DIFERENÇA PORCENTUAL ENTRE DIÂMETRO MÉDIO E DIÂMETRO QUADRÁTICO MÉDIO EM MACIÇOS FLORESTAIS.

Ricardo Antonio de Arruda Veiga(*)
Carlos Marchesi de Carvalho(**)
Maria Aparecida Mourão Brasil(**)

SUMMARY

Research works generally do not clarify the type of calculation employed in determining forest diameter medias or adopt a terminology to clear up the kind of media used. In this study it has been called "mean diameter" (d) the one given by arithmetic mean, and "quadratic mean diameter" (D) the one calculated through square root of ratio of squares of diameters by number of trees. In the present work it has been done theoretical studies in forest populations with arithmetic mean and standard deviation values, previously established, observing percentile difference (E) values between both — "mean diameter" and "quadratic mean diameter" — as well in the whole forest population (E_p) as in the removed (E_d) or remaining (E_r) trees, after thinning. It has also been shown the existing relation between percentile difference (E) and coefficient of variation of population diameters. One, then, may conclude that: D value is always superior to d ; in populations of identical arithmetic mean E is greater in those of larger standard deviation; in populations of equal standard deviation E is greater in those of lesser arithmetic mean; E is directly proportional to the coefficient of variation of diameters; values of E can be high, showing the necessity of specifying the kind of diameter mean used; it is advisable to standardize the terminology and the adoption of the one used in the present study is here suggested.

1. INTRODUÇÃO

Nos trabalhos de mensuração em povoamentos florestais, frequentemente são utilizados valores correspondentes ao diâmetro médio.

Seja d_{ij} o elemento genérico correspondente ao DAP ("diâmetro a altura do peito") de uma árvore, medido por convenção a 1,30 m do nível do solo. Representando-se por N o número de árvores de um maciço, o diâmetro médio poderá ser calculado através da média aritmética.

$$d_p = \frac{\sum_{i,j} d_{ij}}{N}$$

ou através da raiz quadrada da soma dos quadrados dos diâmetros

$$D_p = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} d_{ij}^2}{N}}$$

A nomenclatura sugerida por GOMES⁽⁴⁾, mas raramente seguida pelos autores em língua portuguesa, é a de "valor médio do diâmetro" para d_p e de "diâmetro médio" para D_p . VEIGA⁽⁷⁾ utilizou respectivamente, as denominações "diâmetro médio" e "diâmetro médio deduzido da área basal total". PIMENTEL GOMES⁽⁶⁾ denominou d_p de "valor médio do diâmetro" e VEIGA⁽⁸⁾ designou D_p por "diâmetro quadrático médio".

Em inglês, o uso generalizado do termo "average diameter" para ambas as médias motivou CURTIS⁽³⁾ a sugerir "mean diameter" e "quadratic mean diameter" para exprimir, respectivamente, d_p e D_p . Esta sugestão foi discutida por BELL⁽¹⁾ que, pela possibilidade de determinação de D_p a partir da média aritmética e do desvio padrão ou da estimativa da variância, opinou por ser preferível nas

(*) Professor Titular e (**) Professor Assistente de Silvicultura da Faculdade de Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu, da Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho".

publicações científicas o relacionamento conjunto das estatísticas relativas à média aritmética, desvio padrão, mediana e moda. Contudo, mesmo sendo válidas as considerações de BELL⁽¹⁾, elas não diminuem o valor das ponderações de CURTIS⁽³⁾, que inclusive são necessárias nos trabalhos onde seja conveniente distinguir os dois tipos de média diametral.

Em populações florestais, conforme advertiu MACKAY⁽⁵⁾, em muitos casos a diferença entre d_p^2 e D_p^2 pode ser elevada.

BUCKINGAN⁽²⁾ apresentou exemplos onde inclusive foi preferível o uso da média harmônica.

