticas de Validação					
	EM_{1-2}	MD_{1-2}	MAD_{1-2}	EM_{2-1}	MD_{2-1}	MAD_{2-1}
Lundqvist-Korf_A_var_k	0,9934	0,0351	0,4100	0,9931	-0,0248	0,4098
Zeide1_var_k	0,9933	0,0163	0,4120	0,9932	-0,0283	0,4107

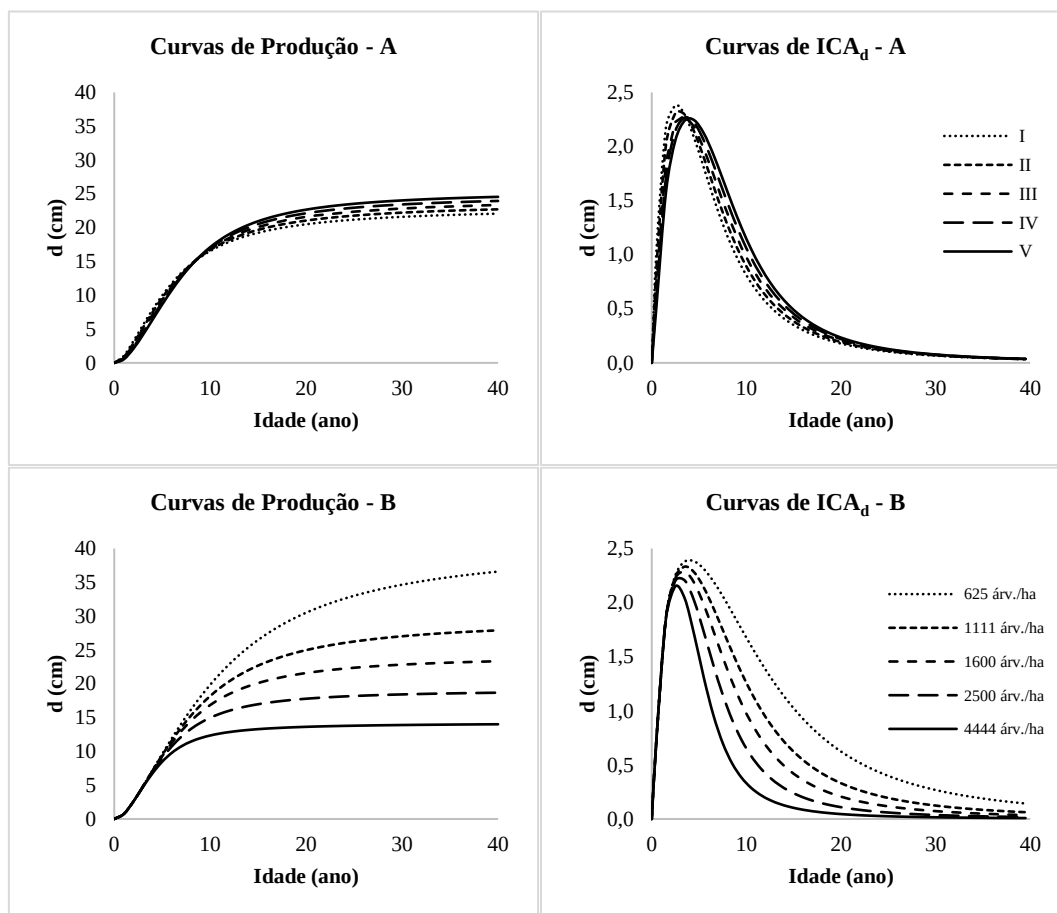
Nota: R^2_{aj} = coeficiente de determinação ajustado; $syx\%$ = erro padrão relativo; MD = média das diferenças (cm); MAD = média das diferenças absolutas (cm); MD_{PRESS} = média das diferenças PRESS (cm); MAD_{PRESS} = média das diferenças absolutas PRESS (cm); EM = eficiência da modelagem; MD = média das diferenças (cm); MAD = média das diferenças absolutas (cm); 1 – 2 = indica o uso dos dados de ajuste para estimativa dos parâmetros e dos dados de validação para cálculo do critério estatístico; 2 – 1 = indica o uso dos dados de validação para estimativa dos parâmetros e dos dados de ajuste para cálculo do critério estatístico.

A distribuição de resíduos para as funções de crescimento das duas abordagens testadas não apresentaram heterocedasticidade, apenas desvios quanto à distribuição normal dos resíduos studentizados, os quais foram corrigidos com o ajuste pelo método dos mínimos quadrados ponderados, conforme Huber (1964).

Após a análise visual das curvas de incremento corrente anual (ICA_d) e de produção em diâmetro à altura do peito (d) (Figura 2), considerando os critérios de seleção e validação das diferentes funções de crescimento da abordagem da diferença algébrica (ADA) e funções de crescimento diferenciais de Zeide (1993), o modelo Lundqvist-Korf_A_var_k foi selecionado para estimar o crescimento em diâmetro à altura do peito (d) de árvores individuais de *Pinus taeda* L., na região Meio Oeste de Santa Catarina.

$$d_2 = d_1 e^{k \left[\left(\frac{1}{t_1^{0,312921}} \right) - \left(\frac{1}{t_2^{0,312921}} \right) \right]}$$

Em que: $k = 9,4750 - 0,1097S - 0,0339IC_9 + 0,0492d_{dom} - 0,0857G + 0,0033G_{desb}(1 - 0,5t_{desb})t_{desb < 2}$; d_2 = diâmetro à altura do peito na idade t_2 (cm); d_1 = diâmetro à altura do peito na idade t_1 (cm); t_2 = idade futura (ano); t_1 = idade inicial (ano); S = índice de sítio (m). Altura dominante (h_{dom}) na idade de referência de 20 anos, estimada por meio da equação de índice de sítio desenvolvida nessa tese; IC_9 = índice de competição. Soma das áreas transversais das árvores “ k ” maiores do que a árvore objeto “ i ” ($m^2 \cdot ha^{-1}$); d_{dom} = diâmetro dominante da parcela da árvore objeto “ i ” (cm); G = área basal da parcela da árvore objeto “ i ” ($m^2 \cdot ha^{-1}$); G_{desb} = área basal das árvores removidas pelo desbaste ($m^2 \cdot ha^{-1}$); t_{desb} = tempo desde a ocorrência do desbaste (anos); $t_{desb < 2}$ = variável *dummy*, a qual assume valor 1 se $0 < t_{desb} < 2$, senão assume valor zero.



