COMPARAÇÃO DE EQUAÇÕES DE VOLUME PARA EUCALYPTUS SALIGNA SMITH

III — Equações logarítmicas formais e não formais.

Ricardo Antonio de Arruda Veiga *

"Volume equations for EUCALYPTUS SALIGNA smith. III — Logarithmic form and nonform equations".

Logarithmic form and nonform equations are compared for EUCALYPTUS SALIGNA Smith, having the objective of selecting the most precise for inside and outside bark total cubic volume estimation, and for merchantable volume estimation to 0,05 m and 0,08 m top.

1 — INTRODUÇÃO

Em trabalhos anteriores (VEIGA, 9, 10), foram estudadas equações aritméticas formais e não formais, visando à determinação de equações de volume para eucaliptos. O presente trabalho procura complementar os já citados, através de testes com equações logarítmicas incluindo ou não variável relativa à forma.

para exprimir o volume, pois o logaritmo do volume de uma árvore na forma florestal em determinadas circunstâncias de estação se mostra relacionado linearmente com o logaritmo do D.A.P.

SPURR (8) realizou amplo estudo sobre tabelas de volume, diferenciando os tipos de equações em: aritméticas não formais, aritméticas formais, logarítmicas não formais e logarítmicas formais. Cita as seguintes equações logarítmicas dentre as que vinham merecendo destaque na literatura e as por ele sugeridas:

2 — REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Segundo GOMES (3), justifica-se o estabelecimento de relações logarítmicas

- Schumacher: $\log V = b_0 + b_1 \log D + b_2 \log H$
- Dwight: $\log V = b_0 + b_1 \log D + (3 - b_1) \log H$
- Variável Combinada Logarítmica: $\log V = b_0 + b_1 \log (D^2 H)$
- Diâmetro Formal Logarítmica:
 $\log V = b_0 + b_1 \log D + b_2 \log H + b_3 \log D_v$
- Variável Combinada Logarítmica Formal: $\log V = b_0 + b_1 \log (G D^2 H)$

Nelas, D_v representa um diâmetro medido acima do D.A.P. a uma altura especificada, e G o quociente de forma de Girard.

A esas equações HUSH (5) acrescenta as seguintes:

- Korsun: $\log V = b_0 + b_1 \log (D + 1) + b_2 \log H$
 - Thorner: $\log V = b_0 + b_1 \log (H/D) + \log (D^2 H)$
 - Tabela de Volume Local: $\log V = b_0 + b_1 \log D$
- NEWNHAM (6), sugeriu a equação: $V = b_3 + b_4 D^{b_1} H^{b_2}$

que é uma modificação da fórmula da Variável Combinada, utilizando-se como expoentes de D e H coeficientes obtidos através da equação de Schumacher.

* Professor Titular de Silvicultura, Faculdade de Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu.

As equações relacionadas por SPURR (8), já citadas, foram comparadas em 4 séries de dados dendrométricos com outras aritméticas formais. Não foram utilizadas na comparação todas as equações em todos os conjuntos de dados. De modo geral as equações logarítmicas foram menos precisas que a Variável Combinada e a Australiana, além de envolverem maior complexidade de cálculos.

Das equações formais testadas pelo referido autor, a pior foi a de Diâmetro Formal Logarítmico, mas mesmo assim foi mais precisa que as não formais. Num apreciação conjunta dos resultados alcançados e de outras equações, considerando inclusive a simplicidade de cálculo e outras características, mostra-se a tendência geral de serem os métodos logarítmicos menos precisos. Para equações não formais, destaca-se o uso da Variável Combinada para população de 50 a 100 árvores, o da Australiana para 100 a 500, e o método inglês de curvas harmonizadas para mais de 500 árvores. Para equações formais, indica-se a Variável Combinada Formal e a Formal Reduzida para, respectivamente, grandes e pequenas amostras.

HONER (4) comparou várias equações, com resultados favoráveis a $V = b_0 + b_1 D^2 H$ e, principalmente a $V = D^2 / (B_0 + b_1/H)$.

CASTILLO (1) comparou as equações da Variável Combinada e de Schumacher concluindo que, para volumes comerciais de *Pinus pinaster*, a tabela de volume é obtida de maneira mais precisa e geralmente mais rápida através da primeira.