Nos trabalhos de PIMENTEL GOMES⁽⁶⁾, VEIGA⁽⁸⁾, VEIGA, PIMENTEL GOMES, CRUZ & GODOI⁽⁹⁾, VEIGA, PIMENTEL GOMES, GODOI & CRUZ⁽¹⁰⁾ e

VEIGA E CARVALHO⁽¹¹⁾ demonstrou-se que o uso de d_p em vez de D_p em determinações de área basal pode levar muitas vezes a erros graves, o que desaconselha o uso de d_p para tal finalidade. Os inconvenientes foram demonstrados pelos citados autores tanto na determinação da área basal do povoamento como nas das áreas basais retirada e remanescente após desbastes.

No presente trabalho, onde é adotada a nomenclatura "diâmetro médio" para d_p e "diâmetro quadrático médio" para D_p , procura-se desenvolver estudos teóricos que permitam determinar as diferenças percentuais entre ambas as médias em diferentes situações assumidas pelos povoamentos.

2. MÉTODO

2.1. Desenvolvimento teórico relativo às médias diametraais do povoamento

A variância σ_p^2 dos diâmetros de um maciço florestal, desde que se admita distribuição normal com função de densidade

$$n(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty$$

e função de distribuição

$$N(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t - \mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

será dada por

$$\sigma_p^2 = \mu'_{2p} - (\mu'_{1p})^2$$

onde μ'_{1p} e μ'_{2p} representam o primeiro e o segundo momento em relação à origem.

Desse modo, como

$$\mu'_{1p} = \sum_{i,j} d_{ij} / N_p = d_p$$

$$\mu'_{2p} = \sum_{i,j} d_{ij}^2 / N_p = D_p$$

a estimativa da variância será dada por

$$s_p^2 = \hat{\sigma}_p^2 = D_p^2 - d_p^2$$

Com base nessa equação procurou-se determinar, em populações teóricas de médias aritméticas conhecidas e diferentes valores de desvio padrão, a relação

$$E_p = 100 (D_p - d_p) / D_p$$

que exprime a diferença percentual entre o diâmetro médio e o diâmetro quadrático médio do povoamento.

2.2. Desenvolvimento teórico relativo às médias diametraais de árvores retiradas em desbaste

Representando-se por $N = 1$ as árvores extraídas no desbaste de uma população, e indicando-se por N_d o número de árvores retiradas, tem-se exprimindo, respectivamente, o diâmetro médio retirado e o diâmetro quadrático médio retirado.

$$\begin{aligned} E_d &= 100 (D_d - d_d) / D_d \\ &= 100 \left[1 - \left(\mu'_{1d} / \sqrt{\mu'_{2d}} \right) \right] \end{aligned}$$

Indicando por μ'_{1d} e μ'_{2d} o primeiro e o segundo momentos em relação à origem para a população de árvores retiradas, a diferença percentual (E) entre o diâmetro médio retirado e o diâmetro quadrático médio retirado será dada por

$$\begin{aligned} d_d &= \sum_j d_{ij} / N_d \\ D_d &= \sqrt{\sum_j d_{ij}^2 / N_d} \end{aligned}$$

Esta equação poderá ser resolvida, considerando-se no desbaste a retirada de todas as árvores inferiores ao diâmetro limite estabelecido por

$$d_{ij} = (N/10) \mu'_{1d}$$

e calculando-se

$$\mu'_{1d} = \frac{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x t e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}$$

$$\mu'_{2d} = \frac{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x t^2 e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}$$

conforme a maneira proposta no trabalho de VEIGA, PIMENTEL GOMES, CRUZ & GODOI⁽⁹⁾.

No presente trabalho procurou-se calcular os valores assumidos por E_d nas populações teóricas indicadas no Quadro 1, geradas em computador segundo valores de média aritmética e desvio padrão previamente estabelecidos.

2.3. Desenvolvimento teórico relativo às médias diamétrais das árvores remanescentes após desbaste

De modo análogo, representando por $i = 2$ as árvores remanescentes e indicando por N_r o número de árvores que permanecem após a execução de um desbaste, tem-se

$$d_r = \sum_j d_{2j} / N_r$$

$$D_r = \sqrt{\sum_j d_{2j}^2 / N_r}$$

exprimindo, respectivamente, o diâmetro médio remanescente e o diâmetro quadrático médio remanescente.