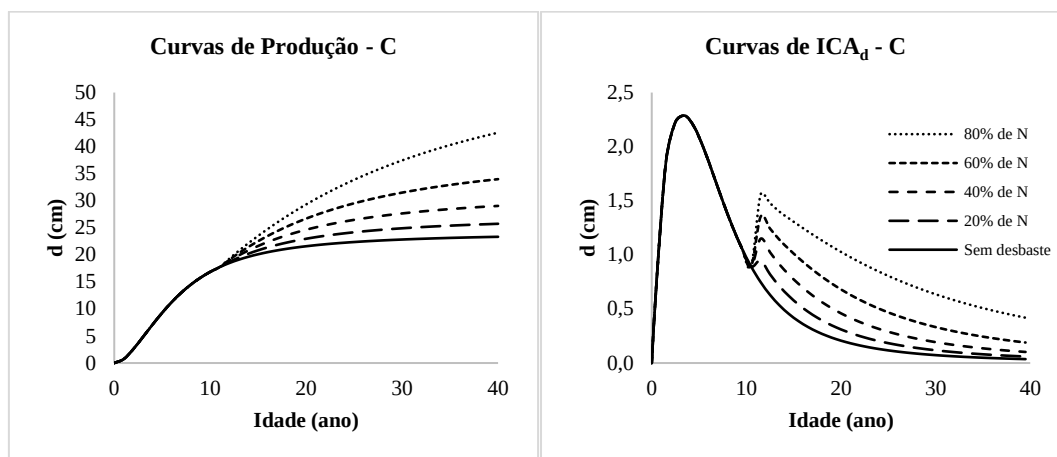


Figura 2. Simulação do crescimento em diâmetro à altura do peito médio para povoamentos de *Pinus taeda* L., por meio do modelo de Lundqvist-Korf_A_var_k, para diferentes classes de sítio (A), densidades iniciais de plantio (B) e intensidades de desbaste (C).

Figure 2. Growth simulation of mean diameter at breast height of *Pinus taeda* L. stands, by the Lundqvist-Korf_A_var_k model, for different site classes (A), initial stand density (B), and thinning intensity (C).

Modelagem da Relação Hipsométrica

O modelo de Harrison *et al.* (1986), ajustado com seus coeficientes função linear de variáveis do povoamento florestal, mostrou o melhor desempenho estatístico para relação hipsométrica de *Pinus taeda*. Dentre as diferentes variações do modelo de Harrison *et al.* (1986), aquele ajustado com o coeficiente “c” como combinação linear de variáveis do povoamento apresentou ligeira superioridade para os critérios de seleção e validação, os quais são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9. Estatísticas de seleção e de validação cruzada para a equação de Harrison_c, para relação hipsométrica geral de povoamentos de *Pinus taeda* L.

Table 9. Selection and cross-validation statistics of Harrison_c equation, of the general height-diameter equations for *Pinus taeda* L. stands.

Estatísticas de Seleção					
$R^2_{aj.}$	syx%	MD	MAD	MD _{PRESS}	MAD _{PRESS}
0,9817	5,91	-0,01795	0,6731	-0,00626	0,6402
Estatísticas de Validação					
EM ₁₋₂	MD ₁₋₂	MAD ₁₋₂	EM ₂₋₁	MD ₂₋₁	MAD ₂₋₁
0,9841	0,0057	0,6623	0,9817	-0,0457	0,6762

Nota: $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; syx% = erro padrão relativo; MD = média das diferenças (m); MAD = média das diferenças absolutas (m); MD_{PRESS} = média das diferenças PRESS (m); MAD_{PRESS} = média das diferenças absolutas PRESS (m); EM = eficiência da modelagem; MD = média das diferenças (m); MAD = média das diferenças absolutas (m); 1 – 2 = indica o uso dos dados de ajuste para estimativa dos parâmetros e dos dados de validação para cálculo do critério estatístico; 2 – 1 = indica o uso dos dados de validação para estimativa dos parâmetros e dos dados de ajuste para cálculo do critério estatístico.

O modelo de Harrison *et al.* (1986), ajustado com seus coeficientes função linear de variáveis do povoamento florestal, por meio dos mínimos quadrados ponderados, aplicando-se o método de Huber (1964), apresentou resíduos studentizados com uniformidade, homocedasticidade e distribuição normal.

Conforme os critérios estatísticos de seleção, validação e análise de resíduos, o modelo mais adequado para representar a relação hipsométrica geral de *Pinus taeda* foi Harrison_c:

$$h = 1,3 + \left\{ h_{dom} \left[1 - 0,86339e^{(-0,17538h_{dom})} \right] \left[1 - e^{\left(-c \left(\frac{d}{h_{dom}} \right) \right)} \right] \right\}$$

Em que: $c = 0,30393 + 0,04328t + 0,02985S - 0,00512CV_d + 0,00340G$; h = altura total (m); d = diâmetro à altura do peito (cm); h_{dom} = altura das árvores dominantes da parcela (m); t = idade do povoamento

(ano); S = índice de sítio (m). Altura dominante (h_{dom}) na idade de referência de 20 anos; CV_d = coeficiente de variação dos diâmetros da parcela (%); G = área basal da parcela ($m^2 \cdot ha^{-1}$); e = constante de Euler (2,718281829...).

A equação de relação hipsométrica Harrison_c foi utilizada para gerar estimativas das alturas totais (h) de árvores de *Pinus taeda*, de povoamentos de idades variando de 5 a 35 anos e de índices de sítio de 22, 28 e 34 m (Figura 3).

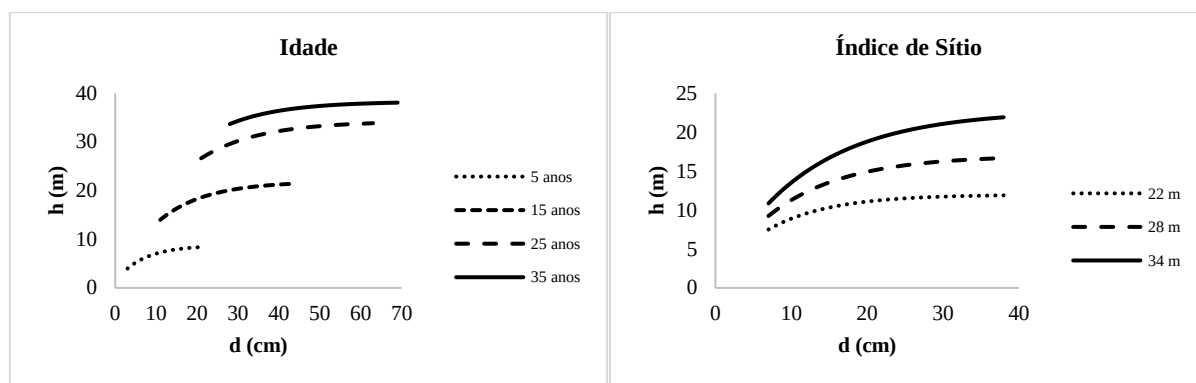


Figura 3. Efeito da idade e da qualidade de sítio sobre a relação hipsométrica de *Pinus taeda* L., representada pelo modelo de Harrison_c.