3 — MATERIAL E MÉTODOS

A espécie escolhida para estudo foi *Eucalyptus saligna* Smith a mais plantada no Estado de São Paulo. Foram obtidos dados dendrométricos de 49 árvores de 10 anos, 56 de 8 anos e 45 de 9 anos, no município de Mogi Guaçu, 32 árvores de 6 anos e meio em Limeira e árvores de 5 anos num total de 70 em Artur Nogueira e 159 em Bragança Paulista. Os materiais utilizados foram anteriormente descritos em trabalho de VEIGA (9).

Foram escolhidas, para comparação, equações logarítmicas formais e não formais.

Foram testadas as seguintes equações logarítmicas não formais:

$$\log V_K = b_0 + b_1 \log D_0 + b_2 \log H_T$$

$$(K = V_{0T}, V_{1T}, V_{08}, V_{18}, V_{05}, V_{15})$$

$$\log V_K = b_0 + b_1 \log (D_0^2 H_T)$$

adotando-se por simbologia:

$$D_0 = \text{D.A.P. com casca}$$

$$V_{0T} = \text{volume total com casca}$$

$$V_{1T} = \text{volume total sem casca}$$

$$V_{08} = \text{volume comercial até o diâmetro limite de despona de 0,08 m.}$$

$$V_{18} = \text{idem, sem casca}$$

$$V_{05} = \text{volume comercial até o diâmetro limite de despona de 0,05 m.}$$

$$V_{15} = \text{idem, sem casca}$$

Foram testadas também as seguintes equações logarítmicas formais, incluindo o quociente de forma de Girard, dado pelo quociente d_G/D_0' com d_G indicando o diâmetro com casca a 5,30 m do solo.

$$\log V_K = b_0 + \log (GD_0^2 H_T)$$

$$\log V_K = b_0 + b_1 \log H_T + b_2 \log dg$$

As equações volumétricas propostas constituem problemas de regressão linear, e devido ao grande volume de dados foram solucionados em computadores do Centro de Cálculo Científico do Instituto Gulbekian de Ciência, em Lisboa e Oeiras, Portugal.

Para a resolução das equações de regressão linear foi utilizado o método dos quadrados mínimos, de uso clássico e cujo desenvolvimento matemático é encontrado em trabalho de PIMENTEL GOMES & NOGUEIRA (7). Com base nessa publicação vê-se que a regressão múltipla é traduzida pelo modelo:

$$Y_1 = b_1 X_{11} + b_2 X_{21} + \dots$$

$$+ b_p X_{p1} + e_1$$

considerando-se p variáveis independentes, com Y_1 indicando os valores observados, b_j ($j = 1, 2, \dots, p$) os parâmetros das variáveis X_{j1} , e admitindo-se o desvio e_1 com distribuição normal de média zero e variância σ^2 . Usando a representação matricial, aquele modelo torna-se

$$Y = X \beta + \Sigma$$

onde

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_N \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \dots & X_{P1} \\ X_{12} & X_{22} & \dots & X_{P2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1N} & X_{2N} & \dots & X_{PN} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_P \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_N \end{bmatrix}$$

Para serem obtidos os parâmetros, utiliza-se o sistema de equações normais

$$X' X \beta'' = X' Y$$

ou seja, dada a não singularidade de $S = X'X$:

$$\beta'' = S^{-1} X' Y$$

solução que não é tendenciosa, conforme demonstrações dos referidos autores.

Foram determinados os desvios padrões dos coeficientes, o coeficiente de determinação total (r^2), e o valor F para testar a significância da regressão. O procedimento para obtenção desses valores é apresentado por PIMENTEL GOMES & NOGUEIRA (7). Segundo esses autores, a determinação da matriz D de variâncias e covariâncias, cuja diagonal principal reúne as variâncias e fora dela as covariâncias das estimativas dos parâmetros, dada por

$$D = \begin{bmatrix} V(b''_1) & \text{Cov}(b''_1, b''_2) & \text{Cov}(b''_1, b''_P) \\ \text{Cov}(b''_1, b''_2) & V(b''_2) & \text{Cov}(b''_2, b''_P) \\ \dots & \dots & \dots \\ \text{Cov}(b''_1, b''_P) & \text{Cov}(b''_2, b''_P) & V(b''_P) \end{bmatrix}$$

Observação:

$$b'' = \hat{b}$$

tem por solução

$$D = S^{-1} \sigma^2$$

onde S já é conhecida; com s^2 em lugar de σ^2 se obtêm as estimativas das variâncias e das covariâncias para os parâmetros b''_j . O coeficiente de determinação total é obtido por

$$R = \frac{(\sum y_i y''_i)^2}{(\sum y_i^2) (\sum y''_i^2)}$$

onde $y_i = Y_i - \bar{Y}$, e R^2 é igual ao quociente da Soma dos Quadrados da Regressão pela Soma de Quadrados Total. Para análise de variância, o teste F para a regressão, dado pela razão entre o Quadrado Médio da Regressão e o Quadrado Médio Residual, pode ser determinado por

$$F = \frac{N - v}{v - 1} \cdot \frac{R^2}{1 - R^2}$$

onde v é a soma dos números de variáveis dependentes e independentes.