A diferença percentual entre ambos será dada por

$$E_r = 100 (D_r - d_r) / D_r$$

$$= 100 \left[1 - \left(\mu'_{1r} / \sqrt{\mu'_{2r}} \right) \right]$$

onde μ' e μ'' representam o primeiro e o segundo momentos em relação à origem, para as árvores remanescentes.

A resolução dessa equação, considerando-se a retirada de todas as árvores até o limite de

$$d_{ij} = (N/10) \mu_{1p}$$

poderá ser conduzida através do cálculo de

$$\mu'_{1r} = \frac{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_x^\infty t e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}$$

$$\mu'_{2r} = \frac{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_x^\infty t^2 e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_x^\infty t e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}$$

com auxílio de trabalho de VEIGA, PIMENTEL GOMES, GODOI & CRUZ ⁽¹⁰⁾.

No presente estudo procurou-se calcular os valores da diferença porcentual entre o diâmetro médio e o diâmetro quadrático médio das árvores remanescentes, para as populações teóricas constantes no Quadro 1, geradas segundo valores de desvio padrão e média aritmética diametral previamente estabelecidas.

2.4. Relações entre o coeficiente de variação e a diferença porcentual entre as médias diametraes

Procura-se a seguir determinar a relação existente entre o coeficiente de variação dos diâmetros e a diferença porcentual entre o diâmetro médio e o diâmetro quadrático médio.

Sabe-se, por definição, que o coeficiente de variação dos diâmetros de um povoamento (CV_p) é dado por

$$CV_p = 100 s_p / d_p$$

Logo, tem-se

$$E_p = 100(\sqrt{d_p^2 + s_p^2} - d_p) / \sqrt{d_p^2 + s_p^2}$$

ou seja

$$E_p = 100[1 - (100 / \sqrt{100^2 + cv_p^2})]$$

equação que permite calcular o valor de E_p correspondente a qualquer valor do coeficiente de variação dos diâmetros.

De modo similar, designando-se por CV_d e VC_r os coeficientes de variação dos diâmetros retirados e remanescentes, chega-se a:

$$E_d = 100[1 - (100 / \sqrt{100^2 + cv_d^2})]$$

$$E_r = 100[1 - (100 / \sqrt{100^2 + cv_r^2})]$$

equações que possibilitam determinar os valores da diferença percentual entre o diâmetro médio e o diâmetro quadrático médio para as árvores retiradas (E_d) e remanescentes (E_r).

Assim, foram calculados no presente trabalho os valores assumidos por E_k em função dos coeficientes de variação, para valores de CV_k variando de 5,0 a 60,9%.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados referentes ao estudo da diferença percentual entre o diâmetro médio e o diâmetro quadrático médio, em populações de valores previamente estabelecidos de média aritmética e de desvio padrão, constam no Quadro 1. Para tanto foram considerados valores de d_p de 10,00 e 15,0 cm, e de s_p de 1,0; 2,0; 3,0; 4,0 e 5,0 cm.

Cotejando os resultados inseridos no referido Quadro, observa-se que povoaamentos de iguais d_p mas diferentes valores de s_p , apresentam valores de E_p maio-

res quando os de s_p são mais elevados. Depreende-se também que maciços com diferentes d_p mas com s_p iguais, apresentam resultados de E_p maiores nos povoaamentos de menor d .

Tais resultados eram esperados pois $D_p = \sqrt{s_p^2 + d_p^2}$ o que indica também que sempre D_p é superior a d_p .

O Quadro 1 mostra ainda que, em certos casos, a diferença percentual entre ambas as médias diamétrais pode assumir valores elevados.

Os resultados correspondentes à diferença percentual entre o diâmetro mé-

dió e o diâmetro quadrático médio das árvores retiradas, calculados para o desbaste das populações teóricas relacionadas no Quadro 1 até o diâmetro limite de extração de 12/10 da média aritmética, encontram-se reunidos no Quadro 2.