Figure 3. Age and site index effect on general height-diameter relationship for *Pinus taeda* L., represented by Harrison_c equation.

Modelagem Volumétrica e Função de Afilamento

As equações derivadas do modelo de Schumacher e Hall (1933) apresentaram estatísticas de seleção superiores aos demais modelos, tanto para a estimativa do volume com casca, como sem casca de *Pinus taeda* (Tabela 10). Após a aplicação dos métodos de Parresol (1993) e Huber (1964), as equações derivadas do modelo de Schumacher e Hall (1933) apresentaram distribuição de resíduos studentizados uniforme, sem heterocedasticidade e de acordo com a distribuição normal. Assim, foi realizada a validação das equações do modelo de Schumacher e Hall (1933) em sua formulação tradicional e com cada parâmetro ajustado como função linear da idade (Tabela 10). Após a fase de validação, o modelo de Schumacher e Hall com o coeficiente c função linear da idade foi selecionado para estimar o volume com casca, e o modelo de Schumacher e Hall com o coeficiente b função linear da idade, para estimar o volume sem casca de *Pinus taeda*.

Tabela 10. Estatísticas de seleção e de validação para as equações de Schumacher e Hall_c e Schumacher e Hall_b, para estimativa do volume com e sem casca de *Pinus taeda* L., respectivamente.

Table 10. Selection and validation statistics of Schumacher e Hall_c and Schumacher e Hall_b equation, to estimate volume inside and outside bark of *Pinus taeda* L., respectively.

Denominação	Volume	Estatísticas de Seleção		
		$R^2_{aj.}$	$syx\%$	MD
Schumacher e Hall_c	Com casca	0,9907	12,39	-0,00060
Schumacher e Hall_b	Sem Casca	0,9894	13,41	-0,00135
Denominação	Volume	Estatísticas de Validação		
		EM	MD_{PRESS}	MAD_{PRESS}
Schumacher e Hall_c	Com casca	0,9919	0,00003	0,02711
Schumacher e Hall_b	Sem Casca	0,9909	0,00007	0,02905

Nota: $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; $syx\%$ = erro padrão relativo; MD = média das diferenças (m^3); EM = eficiência da modelagem; MD_{PRESS} = média das diferenças PRESS (m^3); MAD_{PRESS} = média das diferenças absolutas PRESS (m^3); b, c = coeficientes do modelo função linear da idade.

As equações indicadas para estimativa de volume total com e sem casca de *Pinus taeda* foram resultantes do modelo de Schumacher e Hall com o coeficiente c e b função da idade, respectivamente:

$$v_{cc} = 0,0000681 d^{1,7840139} h^{(0,9854381+0,0030009 t)}$$

$$v_{sc} = 0,0000372 d^{(1,7715170+0,0012014 t)} h^{1,1803628}$$

Em que: v_{cc} = volume total com casca (m^3); v_{sc} = volume total sem casca (m^3); d = diâmetro à altura do peito com casca (cm); h = altura total (m); t = idade (ano).

Quanto às funções de afilamento, o modelo de Schöpfer (1966), dentre os modelos testados, apresentou melhor ajuste ($R^2_{aj.}$) e menor erro ($syx\%$) para estimar os diâmetros com casca ao longo do tronco de *Pinus taeda*. Os modelos de afilamento de Schöpfer (1966) e Biging (1984), variando seus coeficientes conforme a idade, apresentaram melhora quase inexpressiva dos critérios $R^2_{aj.}$ e $syx\%$ para estimativa do diâmetro com casca, com relação às formas tradicionais de ajuste. Para estimativa de diâmetro sem casca de *Pinus taeda*, o modelo de Schöpfer (1966) apresentou pequena vantagem sobre o modelo de Biging (1984) para todos os critérios de seleção avaliados. Destacaram-se o modelo de Schöpfer (1966) variando o coeficiente “b” e o coeficiente “m” conforme a idade, para estimativa do diâmetro sem casca ao longo do tronco de *Pinus taeda*. O modelo de Kozak *et al.* (1969) apresentou as piores estatística de seleção, tanto para a estimativa de diâmetros com casca, como sem casca de *Pinus taeda*. A distribuição dos resíduos studentizados foi muito semelhante para os modelos de Schöpfer (1966) e Biging (1984), para todas as formulações testadas, sem heterocedasticidade ou com distribuição normal. Todavia, com maior frequência de valores negativos de resíduos studentizados para os maiores valores de diâmetros com casca estimados, podendo indicar tendência de superestimativa.

Devido ao melhor desempenho dos critérios de seleção do modelo de Schöpfer (1966), este foi selecionado para a fase de validação, confrontando a forma de ajuste tradicional com os coeficientes função da idade das árvores. Após a fase de validação, a forma tradicional de ajuste do modelo de Schöpfer (1966) foi selecionada para estimar os diâmetros com e sem casca de ao longo do tronco de *Pinus taeda*, cujos critérios de seleção e validação estão apresentados na Tabela 11.

$$d_{icc} = d \left[1,20813 - 3,58707 \left(\frac{h_i}{h} \right) + 14,87828 \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 - 32,19722 \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 + 30,44277 \left(\frac{h_i}{h} \right)^4 - 10,74801 \left(\frac{h_i}{h} \right)^5 \right]$$

$$d_{isc} = d \left[1,05712 - 2,73771 \left(\frac{h_i}{h} \right) + 11,71706 \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 - 25,43124 \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 + 23,40369 \left(\frac{h_i}{h} \right)^4 - 8,01307 \left(\frac{h_i}{h} \right)^5 \right]$$

Em que: d_{icc} = diâmetro com casca na altura h_i do fuste da árvore (cm); d_{isc} = diâmetro sem casca na altura h_i do fuste da árvore (cm); d = diâmetro à altura do peito com casca (cm); h = altura total (m); h_i = altura na posição i do fuste da árvore (m).