Para contornar o problema do uso de transformações logarítmicas, as equações que as apresentam tiveram seu desvio padrão da regressão corrigido para o índice.

$$I = \frac{1}{\log e} \cdot \text{antilog} \frac{\sum \log V_k}{n} \cdot s(Y)$$

sugerido por FURNIVAL (2).

Foi escolhido o desvio padrão da regressão para exprimir a precisão da regressão, pois é mais indicado do que outras maneiras de medi-la, conforme afirma SPURR (8).

Foi também calculado o coeficiente de variação, dado pelo desvio da regressão determinado porcentualmente em relação à média.

4 — RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos acham-se relacionados nos quadros I a XVIII, onde constam as equações volumétricas e testes de significância das equações e dos parâmetros estimados.

Pelos resultados obtidos com as equações volumétricas logarítmicas de Schumacher e da Variável Combinada, para volume total com casca, volume com casca para despona a 0,08 m e volume com casca para despona a 0,05 m, reunidos nos quadros I, II, VII, VIII, XIII e XIV, observam-se melhores regressões para a Variável Combinada Logarítmica.

Essas observações referem-se aos desvios padrões de regressão ajustados através do índice proposto por FURNIVAL, obtidos em ambas as equações. As diferenças relativas ao volume total com casca e ao volume com casca para despona a 0,05 m, foram de 0,01 dm³, enquanto no volume com casca para limite de despona de 0,08 m, a diferença foi de 0,02 dm³.

Pelo exame dos quadros IV, V, XI, e XII, observam-se melhores resultados com a Equação Logarítmica de Schumacher nas determinações de volume total sem casca para limite de despona de 0,05 m. As diferenças no desvio padrão de regressão ajustado foram, para tais determinações, de 0,03 dm³ e 0,05 dm³.

Para volume sem casca com limite de despona a 0,08 m, ambas as equações apresentaram resultados praticamente iguais no desvio padrão de regressão ajustado, como se verifica na observação dos quadros XVII e XVIII.

Observando-se os resultados assinalados nos quadros I e XVIII, verifica-se que as diferenças entre os erros percentuais obtidos nas equações logarítmicas não formais testadas, situaram-se entre 0,00% e 0,02%. Contudo essas diferenças percentuais têm significado apenas na comparação de dados logaritmizados, pois o uso de transformações de dados através de logaritmos conduz a menores erros percentuais, deixando de ser válida a comparação quando realizada a conversão para valores naturais.

Desse modo, depreende-se dos resultados correspondentes às soluções das equações logarítmicas não normais, que para volumes total e comercial com casca

a equação Variável Combinada Logarítmica levou a resultados melhores que os atingidos com a fórmula de Schumacher. Para volume sem casca para limite de despona de 0,08 m, onde ambas as equações levaram a um mesmo desvio padrão da regressão.

Do exame dos quadros de resultados, depreende-se que das equações logarítmicas formais testadas para os volumes totais e comerciais, com e sem casca, a equação.

$$\log V_K = b_0 + b_1 \log (GD_0^2 H_T)$$

apresentou melhores resultados que

$$\log V_K = b_0 + b_1 \log H_T + b_2 \log d_G$$

Essa superioridade deve ser reflexo das próprias variáveis envolvidas, pois a segunda utiliza apenas altura total e o diâmetro medido sobre a casca a 5,30 m do nível do solo, enquanto a primeira também considera além dessas, o DAP.

Como as equações logarítmicas foram determinadas com os mesmos dados com que foram selecionadas as equações aritméticas dos trabalhos de VEIGA (9, 10) é possível realizar uma comparação entre elas.