Do exame dos resultados do Quadro 2 depreende-se que em populações de igual d_p e diferentes s_p , dentro de uma mesma faixa de extração os resultados de E_d são maiores naquelas de maior s_p . Em populações de igual s_p mas com diferentes d_p dentro de uma mesma faixa de extração os maiores valores de E_d são encontrados nas populações de menor média.

No Quadro 3 estão assinalados os resultados encontrados para a diferença percentual entre diâmetro médio e diâmetro quadrático médio das árvores remanescentes, calculados após desbaste em populações teóricas relacionadas no Quadro 1, considerando-se como diâmetro limite de extração o correspondente a 12/10 da média aritmética.

O exame dos resultados permite observar que em populações de diferentes d_p mas com s_p iguais, dentro de uma mesma faixa de extração os maiores valores de E_r são encontrados nas populações de menor média. Naquelas com iguais d_p mas com s_p diferentes, dentro de uma mesma faixa de extração os resultados de E_r são maiores nas populações de maior s_p .

No Quadro 4 constam os resultados correspondentes à diferença percentual entre diâmetro médio e diâmetro quadrático médio, calculados para valores de coeficientes de variação diametral de 5,0 a 60,9%. O referido Quadro mostra que os valores de E_k são diretamente proporcionais aos coeficientes de variação dos diâmetros.

Analisando-se o Quadro 4 infere-se que a diferença percentual entre ambos os tipos de médias é pequena quando os

valores de coeficiente de variação são baixos. Contudo, tal diferença ultrapassa 5% quando os valores de CV são superiores a 33%, e supera 10% quando os CV são maiores de 48,5%.

Como em trabalhos de pesquisa muitas vezes os coeficientes de variação dos diâmetros apresentam valores elevados, ao denominar-se de diâmetro médio indistintamente a ambas as maneiras de cálculo, pode-se recair em erros às vezes percentualmente elevados.

Isso indica que nos trabalhos florestais há conveniência de especificar claramente o tipo de média utilizado nos cálculos enquanto não forem fixadas por normas teóricas as denominações correspondentes a d_p e D_p .

Caso os técnicos venham a discutir a nomenclatura a recomendar, poderá ser de utilidade a sugerida no presente estudo, que distingue "diâmetro médio" e "diâmetro quadrático médio".

4. CONCLUSÕES

Dos estudos teóricos e da discussão dos resultados podem ser obtidas as seguintes conclusões:

a) o diâmetro quadrático médio tem valor superior ao diâmetro médio;

b) a diferença percentual entre diâmetro quadrático médio e diâmetro médio, em populações de igual diâmetro médio é maior nos povoamentos de maior desvio padrão;

c) a diferença percentual entre diâmetro quadrático médio e diâmetro médio, em populações de igual desvio padrão é maior nos povoamentos de menor diâmetro médio;

d) a diferença percentual entre diâmetro quadrático médio e diâmetro médio é diretamente proporcional ao coeficiente de variação dos diâmetros, podendo ser calculada através da equação.

$$E = 100 \left[1 - \left(100 / \sqrt{100^2 + CV^2} \right) \right]$$

ou obtida diretamente em tabela apresentada no presente trabalho;

e) a diferença percentual entre diâmetro quadrático médio e diâmetro médio pode assumir valores elevados, indicando a conveniência de se especificar nos trabalhos florestais o tipo de média utilizado nos cálculos;

f) é aconselhável a padronização de nomenclatura para ambos os tipos de média diametral, para os quais o presente estudo sugere as denominações de diâmetro médio e diâmetro quadrático médio.

5. RESUMO

Os trabalhos de pesquisa usualmente não esclarecem o tipo de cálculo utilizado na denominação da média dos diâmetros de povoamentos florestais, nem geralmente adotam nomenclatura que esclareça o tipo de média empregado. Neste estudo denomina-se "diâmetro médio" (d) obtido pela média aritmética e "diâmetro quadrático médio" (D) ao calculado pela raiz quadrada da razão da soma dos quadrados dos diâmetros pelo número de árvores. No presente trabalho