Tabela 11. Estatísticas de seleção e de validação para as equações de Schöpfer (1966), para estimativa do diâmetro com e sem casca do tronco de *Pinus taeda* L.

Table 11. Selection and validation statistics of Schöpfer (1966) equation, to estimate diameter inside and outside bark of *Pinus taeda* L. stem.

Denominação	Diâmetro	Estatísticas de Seleção		
		$R^2_{aj.}$	$syx\%$	MD
Schöpfer (1966)	Com casca	0,9814	9,82	0,14307
Schöpfer (1966)	Sem Casca	0,9796	10,73	-0,02030
Denominação	Diâmetro	Estatísticas de Validação		
		EM	MD_{PRESS}	MAD_{PRESS}
Schöpfer (1966)	Com casca	0,9814	0,1425	1,0878
Schöpfer (1966)	Sem Casca	0,9796	-0,02388	1,05628

Nota: $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; $syx\%$ = erro padrão relativo; MD = média das diferenças (cm); EM = eficiência da modelagem; MD_{PRESS} = média das diferenças PRESS (cm); MAD_{PRESS} = média das diferenças absolutas PRESS (cm).

DISCUSSÃO

Modelagem para Classificação de Sítios Florestais

Segundo Amaro *et al.* (1998), quando se utiliza dados de parcelas permanentes e deseja-se projetar o crescimento da altura dominante em intervalos de tempo anuais, a forma diferencial das equações de crescimento é mais apropriada. Fontes *et al.* (2003) e Diéguez-Aranda *et al.* (2005) selecionaram a equação derivada do modelo de Hossfeld IV/McDill-Amateis_c, para classificação de sítios de *Pseudotsuga menziesii*, em Portugal, e *Pinus sylvestris*, no noroeste da Espanha, respectivamente. Diéguez-Aranda *et al.* (2005) reportaram que o modelo Hossfeld IV/McDill-Amateis_c resultou no melhor equilíbrio entre aspectos estatísticos e biológicos, produzindo as curvas de índice de sítio mais adequadas.

Até o momento da defesa dessa tese, as curvas de índice de sítio geradas para povoamentos de *Pinus taeda*, no Sul do Brasil, invariavelmente utilizaram o modelo de Richards na forma integral e o método da curva guia, para gerar famílias de curvas de crescimento em altura dominante anamórficas (SCOLFORO e MACHADO, 1988; SELLE *et al.*, 1994; TÊO *et al.*, 2011; DAVID *et al.*, 2015). Até a atualidade, o uso de equações diferenciais para construção de curvas de índice de sítio ainda é pouco pesquisado, podendo-se citar os trabalhos de Scolforo (1992), Cunha Neto *et al.* (1996) e Miranda *et al.* (2021), que ajustaram equações diferenciais, para gerar curvas de índice de sítio anamórficas para *Pinus caribaea*, *Eucalyptus* e *Pinus taeda*, respectivamente. No Brasil, apenas Castro Neto (2015) testou várias equações derivadas pelas abordagens ADA e GADA, para modelar o crescimento em altura dominante de *Eucalyptus urograndis*, tendo selecionado a equação de Richards com o parâmetro livre “m”, também testada nessa tese.

Modelagem da Sobrevivência Individual das Árvores

A relação das variáveis IMA_d , G e CV_d com a sobrevivência demonstrou muito bem a coerência biológica da equação de sobrevivência considerando a mortalidade regular e irregular, pois quanto maior o crescimento diamétrico da árvore, maior a sobrevivência e quanto maior a área basal e a variabilidade dos diâmetros da parcela, menor a sobrevivência.

Quanto à sobrevivência considerando apenas a mortalidade regular, as variáveis que demonstraram maior coerência biológica do modelo logístico foram d , IC_7 e IC_{12} . A seleção da variável diâmetro médio da parcela ($\bar{d}$) para compor o modelo pode estar relacionada ao seu comportamento semelhante ao da variável idade (t).

Dentre as variáveis independentes do modelo de sobrevivência, considerando a mortalidade regular e irregular, incluindo árvores danificadas pelo macaco-prego, o IMA_d foi a variável mais significativa, de acordo com o teste de Wald (1943) (Tabela 7). Liebsch *et al.* (2015) concluíram que os danos provocados por macacos-prego afetam o crescimento das árvores de *Pinus taeda*. Portanto, este resultado pode demonstrar a influência dos danos causados pelo macaco-prego sobre o crescimento (IMA_d) das árvores e, conseqüentemente, sobre a sobrevivência das árvores de *Pinus taeda*.

As variáveis explicativas selecionadas para compor o modelo logístico de sobrevivência considerando a mortalidade regular, como o diâmetro à altura do peito (d) e os índices de competição IC_7 e IC_{12} , são bastante comuns em estudos sobre o tema (HAMILTON Jr., 1986; AVILA e BURKHART, 1992; MONSERUD e STERBA, 1999; EID e TUHUS, 2001; BRAVO-OVIEDO *et al.*, 2006; CRECENTE-CAMPO *et al.*, 2009; ADAME *et al.*, 2010; QIU *et al.*, 2015).

Embora todos os testes estatísticos tenham demonstrado o bom desempenho geral do modelo logístico para estimar a sobrevivência individual de *Pinus taeda*, tanto considerando a mortalidade irregular e regular, como somente a mortalidade regular, percebe-se os erros acentuados de classificação das árvores mortas, chegando a ser maior do que 50%. A dificuldade de modelar a sobrevivência ou mortalidade de árvores individuais se deve à extrema raridade e imprevisibilidade deste evento.

Modelagem do Crescimento em Diâmetro à Altura do Peito

Os modelos da abordagem da diferença algébrica (ADA) e as funções diferenciais de Zeide (1993) ajustadas na tese apresentaram ajuste e precisão semelhantes a outros estudos para espécies do gênero *Pinus* (AMATEIS *et al.*, 1989; BURKHART *et al.*, 2001; NUNES *et al.*, 2011).