Assim, cotejando os resultados das melhores logarítmicas formais, com os das melhores aritméticas formais, verifica-se que para o volume comercial sem casca ao diâmetro de despona de 0,05 m e para os volumes comerciais com e sem casca aos diâmetros de despona de 0,08 m, os menores desvios padrões ajustados foram obtidos com as aritméticas formais.

Comparando esses resultados das melhores equações formais, tanto logarítmicas como aritméticas, com os das melhores não formais, nota-se sempre a superioridade daquelas sobre estas. Isso vem de acordo com os trabalhos compulsados na revisão de literatura, e era de se supor pela maior precisão esperada com a introdução de variável relativa à forma.

Embora do ponto de vista estatístico as formais tenham conduzido a estimativas mais precisas, do ponto de vista prático têm a desvantagem da necessidade de medições de diâmetros também à altura de 5,30 m.

5 — CONCLUSÕES

Os resultados permitem concluir:

5.1. As melhores equações logarítmicas de volume não formais foram:

$$\begin{aligned}\log V_{0T} &= -1,2466 + 0,9495 \log D_0^2 H_T \\ \log V_{1T} &= -1,4727 + 1,8826 \log D_0 + 1,0822 \log H_T \\ \log V_{05} &= -1,6478 + 1,0528 \log (D_0^2 H_T) \\ \log V_{15} &= -1,9024 + 2,0562 \log D_0 + 1,2422 \log H_T \\ \log V_{08} &= -3,3573 + 1,5072 \log (D_0^2 H_T) \\ \log V_{18} &= -3,6028 + 1,5556 \log (D_0^2 H_T)\end{aligned}$$

5.2. As melhores equações volumétricas foram:

$$\begin{aligned}\log V_{0T} &= -1,0432 + 0,9133 \log (GD_0^2 H_T) \\ \log V_{1T} &= -1,2047 + 0,9391 \log (GD_0^2 H_T) \\ \log V_{05} &= -1,4139 + 1,0116 \log (GD_0^2 H_T) \\ \log V_{15} &= -1,5834 + 1,0407 \log (GD_0^2 H_T) \\ \log V_{08} &= -3,0781 + 1,4625 \log (GD_0^2 H_T) \\ \log V_{18} &= -3,3173 + 1,5102 \log (GD_0^2 H_T)\end{aligned}$$

correspondentes à equação da Variável Combinada Formal

5.3. Comparando os resultados com aqueles obtidos em trabalhos anteriores (VEIGA, 9, 10), tem-se:

5.3.1. Das equações não formais selecionadas, as logarítmicas foram as mais precisas para os volumes totais com e sem casca, enquanto as aritméticas foram as melhores tanto para os volumes comerciais ao diâmetro de despona de 0,05 m com casca e sem casca, como para os volumes comerciais aos diâmetros de despona de 0,08 m com casca e sem casca.

5.3.2. Das equações formais selecionadas, as logarítmicas foram melhores para os volumes totais com e sem casca e para o volume comercial sem casca ao diâmetro de despona de 0,05 m, enquanto as aritméticas foram mais precisas para os demais volumes comerciais, aos diâmetros de despona de 0,05 m com casca e ao diâmetro de despona de 0,08 m com e sem casca.

5.3.3. Comparando todos os resultados, as equações mais precisas foram as volumétricas formais. Do ponto de vista estatístico são essas as indicadas, mas do ponto de vista prático pode-se optar pelas melhores equações não formais selecionadas, que envolvem menos trabalho de campo.

R E S U M O

Comparação de equações de volume logarítmicas, tanto formais como não formais, para *Eucalyptus saligna* Smith em ocasião de primeiro corte. Seleção das mais precisas para estimativa do volume total com casca, do volume total sem casca, do volume comercial ao diâmetro limite de despona de 0,08 m, com e sem casca e do volume comercial ao diâmetro limite de despona de 0,05 m, com e sem casca.