são realizados estudos teóricos em populações de valores previamente estabelecidos de média aritmética e desvio padrão, verificando-se os valores assumidos pela diferença percentual (E) entre ambas as médias diametraes, tanto no povoamento todo (E_p) como nas árvores retiradas (E_d) ou remanescentes (E_r) após a execução de desbaste. Demonstra-se também a relação existente entre a diferença percentual E e o coeficiente de variação dos diâmetros da população. Conclui-se que: O valor D é sempre superior a d; em populações de igual média aritmética, E é maior nas de maior desvio padrão; em populações de igual padrão, E é maior nas de menor média aritmética; E é diretamente proporcional ao coeficiente de variação dos diâmetros; os valores assumidos por E podem ser elevados, indicando a necessidade de se especificar qual o tipo de média diametral utilizado; é aconselhável padronizar a nomenclatura, sugerindo-se a adotada no presente estudo.

6. LITERATURA CITADA

1. BELL, E.J. Which average diameter? *J.For.*, 67(1): 1, 1969.
2. BUCKINGHAM, F.M. The harmonic mean in forest mensuration. *For. Chron.*, 45(2): 104-6. 1969.
3. CURTIS, R.O. Which average diameter? *J. For.*, 66(7): 570, 1968.
4. GOMES, A.M.A. *Medição dos arvoredos*. Lisboa, Sá da Costa, 1957. 413 p.
5. GOMES, F.P. Inconvenientes do uso do valor médio do diâmetro para medições da área basal. *Anais da ESALO*, 22: 111-116, 1965.
6. MACKAY, E. *Dasometria*. Madrid, Escuela Superior de Ingenieros de Montes, 1964. 759 p.
7. VEIGA, A.A. Manejo do *Eucalyptus saligna* Sm. *Silv. São Paulo*, 4: 7-16, 1965.
8. VEIGA, R.A.A. Aspectos da determinação da área basal em função da média aritmética dos diâmetros. I. Erros na determinação da área basal dos povoamentos. *Floresta*, 3(1): 76-84, 1971.
9.& CARVALHO, C.M. aspectos da determinação da área basal em função da média aritmética dos diâmetros. V. Área remanescente superior à existente antes do desbaste. *Floresta*, 3(3): 69-74, 1971.
10.; GOMES, F.P., et alii. Aspectos da determinação da área basal em função da média aritmética dos diâmetros. II. Vícios na determinação da área basal retirada. *Anais da ESALO*, 28: 101-18, 1971.
11. Aspectos da determinação da área basal em função da média aritmética dos diâmetros. III. Vícios na determinação da área basal remanescente. *Anais da ESALO*, 28:119-34, 1971.

Quadro 1

Populações teóricas estabelecidas para estudo da diferença percentual entre diâmetro médio e diâmetro quadrático médio, e resultados de E_p obtidos para essas populações.

População	d_p (cm)	s (cm)	$E_p = 100(D_p - d_p)/D_p$
A	10,0	1,0	0,50%
B	10,0	2,0	1,94%
C	10,0	3,0	4,22%
D	10,0	4,0	7,15%
E	10,0	5,0	10,56%
F	15,0	1,0	0,22%
G	15,0	2,0	0,88%
H	15,0	3,0	1,99%
I	15,0	4,0	3,38%
J	15,0	5,0	5,13%

Quadro 2

Valores da diferença percentual E_p entre diâmetro médio retirado e diâmetro quadrático médio retirado, calculados teoricamente para as populações constantes no Quadro 1. Resultados expressos em porcentagem, correspondentes a extração de todas as árvores até o limite de $N/10$ da média aritmética dos diâmetros.