A projeção dos valores finais de diâmetro à altura do peito (d), partindo-se da mesma densidade inicial, foram inversamente proporcionais à qualidade de sítio, para as curvas de crescimento geradas pelo modelo Lundqvist-Korf_A_var_k (Figura 2A). O resultado oposto foi reportado Palahí *et al.* (2008) e Burkhart *et al.* (2001), para *Pinus brutia* Ten., no noroeste da Grécia e para o simulador de crescimento de árvore individual de *Pinus taeda* PTAEDA2, respectivamente. Entretanto, as simulações apresentadas na Figuras 2A não abordam a influência da qualidade do sítio sobre a variabilidade dos diâmetros, sobre o diâmetro inicial para realizar a projeção do crescimento e as interações entre a qualidade de sítio e a competição, os quais são fatores que podem influenciar expressivamente o crescimento. Conforme o modelo de Lundqvist-Korf_A_var_k, quanto melhor a

qualidade do sítio florestal, mais alto é o pico da curva de incremento corrente anual em diâmetro (ICA_d), ou seja, maior é o valor de máximo ICA_d e ocorre um pouco mais cedo (Figura 2A). Tal resultado está de acordo com Weiskittel *et al.* (2007) e Weiskittel *et al.* (2011), que afirmaram que a influência da qualidade de sítio se dá na mudança da altura do pico da curva de ICA_d .

Conforme a simulação do crescimento pelo modelo Lundqvist-Korf_A_var_k, para diferentes densidades iniciais de plantio, quanto menor a densidade inicial, maiores os valores de d e ICA_d , ao longo de todo o período analisado (Figura 2B). A simulação das diferentes intensidades do desbaste foi realizada pela diminuição do número de árvores por hectare (N) na idade de 10 anos, considerando a qualidade de sítio média e densidade inicial de plantio de 1600 árv.ha⁻¹. Segundo o modelo de Lundqvist-Korf_A_var_k, quanto maior a intensidade do desbaste, maiores os valores de ICA_d nas idades subsequentes e consequentemente, maiores os valores finais de d (40 anos de idade), devido à diminuição da competição unilateral e bilateral (Figura 2C). Este resultado reflete claramente o que se conhece sobre o comportamento do crescimento em diâmetro, de acordo com a variação de densidade de povoamentos florestais.

Modelagem da Relação Hipsométrica

As diferentes variações do modelo de Harrison *et al.* (1986), testadas nesta pesquisa, apresentaram ajuste, precisão e viés muito semelhantes às reportadas por Soares e Tomé (2002), que selecionaram o mesmo modelo com o parâmetro a função linear de variáveis do povoamento, para *Eucalyptus globulus* Labill., em Portugal.

Na equação de relação hipsométrica derivada do modelo Harrison *et al.* (1986), a combinação da constante aditiva 1,3 com o coeficiente a negativo (-0,86339) assegura uma assíntota próxima ao valor da altura dominante (h_{dom}), para a relação hipsométrica de *Pinus taeda*. O coeficiente c indica a taxa de aumento da altura total (h) com o aumento do diâmetro à altura do peito (d), o qual é função linear da idade (t), índice de sítio (S), coeficiente de variação dos diâmetros das árvores da parcela (CV_d) e área basal da parcela (G). Tal propriedade permite retratar as diferenças da relação hipsométrica de *Pinus taeda*, sob efeito dessas diversas variáveis do povoamento florestal (t , S , CV_d , G), bem como, aplicabilidade geral da equação.

Em povoamentos florestais de *Pinus taeda* mais jovens, a relação hipsométrica apresentou tendência mais ascendente e curvilínea; entretanto, com o aumento da idade, tornou-se menos ascendente e curvilínea (Figura 3). Barros *et al.* (2002) relataram exatamente o mesmo comportamento, ao analisar a relação hipsométrica em povoamentos de *Pinus oocarpa* desbastados, com idades de 5 a 25 anos. Cardoso *et al.* (1989) também encontraram tendências semelhantes da relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus taeda* de diferentes idades, no centro e sudoeste do estado do Paraná. Embora tenha-se utilizado intervalos fixos de 5 anos, para retratar o efeito da idade sobre a relação hipsométrica de *Pinus taeda*, verifica-se a diminuição da distância entre as curvas da altura nas idades mais avançadas (Figura 3). Loetsch *et al.* (1973) explicaram que, uma vez que um povoamento florestal atinge certa idade, o crescimento em diâmetro e em altura reduzirá drasticamente, fazendo com que as mudanças na curva da relação hipsométrica se tornem muito pequenas em idades avançadas.

Em povoamentos florestais com melhor qualidade de sítio, a relação hipsométrica apresentou curvas mais íngremes e com maiores assíntotas do que nos sítios de pior qualidade (Figura 3). Cardoso *et al.* (1989) e Bartoszeck *et al.* (2004) reportaram curvas de altura mais íngremes para sítios de melhor qualidade, em povoamentos de *Pinus taeda* e *Mimosa scabrella* Bentham, no estado do Paraná.

Modelagem Volumétrica e Função de Afilamento

Tomé *et al.* (2007) também encontraram melhor qualidade de ajuste para o modelo de Schumacher e Hall (1933), para estimar volume total, com e sem casca, de *Eucalyptus globulus*, em Portugal. No entanto, distintamente do ocorrido nessa tese, após analisar as estatísticas de validação das diferentes formulações do modelo de Schumacher e Hall (1933), Tomé *et al.* (2007) recomendaram sua formulação mais simples. A recomendação de utilização das equações de volume, originadas do modelo de Schumacher e Hall (1933) com os coeficientes função linear da idade, deve ser acompanhada da restrição de não utilização para árvores com idades superiores a 31 anos. No entanto, essa restrição é mais difícil de ser obedecida por usuários de simuladores de crescimento e produção florestal, finalidade das equações desenvolvidas.

Semelhante à modelagem de afilamento dessa tese, Tomé *et al.* (2007) testaram alguns modelos de afilamento, em sua formulação simples e com os coeficientes função linear de variáveis climáticas e de regime de manejo, para estimativas de diâmetros com e sem casca ao longo do tronco de *Eucalyptus globulus*, em Portugal. Ao final de sua análise, esses autores recomendaram o modelo de Biging (1984) em sua formulação simples, porém o modelo de Schöpfer (1966) não foi testado por Tomé *et al.* (2007).