6. BIBLIOGRAFIA

1. CASTILLO, J.A.B. 1967. Comparação de Equações para Construção de Tabelas de Volumes "Standard" do *Pinus pinaster* (Alt). Tese de "Magister Scientiae" 79 pp. Piracicaba.
2. FURNIVAL, G.M. 1961. An Index for Comparing Equations Used in Constructing Volume Tables. *Forest Science* 7:337-341.
3. GOMES, A.M.A. 1957. Medição dos Alvoredos 413 pp. Sá da Costa, Lisboa.
4. HONER, T.G. 1965. A New Total Cubic Volumen Function. *Forestry Chronicle* 41: 476-493.
5. HUSH, B. 1963. *Forest Mensuration and Statistics*, 474 pp. Ronald Press, Nova York.
6. NEWNHAM, R.M. 1967. Modification to the Combined-Variable Formula for Computing Tree Volumes. *Journal of Forestry* 65 (10): 719-720.
7. PIMENTEL GOMES, F. & I.R. NOGUEIRA. 1964. *Regressão e Covariância*, 45 pp. E.S.A.L.Q., Piracicaba.
8. SPURR, S.H. 1952. *Forest Inventory*, 476 pp. Ronald Press, Nova York.
9. VEIGA, R.A.A. Comparação de Equações de Volume para *Eucalyptus saligna* Smith. I — Equações Aritméticas não Formais. *Revista Floresta*, 4 (1): 81-94. 1972.
10. VEIGA, R.A.A. Comparação de Equações de volume para *Eucalyptus saligna* Smith. II — Equações Aritméticas Formais. *Revista Floresta*. 4(1): 95-104. 1972.

QUADRO I — EQUAÇÕES LOGARITMICAS DE VOLUME PARA V_{OT}

I	$\log V_{OT} = -1,2600 + 1,8842 \log D_0 + 0,9725 \log H_T$
II	$\log V_{OT} = -1,2466 + 0,9495 \log (D_0 H_T)$
III	$\log V_{OT} = -1,0432 + 0,9133 \log (GD_0 H_T)$
IV	$\log V_{OT} = -0,6070 + 0,5808 \log H_T + 1,8904 \log d_0$

QUADRO II — VALORES DE DESVIO PADRAO DA REGRESSÃO, COEFICIENTE DE VARIAÇÃO, TESTE F E DESVIO PADRAO AJUSTADO, CORRESPONDENTES AS EQUAÇÕES LOGARITMICAS PARA V_{OT}

Equação	s(Y)	C.V.	R ²	F	I
I	0,0482	2,49%	0,9619 **	5155,88 **	9,5953
II	0,0481	2,48%	0,9619 **	10332,18 **	9,5858
III	0,0411	2,12%	0,9722 **	14309,33 **	8,1889
IV	0,0460	2,37%	0,9653 **	5674,43 **	9,1624

QUADRO III — TESTE DE SIGNIFICANCIA E INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA ESTIMATIVAS DE PARAMETROS DAS EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS OBTIDAS PARA V_{OT}

Equação	Variável	b''_I	$s(b''_I)$	t	I.C. inferior	I.C. superior
I	log D_0	1,8842	0,0390	48,29 **	1,8078	1,9606
	log H_T	0,9725	0,0545	17,84 **	0,8657	1,0793
II	log $(D_0^2 H_T)$	0,9495	0,0093	101,65 **	0,9313	0,9677
III	log $(GD_0^2 H_T)$	0,9133	0,0076	119,62 **	0,8984	0,9282
IV	log H_T	0,5808	0,0580	10,02 **	0,4671	0,6945
	log d_G	1,8904	0,0371	50,96 **	1,8177	1,9631

QUADRO IV — EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS DE VOLUME PARA V_{IT}

V	$\log V_{IT} = -1,4727 + 1,8826 \log D_0 - 1,0822 \log H_T$
VI	$\log V_{IT} = -1,4109 + 0,9754 \log (D_0^2 H_T)$
VII	$\log V_{IT} = -1,2047 + 0,9391 \log (GD_0^2 H_T)$
VIII	$\log V_{IT} = -0,8136 + 0,6778 \log H_T + 1,8990 \log d_G$

QUADRO V — VALORES DE DESVIO PADRÃO DA REGRESSÃO, COEFICIENTE DE VARIAÇÃO, TESTE F E DESVIO PADRÃO AJUSTADO, CORRESPONDENTE AS EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS PARA V_{IT}

Equação	s(Y)	C.V.	R^2	F	I
V	0,0508	2,73%	0,9599 **	4887,37 **	8,4745
VI	0,0510	2,74%	0,9506 **	9710,51 **	8,5009
VII	0,0427	2,30%	0,9716 **	14006,22 **	7,1226
VIII	0,0473	2,54%	0,9653 **	5682,54 **	7,8814

QUADRO VI — TESTE DE SIGNIFICANCIA E INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA ESTIMATIVAS DE PARAMETROS DAS EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS OBTIDAS PARA V_{IT}