$d_{1/10}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
(2/10)			0,97	31,29	84,80				0,12	3,98
(3/10)			6,51	18,66	70,28				0,19	5,90
(4/10)			2,79	15,34	43,72			0,01	2,81	5,58
(5/10)		0,09	2,63	12,30	30,07			0,39	1,43	4,22
(6/10)		0,40	3,12	9,98	21,41		0,01	0,46	1,73	3,79
(7/10)		0,58	3,15	8,10	16,13		0,14	0,61	2,12	3,64
(8/10)	0,05	0,69	2,93	6,82	13,51		0,21	0,89	2,12	3,54
(9/10)	0,14	0,83	2,78	6,23	11,98	0,03	0,28	0,94	2,01	3,55
	0,22	1,01	2,84	6,00	11,07	0,08	0,39	1,05	2,09	3,55
(11/10)	0,35	1,18	2,98	5,92	9,90	0,17	0,55	1,24	2,28	3,60
(12/10)	0,47	1,42	3,19	5,94	10,08	0,22	0,71	1,47	2,51	3,75

Quadro 3

Valores da diferença percentual E_r entre diâmetro médio remanescente e diâmetro quadrático médio remanescente, calculados teoricamente para as populações constantes no Quadro 1. Resultados expressos em porcentagem, correspondentes a extração de todas as árvores até o limite de $N/10$ da média aritmética dos diâmetros.

d_u	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
(2/10)			4,17	5,97	7,64				3,38	4,86
(3/10)			4,02	5,40	6,96				3,35	4,66
(4/10)			3,52	4,97	6,22			1,91	3,18	4,28
(5/10)		1,87	3,15	4,21	5,49			1,94	2,67	3,66
(6/10)		1,74	2,75	3,79	4,67		0,87	1,63	2,40	3,14
(7/10)	0,49	1,42	2,29	3,09	3,77		0,81	1,39	2,03	2,58
(8/10)	0,41	1,10	1,74	2,40	3,07		0,66	1,11	1,56	2,07
(9/10)	0,28	0,79	1,27	1,87	2,48	0,16	0,43	0,73	1,10	1,63
	0,13	0,52	0,93	1,47	2,02	0,06	0,25	0,47	0,77	1,22
(11/10)	0,05	0,32	0,68	1,15	1,63	0,01	0,12	0,31	0,55	0,87
(12/10)	0,01	0,20	0,48	0,88	1,31	0,00	0,05	0,19	0,38	0,65

Quadro 4

Valores da diferença percentual entre o diâmetro médio e o diâmetro quadrático médio de uma população florestal, calculados em função dos coeficientes de variação dos diâmetros. Resultados obtidos pela equação