No momento de desenvolvimento das equações de afilamento para a tese, acreditou-se que o fato de somente um dos parâmetros da função de afilamento de Schöpfer (1966) terem sido expressos como função da idade motivaram os ganhos inexpressivos de precisão e exatidão das estimativas de diâmetro. Assim, Téó e Esteves (2022) testaram o modelo de Schöpfer (1966) com mais de um dos parâmetros ajustados como função da idade,

obtendo melhoras expressivas no desempenho estatístico, realismo biológico e conformidade com o conhecimento teórico da forma dos troncos das árvores. Podendo assim, recomendar somente uma função de afilamento para estimar diâmetros ao longo do tronco de árvores de diferentes formas, com precisão e exatidão.

CONCLUSÕES

A realização dessa tese permitiu concluir que:

- A equação de Hossfeld IV/McDill-Amateis com o parâmetro livre “ c ” apresentou o melhor equilíbrio entre desempenho estatístico, consistência biológica e representação do crescimento da altura dominante em diferentes classes de idade e qualidade de sítio. Considera-se que as curvas de índice de sítio geradas por essa equação, polimórficas com assíntota comum, são as mais adequadas para povoamentos de *Pinus taeda* L.
- Tanto o modelo de sobrevivência considerando a mortalidade regular e irregular, como considerando apenas a mortalidade regular, ajustados por meio da técnica da regressão logística, apresentaram excelente qualidade de ajuste, baixo erro de classificação e consistência biológica.
- O modelo Lundqvist-Korf com o parâmetro livre “ A ” e parâmetro “ k ” como função linear de variáveis do povoamento apresentou o melhor equilíbrio entre desempenho estatístico e realismo biológico para estimativa do crescimento do diâmetro à altura do peito (d) de árvores individuais de *Pinus taeda* L., gerando curvas de incremento corrente anual em diâmetro (ICA_d) e de crescimento em d mais adequadas para diferentes condições de competição unilateral e bilateral, de intensidade e número de desbastes.
- O ajuste da função de Harrison *et al.* (1986), com o coeficiente c função linear de variáveis do povoamento florestal, permitiu o desenvolvimento de uma equação de relação hipsométrica com bom desempenho estatístico, consistência biológica e aplicabilidade geral para povoamentos de *Pinus taeda* L. Ao aliar essas características, a técnica utilizada neste estudo apresentou caráter inovador, quando comparada às equações de relação hipsométrica comumente utilizadas no Brasil.
- O ajuste de modelos volumétricos com seus coeficientes função linear da idade do povoamento, contribuiu para a maior precisão e exatidão das estimativas de volume com casca e sem casca, de *Pinus taeda*, na região Meio Oeste do estado de Santa Catarina.
- Dentre todos os modelos de afilamento testados, o modelo de Schöpfer (1966) apresentou maior precisão e exatidão para estimativas de diâmetros com e sem casca ao longo do fuste de *Pinus taeda*, na região Meio Oeste de Santa Catarina.

PALAVRA DO AUTOR

Desde o início do desenvolvimento da tese, este autor, juntamente com o professor Dr. Sebastião do Amaral Machado, preocupou-se em produzir um documento com contribuições expressivas e com capacidade de transferir conhecimento sobre a modelagem do crescimento e produção florestal no Sul do Brasil. Isso motivou o contato com a professora Dra. Margarida Tomé, pesquisadora com grande experiência em modelagem da estrutura e dinâmica de plantios e ecossistemas florestais do Sul da Europa e do Mediterrâneo, coordenadora do grupo de pesquisa *ForChange*, com diversos investigadores, colaboradores e estudantes. A realização do doutorado sandwich com a professora Dra. Margarida Tomé permitiu a utilização da abordagem da diferença algébrica (ADA) nos modelos de crescimento e de equações com seus parâmetros ajustados como função outras variáveis, técnicas pouco, ou ainda não utilizadas até aquele momento para modelagem do crescimento e produção no Sul do Brasil. A tese conta com extensa revisão bibliográfica sobre modelagem do crescimento e produção florestal, com metodologia bastante detalhada, bem como todos os códigos de programação utilizados para ajuste e teste dos modelos. Dessa forma, a tese atendeu à intenção inicial de seu autor e orientador.

Outro destaque dessa tese é o grande conjunto de dados utilizado, que contou com aproximadamente 300 mil observações em nível de árvore individual, sendo ampliado e servindo de fonte de dados para outros estudos, como a tese do colega Luan Demarco Fiorentin, também do programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná. O tamanho e qualidade do conjunto de dados se deve ao trabalho da empresa Juliana Florestal Ltda., de seu fundador Augusto Antônio Francio (*in memoriam*), seu diretor florestal Fábio Parisotto e do engenheiro florestal Reinaldo Hoinacki da Costa, enaltecendo a parceria do programa com outras instituições e empresas.

Para finalizar a tese, após o desenvolvimento dos seus cinco capítulos, este autor escreveu sobre a sua conclusão de fato, com o desenvolvimento de um simulador do crescimento e produção florestal baseado nos modelos de árvore individual, para *Pinus taeda*, na região Meio Oeste de Santa Catarina. Dando continuidade à pesquisa, tal simulador foi feito, em parceria com o professor Dr. Rodrigo Geroni Mendes Nascimento, também colega do programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná. Além do simulador, outras pesquisas foram desenvolvidas buscando o aperfeiçoamento das técnicas de modelagem

utilizadas na tese, bem como convites para orientar e colaborar com estudos sobre o tema da modelagem do crescimento e produção florestal.