Equação	Variável	b''_I	$s(b''_I)$	t	I.C. inferior	I.C. superior
V	log D_0	1,8826	0,0412	45,72 **	1,8019	1,9633
	log H_T	1,0822	0,0575	18,82 **	0,9695	1,1949
VI	log $(D_0^2 H_T)$	0,9754	0,0099	98,54 **	0,9560	0,9948
VII	log $(GD_0^2 H_T)$	0,9391	0,0079	118,35 **	0,8236	0,9546
VIII	log H_T	0,6778	0,0596	11,37 **	0,5610	0,7946
	log d_G	1,8990	0,0381	49,80 **	1,8243	1,9737

QUADRO VII — EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS DE VOLUME PARA V_{05}

IX	$\log V_{05} = -1,7188 + 2,0273 \log D_0 + 1,1754 \log H_T$
X	$\log V_{05} = -1,6478 + 1,0528 \log (D_0^2 H_T)$
XI	$\log V_{05} = -1,4139 + 1,0116 \log (GD_0^2 H_T)$
XII	$\log V_{05} = -0,9172 + 0,6215 \log H_T + 2,1085 \log d_G$

QUADRO VIII — VALORES DE DESVIO PADRÃO DA REGRESSÃO, COEFICIENTE DE VARIAÇÃO, TESTE F E DESVIO PADRÃO AJUSTADO, CORRESPONDENTE AS EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS PARA V_{05}

Equação	s(Y)	C.V.	R ²	F	I
IX	0,1282	6,81%	0,8144 **	895,47 **	22,5072
X	0,1282	6,81%	0,8141 **	1791,35 **	22,4949
XI	0,0704	3,73%	0,9360 **	5984,79 **	12,5069
XII	0,0732	3,88%	0,9310 **	2752,29 **	13,0059

QUADRO IX — TESTE DE SIGNIFICÂNCIA E INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA ESTIMATIVAS DE PARÂMETROS DAS EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS OBTIDAS PARA V_{05}

Equação	Variável	b _i	s(b _i)	t	I.C. inferior	I.C. superior
IX	log D ₀	2,0273	0,1038	19,52 **	1,8239	2,2307
	log H _T	1,1754	0,1450	8,10 **	0,8912	1,4596
X	log (D ₀ ² H _T)	1,0528	0,0249	43,22 **	1,0040	1,1016
XI	log (GD ₀ ² H _T)	1,0116	0,0131	77,36 **	0,9859	1,0373
XII	log H _T	0,6215	0,0923	6,73 **	0,4406	0,8024
	log d _G	2,1085	0,0590	35,70 **	1,9929	2,2241

QUADRO X — EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS DE VOLUME PARA V_{15}

XIII	$\log V_{15} = -1,9024 + 2,0562 \log D_0 + 1,2422 \log H_T$
XIV	$\log V_{15} = -1,8085 + 1,0799 \log (D_0^2 H_T)$
XV	$\log V_{15} = -1,5834 + 1,0407 \log (GD_0^2 H_T)$
XVI	$\log V_{15} = -1,1725 + 0,7806 \log H_T + 2,0894 \log d_G$

QUADRO XI — VALORES DE DESVIO PADRÃO DA REGRESSÃO, COEFICIENTE DE VARIAÇÃO, TESTE F E DESVIO PADRÃO AJUSTADO, CORRESPONDENTES AS EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS PARA V_{15}

Equação	s(Y)	C.V.	R^2	F	I
XIII	0,0646	3,56%	0,9479 **	3708,63 **	9,6631
XIV	0,0650	3,58%	0,9472 **	7338,98 **	9,7112
XV	0,0559	3,08%	0,9609 **	10052,70 **	8,3573
XVI	0,0593	3,27%	0,9561 **	4439,72 **	8,8699

QUADRO XII — TESTE DE SIGNIFICÂNCIA E INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA ESTIMATIVAS DE PARÂMETROS DAS EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS OBTIDAS PARA V_{15}

Equação	Variável	b''_1	$s(b''_1)$	t	I.C. inferior	I.C. superior
XIII	log D_0	2,0562	0,0523	39,28 **	1,9537	2,1587
	log H_T	1,2422	0,0711	16,99 **	1,1029	1,3815
XIV	log ($D_0^2 H_T$)	1,0799	0,0126	85,67 **	1,0553	1,1045
XV	log ($GD_0 H_T$)	1,0407	0,0104	100,26 **	1,0203	1,0611
XVI	log H_T	0,7806	0,0748	10,44 **	0,6340	0,9272
	log d_g	2,0894	0,0478	43,68 **	1,9957	2,1831