$$\Sigma = 100 (D - d) / D = 100 [1 - (100 / \sqrt{100^2 + CV^2})]$$

	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
5,	0,12	0,13	0,13	0,14	0,14	0,15	0,16	0,16	0,17	0,17
6,	0,18	0,18	0,19	0,20	0,20	0,21	0,22	0,22	0,23	0,24
7,	0,20	0,25	0,26	0,26	0,27	0,28	0,29	0,30	0,30	0,31
8,	0,32	0,33	0,33	0,34	0,35	0,36	0,37	0,38	0,38	0,39
9,	0,40	0,41	0,42	0,43	0,44	0,44	0,46	0,47	0,48	0,49
10,	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59
11,	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,65	0,67	0,68	0,69	0,70
12,	0,71	0,72	0,74	0,75	0,76	0,77	0,78	0,80	0,81	0,82
13,	0,83	0,85	0,86	0,87	0,89	0,89	0,91	0,92	0,94	0,95
14,	0,97	0,98	0,99	1,01	1,02	1,04	1,05	1,06	1,08	1,09
15,	1,11	1,12	1,14	1,15	1,17	1,18	1,19	1,21	1,22	1,24
16,	1,26	1,27	1,29	1,30	1,32	1,33	1,35	1,37	1,38	1,40
17,	1,41	1,43	1,45	1,46	1,48	1,50	1,51	1,53	1,55	1,56
18,	1,58	1,60	1,61	1,63	1,65	1,67	1,69	1,70	1,72	1,74
19,	1,76	1,78	1,79	1,81	1,83	1,85	1,87	1,89	1,90	1,93
20,	1,94	1,96	1,90	2,00	2,01	2,03	2,06	2,08	2,09	2,11
21,	2,13	2,15	2,17	2,19	2,21	2,23	2,25	2,27	2,29	2,32
22,	2,34	2,36	2,38	2,40	2,42	2,44	2,46	2,48	2,50	2,52
23,	2,54	2,56	2,59	2,61	2,63	2,65	2,67	2,69	2,72	2,74
24,	2,76	2,78	2,80	2,83	2,85	2,87	2,90	2,92	2,94	2,96
25,	2,99	3,01	3,03	3,05	3,08	3,10	3,12	3,15	3,17	3,19
26,	3,22	3,24	3,27	3,29	3,31	3,34	3,36	3,38	3,41	3,43
27,	3,46	3,48	3,51	3,53	3,55	3,58	3,60	3,63	3,65	3,68
28,	3,70	3,72	3,75	3,78	3,80	3,83	3,85	3,88	3,91	3,93
29,	3,96	3,98	4,00	4,03	4,06	4,08	4,11	4,14	4,16	4,19
30,	4,22	4,24	4,27	4,30	4,32	4,35	4,38	4,40	4,43	4,46
31,	4,48	4,51	4,54	4,57	4,59	4,62	4,65	4,67	4,70	4,73
32,	4,76	4,78	4,81	4,84	4,87	4,90	4,92	4,95	4,98	5,01
33,	5,04	5,07	5,09	5,12	5,15	5,18	5,21	5,24	5,27	5,29
34,	5,32	5,35	5,38	5,41	5,44	5,47	5,50	5,53	5,55	5,58
35,	5,61	5,64	5,67	5,70	5,73	5,76	5,79	5,82	5,85	5,88
36,	5,91	5,94	5,97	6,00	6,03	6,06	6,09	6,12	6,15	6,18
37,	6,21	6,24	6,28	6,31	6,34	6,37	6,40	6,43	6,46	6,49
38,	6,52	6,55	6,58	6,62	6,65	6,68	6,71	6,74	6,77	6,80
39,	6,83	6,87	6,89	6,93	6,96	6,99	7,02	6,06	6,09	6,12
40,	7,15	7,18	7,22	7,25	7,25	7,28	7,31	7,34	7,41	7,44
41,	7,47	7,51	7,54	7,57	7,60	7,64	7,67	7,70	7,74	7,77
42,	7,80	7,83	7,87	7,90	7,93	7,97	8,00	8,03	8,07	8,10
43,	8,13	8,17	8,20	8,23	8,27	8,30	8,33	8,37	8,40	8,43
44,	8,47	8,50	8,54	8,57	8,60	8,64	8,67	8,71	8,74	8,77
45,	8,81	8,84	8,88	8,91	8,94	8,98	9,01	9,04	9,08	9,12
46,	9,15	9,18	9,22	9,25	9,29	9,32	9,36	9,39	9,43	9,46
47,	9,50	9,53	9,57	9,60	9,64	9,67	9,71	9,74	9,78	9,81
48,	9,85	9,88	9,92	9,95	9,99	10,02	10,06	10,09	10,13	10,17
49,	10,20	10,24	10,27	10,31	10,34	10,38	10,41	10,45	10,49	10,52
50,	10,56	10,59	10,63	10,66	10,70	10,74	10,77	10,81	10,84	10,88
51,	10,92	10,95	10,99	11,02	11,06	11,09	11,13	11,17	11,21	11,24
52,	11,28	11,31	11,35	11,39	11,42	11,46	11,50	11,53	11,57	11,61
53,	11,64	11,68	11,72	11,75	11,79	11,83	11,86	11,90	11,94	11,97
54,	12,01	12,05	12,08	12,12	12,16	12,19	12,23	12,27	12,30	12,34
55,	12,38	12,41	12,45	12,49	12,53	12,56	12,60	12,64	12,68	12,71
56,	12,75	12,79	12,82	12,86	12,90	12,94	12,97	13,01	13,05	13,08
57,	13,12	13,16	13,20	13,23	13,27	13,31	13,35	13,38	13,42	13,46
58,	13,50	13,53	13,57	13,61	13,65	13,68	13,72	13,76	13,80	13,84
59,	13,87	13,91	13,95	13,99	14,02	14,06	14,10	14,14	14,18	14,21
60,	14,25	14,29	14,33	14,36	14,40	14,44	14,48	14,52	14,55	14,59