REFERÊNCIAS

- ADAME, P.; RÍO, M. del; CAÑELLAS, I. Modeling individual-tree mortality in Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) stands. **Annals of Forest Science**, Les Ulis, v. 67, n. 8, p. 810(10), 2010.
- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, Stuttgart, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2013.
- AMARO, A.; REED, D.; TOMÉ, M.; THEMIDO, I. Modeling dominant height growth: *Eucalyptus* plantations in Portugal. **Forest Science**, Bethesda, v. 44, n. 1, p. 37-46, 1998.
- AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E.; WALSH, T. A. Diameter increment and survival equations for loblolly pine trees growing in thinned and unthinned plantations on cutover, site-prepared lands. **Southern Journal of Applied Forestry**, Bethesda, v. 13, n. 4, p. 170-174, 1989.
- AVILA, O. B.; BURKHART, H. E. Modeling survival of loblolly pine trees in thinned and unthinned plantations. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 22, n. 12, p. 1878-1882, 1992.
- BARROS, D. A. de; MACHADO, S. A.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S. Comportamento de modelos hipsométricos tradicionais e genéricos para plantações de *Pinus oocarpa* em diferentes tratamentos. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p. 3-28, 2002.
- BARTOSZECK, A. C. P. S.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. de. Dinâmica da relação hipsométrica em função da idade, do sítio e da densidade inicial de povoamentos de bracinga da região metropolitana de Curitiba, PR. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 4, p. 517-533, 2004.
- BIGING, G. S. Taper equations for second-growth mixed conifers of northern California. **Forest Science**, Bethesda, v. 30, n. 4, p. 1103-1117, 1984.
- BURKHART, H. E.; FARRAR, K. D.; AMATEIS, R. L.; DANIELS, R. F. **Simulation of individual tree growth and stand development in loblolly pine plantations on cutover, site-prepared areas**. Blacksburg: Virginia Tech – Department of Forestry, 2001. 28 p.
- BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling forest trees and stands**. New York: Springer, 2012. 457 p.
- BURNS, R. M.; HONKALA, B. H. **Silvics of North America**. v. 1 Conifers. Washington: USDA Forest Service, 1990. 1383 p.
- BRAVO-OVIEDO, A.; STERBA, H.; RÍO, M. del; BRAVO, F. Competition-induced mortality for Mediterranean *Pinus pinaster* Ait. and *P. sylvestris* L. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 222, n. 1-3, p. 88-98, 2006.
- CARDOSO, D. J.; MACHADO, S. A.; ROSOT, N. C.; EMERENCIANO, D. B. Avaliação da influência dos fatores idade e sítio na relação hipsométrica para *Pinus taeda* nas regiões central e sudoeste do estado do Paraná. **Floresta**, Curitiba, v. 19, n. 1, p. 96-115, 1989.
- CASTRO NETO, F. de. **Uso de variáveis climáticas para classificação de sítios em povoamentos de eucalipto**. 135 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2015.
- CASTRO, R. V. O. **Modelagem do crescimento em nível de árvores individuais utilizando redes neurais e autômatos celulares**. 80 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2011.
- CASTRO, R. V. O.; SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G.; SOUZA, A. L. de; NOGUEIRA, G. S.; MARTINS, F. B. Individual growth model for *Eucalyptus* stands in Brazil using Artificial Neural Network. **Forestry**, v. 2013, ID do artigo 196832, 12 p., 2013a.
- CASTRO, R. V. O.; SOARES, C. P. B.; MARTINS, F. B.; LEITE, H. G. Crescimento e produção de plantios comerciais de eucalipto estimados por duas categorias de modelos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 48, n. 3, p. 287-295, 2013b.
- CHASSOT, T.; FLEIG, F. D.; FINGER, C. A. G.; LONGHI, S. J. Modelos de crescimento em diâmetro de árvores individuais de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em Floresta Ombrófila Mista. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 21, n. 2, p. 303-313, 2011.

- CRECENTE-CAMPO, F.; MARSHALL, P.; RODRÍGUEZ-SOALLEIRO, R. Modeling non-catastrophic individual-tree mortality for *Pinus radiata* plantations in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 257, n. 6, p. 1542-1550, 2009.
- CUNHA NETO, F. R. da; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. de; CALEGÁRIO, N.; KANEGAE JÚNIOR, H. Uso da diferença algébrica para construção de curvas de índice de sítio para *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla* na região de Luiz Antonio – SP. **Cerne**, Lavras, v. 2, n. 2, p. 119-141, 1996.
- DAVID, H. C.; PÉLLICO NETTO, S.; ARCE, J. E.; CORTE, A. P. D.; MARINHESKI FILHO, A.; BEHLING, A. Updating of dominant height growth modeling and site index of *Pinus taeda* L. in southern Brazil. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**, Amã, v. 9, n. 2, p. 115-125, 2015.
- DAVIS, L. S.; JOHNSON, K. N.; BETTINGER, P.; HOWARD, T. E. **Forest management**: to sustain ecological, economic and social values. 4 ed. Long Grove: Waveland Press, Inc., 2001. 804 p.
- DELLA-FLORA, J. B.; DURLO, M. A.; SPATHELF, P. Modelo de incremento para árvores singulares – *Nectandra megapota mica* (Spreng.) Mez. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 14, n. 1, p. 165-177, 2004.
- DIÉGUEZ-ARANDA, U.; GONZÁLEZ, J. G. A.; ANTA, M. B.; ALBORECA, A. R. Site quality equations for *Pinus sylvestris* L. plantations in Galicia (northwestern Spain). **Annals of Forest Science**, Les Ulis, v. 62, n. 2, p. 143-152, 2005.
- EID, T.; TUHUS, E. Models for individual tree mortality in Norway. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 154, n. 1-2, p. 69-84, 2001.
- FONTES, L.; TOMÉ, M.; COELHO, M. B.; WRIGHT, H.; LUIS, J. S.; SAVILL, P. Modelling dominant height growth of Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) in Portugal. **Forestry**, Oxford, v. 76, n. 5, p. 509-523, 2003.
- HAMILTON Jr., D. A. A logistic model of mortality in thinned and unthinned mixed conifer stands of northern Idaho. **Forest Science**, Bethesda, v. 32, n. 4, p. 989-1000, 1986.
- HARRISON, W. C.; BURK, T. E.; BECK, D. E. Individual tree basal area increment and total height equations for appalachian mixed hardwoods after thinning. **Southern Journal of Applied Forestry**, Bethesda, v. 10, n. 2, p. 99-104, 1986.
- HOSMER, D. W.; LEMESHOW, S. **Applied logistic regression**. 2 ed. New York: John Wiley and Sons, 2000. 375 p.
- HUBER, P. J. Robust estimation of a location parameter. **The Annals of Mathematical Statistics**, Beachwood, v. 35, n. 1, p. 73-101, 1964.
- IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Manuais técnicos em geociências**: Manual técnico de pedologia. n. 4. 2 ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2007. 300 p.
- KOZAK, A.; MUNRO, D. D.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forestry Chronicle**, Toronto, v. 45, n. 4, p. 278-283, 1969.
- LIEBSCH, D.; MIKICH, S. B.; OLIVEIRA, E. B. de; MOREIRA, J. M. M. Á. P. Descascamento de *Pinus taeda* por macacos-prego (*Sapajus nigritus*): tipos e intensidades de danos e seus impactos sobre o crescimento das árvores. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 43, n. 105, p. 37-49, 2015.
- LOETSCH, F.; ZÖHRER, F.; HALLER, K. E. **Forest Inventory**. 2 v. München: BLV Verlagsgesellschaft, 1973. 469 p.
- MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2 ed. Guarapuava: UNICENTRO, 2009. 316 p.
- MARTINS, F. B. **Modelagem de crescimento em nível de árvore individual para plantios comerciais de eucaliptos**. 143 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2011.
- MENDES, B. R.; CALEGÁRIO, N.; VOLPATO, C. E. S.; MELLO, A. A. de. Desenvolvimento de modelos de crescimento de árvores individuais fundamentado em equações diferenciais. **Cerne**, Lavras, v. 12, n. 3, p. 254-263, 2006.
- MIRANDA, R. O. V. de. **Modelagem de árvores individuais para povoamentos não desbastados de Pinus taeda L.** 168 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.
- MIRANDA, R. O. V. de.; FIGUEIREDO FILHO, A.; COSTA, E. A.; FIORENTIN, L. D.; KOHLER, S. V.; EBLING, A. A. Métodos da curva guia e equação das diferenças na classificação de sítio e sua relação na descrição