QUADRO XIII — EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS DE VOLUME PARA V_{08}

XVII	$\log V_{08} = -3,3760 + 2,9974 \log D_0 + 1,5362 \log H_T$
XVIII	$\log V_{08} = -3,3573 + 1,5072 \log (D_0^2 H_T)$
XIX	$\log V_{08} = -3,0781 + 1,4625 \log (GD_0 H_T)$
XX	$\log V_{08} = -2,3106 + 0,8444 \log H_T + 3,0680 \log d_g$

QUADRO XIV — VALORES DE DESVIO PADRÃO DA REGRESSÃO, COEFICIENTE DE VARIAÇÃO, TESTE F E DESVIO PADRÃO AJUSTADO, CORRESPONDENTES AS EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS PARA V_{08}

Equação	s(Y)	C.V.	R^2	F	I
XVII	0,1084	6,05%	0,8931 **	3708,63 **	15,4143
XVIII	0,1082	6,04%	0,8931 **	2958,59 **	15,3935
XIX	0,1018	5,68%	0,9055 **	3391,29 **	14,4770
XX	0,1058	5,91%	0,8982 **	1557,76 **	15,0435

QUADRO XV — TESTE DE SIGNIFICANCIA E INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA ESTIMATIVAS DE PARAMETROS DAS EQUAÇÕES LOGARITMICAS OBTIDAS PARA V_{08}

Equação	Variável	b'_{I}	$s(b'_{\text{I}})$	t	I.C. inferior	I.C. superior
XVII	$\log D_0$	2,9974	0,0978	30,66 **	2,8058	3,1890
	$\log H_T$	1,5362	0,1412	10,88 **	1,2595	1,8129
XVIII	$\log (D_0^2 H_T)$	1,5072	0,0277	54,39 **	1,4530	1,5614
XIX	$\log (GD_0^2 H_T)$	1,4625	0,0251	58,33 **	1,4133	1,5117
XX	$\log H_T$	0,8444	0,1532	5,51 **	0,5441	1,1447
	$\log d_G$	3,0680	0,0968	31,70 **	2,8783	3,2577

QUADRO XVI — EQUAÇÕES LOGARITMICAS DE VOLUME PARA V_{18}

XXI	$\log V_{18} = -3,6884 + 3,0334 \log D_0 + 1,6892 \log H_T$
XXII	$\log V_{18} = -3,6028 + 1,5556 \log (D_0^2 H_T)$
XXIII	$\log V_{18} = -3,3173 + 1,5102 \log (GD_0^2 H_T)$
XXIV	$\log V_{18} = -2,6090 + 0,9862 \log H_T + 3,1073 \log d_G$

QUADRO XVII — VALORES DE DESVIO PADRÃO DA REGRESSÃO, COEFICIENTE DE VARIAÇÃO, TESTE F E DESVIO PADRÃO AJUSTADO, CORRESPONDENTES AS EQUAÇÕES LOGARITMICAS PARA V_{18}

Equação	$s(Y)$	C.V.	R^2	F	I
XXI	0,1126	6,58%	0,8919 **	1456,98 **	13,3124
XXII	0,1126	6,58%	0,8917 **	2914,22 **	13,3098
XXIII	0,1054	6,16%	0,9050 **	3371,41 **	12,4663
XXIV	0,1098	6,42%	0,8972 **	1541,37 **	12,9812

QUADRO XVIII — TESTE DE SIGNIFICANCIA E INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA ESTIMATIVAS DE PARAMETROS DAS EQUAÇÕES LOGARITMICAS OBTIDAS PARA V_{18}

Equação	Variável	b'_{I}	$s(b'_{\text{I}})$	t	I.C. inferior	I.C. superior
XXI	$\log D_0$	3,0334	0,1015	28,97 **	2,8345	3,2323
	$\log H_T$	1,6892	0,1467	11,52 **	1,4017	1,9767
XXII	$\log (D_0^2 H_T)$	1,5556	0,0288	53,98 **	1,4992	1,6120
XXIII	$\log (GD_0^2 H_T)$	1,5102	0,0260	58,06 **	1,4592	1,5612
XIV	$\log H_T$	0,9862	0,1590	6,20 **	0,6746	1,2978
	$\log d_G$	3,1073	0,1004	30,93 **	2,9105	3,3041