da altura em *Pinus taeda* L. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 49, n. 131, p. 1-12, 2021.

MONSERUD, R. A.; STERBA, H. Modeling individual tree mortality for Austrian forest species. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 113, n. 2-3, p. 109-123, 1999.

MYERS, R. H. **Classical and modern regression with applications**. Boston: Duxbury Press, 1986. 359 p.

NUNES, L.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. Prediction of annual tree growth and survival for thinned and unthinned even-aged maritime pine stands in Portugal from data with different time measurement intervals. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 262, n. 8, p. 1491-1499, 2011.

ORELLANA, E. **Sucessão florestal, regimes de manejo e competição avaliados por modelos de árvore individual em um fragmento de Floresta de Araucária**. 154 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; KASIMIADIS, D.; POIRAZIDIS, K.; PAPAGEORGIOU, A. C. Modelling site quality and individual-tree growth in pure and mixed *Pinus brutia* stands in north-east Greece. **Annals of Forest Science**, Les Ulis, v. 65, n. 5, p. 501 (14), 2008.

PARRESOL, B. R. Modeling multiplicative error variance: an example predicting tree diameter from stump dimensions in baldcypress. **Forest Science**, Bethesda, v. 39, n. 4, p. 670-679, 1993.

PÉLLICO NETTO, S. Desenvolvimento de uma nova função volumétrica. **Acta Forestalia Brasiliensis**, Curitiba, v. 1, n. 1, p. 9-17, 1986.

PÉLLICO NETTO, S. Estimativas volumétricas de árvores individuais: síntese teórica. **Floresta**, Curitiba, v. 11, n. 2, p. 63-73, 1980.

PRETZSCH, H. **Forest dynamics, growth and yield: from measurement to model**. London: Springer, 2010. 664 p.

PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F.; REAL, P. **Mensura Forestal**. San José: Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), 1997. 586 p.

QIU, S.; XU, M.; LI, R.; ZHENG, Y.; CLARK, D.; CUI, X.; LIU, L.; LAI, C.; ZHANG, W.; LIU, B. Climatic information improves statistical individual-tree mortality models for three key species of Sichuan province, China. **Annals of Forest Science**, Les Ulis, v. 72, n. 4, p. 443-455, 2015.

SCHÖPFER, W. **Automatisierung des massen, sorten und wertberechnung stehender waldbestände schriftenreihe**. Stuttgart: Forstliche Versuchs- und Forschungsanstalt, 1966. n.p.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v. 47, n. 9, p. 719-734, 1933.

SCOLFORO, J. R. S. Curvas de índice de sítio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. **IPEF**, Piracicaba, n. 45, p. 40-47, 1992.

SCOLFORO, J. R. S.; MACHADO, S. A. Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus taeda* nos estados do Paraná e Santa Catarina. **Floresta**, Curitiba, v. 18, n. 1-2, p. 159-173, 1988.

SELLE, G. L.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Classificação de sítios para *Pinus taeda* L., através da altura dominante, para a região de Cambará do Sul, RS, Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 4, n. 1, p. 77-95, 1994.

SOARES, P.; TOMÉ, M. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 166, n. 1-3, p. 99-109, 2002.

TÉO, S. J.; BRESSAN, D. R.; COSTA, R. H. da. Uso de modelos estatísticos para classificação de sítios em povoamentos de *Pinus taeda* na região de Caçador – SC. **Floresta**, Curitiba, v. 41, n. 1, p. 179-188, 2011.

TÉO, S. J.; ESTEVES, J. H. Efeito da idade sobre o polinômio do quinto grau para afilamento de *Pinus taeda* L. **BIOFIX Scientific Journal**, Curitiba, v. 7, n. 1, p. 66-73, 2022.

TOMÉ, M. M. B. B. T. **Modelação do crescimento da árvore individual em povoamentos de *Eucalyptus globulus* Labill. (1ª rotação) região Centro de Portugal**. 277 f. Tese (Doutorado em Engenharia Silvícola) – Instituto Superior de Agronomia, Lisboa, 1988.

TOMÉ, M.; TOMÉ, J.; RIBEIRO, F.; FAIAS, S. Equação de volume total, volume percentual e de perfil do tronco para *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal. **Silva Lusitana**, Lisboa, v. 15, n. 1, p. 25-39, 2007.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield**: applications to mixed tropical forests. Wallingford: CAB International, 1994. 312 p.

WALD, A. Tests of statistical hypotheses concerning several parameters when the number of observations is large. **Transactions of the American Mathematical Society**, Providence, v. 54, n. 3, p. 426-482, 1943.

WEISKITTEL, A. R.; GARBER, S. M.; JOHNSON, G. P.; MAGUIRE, D. A.; MONSERUD, R. A. Annualized diameter and height growth equations for Pacific Northwest plantation-grown Douglas-fir, western hemlock, and red alder. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 250, n. 3, p. 266-278, 2007.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; KERSHAW Jr., J. A.; VANCLAY, J. K. **Forest growth an yield modeling**. Oxford: John Wiley and Sons, 2011. 415 p.

WILSON, F. G. Control of growing stock in even-aged stands of conifers. **Journal of Forestry**, Bethesda, v. 49, n. 10, p. 692-695, 1951.

YANG, Y.; TITUS, S. J.; HUANG, S. Modeling individual tree mortality for white spruce in Alberta. **Ecological Modelling**, Amsterdam, v. 163, n. 3, p. 209-222, 2003.

ZEIDE, B. Analysis of growth equations. **Forest Science**, Bethesda, v. 39, n. 3, p. 594-616, 1993.