

ASPECTOS DA DETERMINAÇÃO DA ÁREA BASAL EM FUNÇÃO DA MÉDIA ARITMÉTICA DOS DIÂMETROS. V — Área basal remanescente superior à existente antes do desbaste.

Ricardo Antonio de Arruda Veiga *
Carlos Marchesi de Carvalho **

R E S U M O

Através de resultados obtidos em populações reais e em amostras geradas em computador demonstra-se que o uso da média aritmética em cálculos de área basal para desbaste podem levar ao vício $B'_p < B'_r$ caracterizado por ocorrência de uma área basal antes do desbaste inferior à remanescente após o corte.

A tendenciosidade $B'_p < B'_r$ é sempre encontrada quando a média aritmética dos diâmetros retirados é inferior ao produto do fator $k = (1 - \sqrt{1 - A})/A$ pela média aritmética dos diâmetros existentes antes do desbaste, com A indicando 1/100 da porcentagem das árvores extraídas.

Desbastes conduzidos de modo a obter, no próximo corte um valor médio do diâmetro superior ao determinado no desbaste em execução, não levam àquela tendenciosidade.

Nos resultados obtidos em populações reais não foi encontrada a tendenciosidade, justamente porque foi seguido o referido critério, sendo encontrada contudo em parte das amostras geradas. Por outro lado, mesmo em povoamentos reais ocorreria a tendenciosidade, caso fosse retirada menor porcentagem de árvores com extração de árvores de menores diâmetros.

A viabilidade de ocorrência da referida tendenciosidade é desfavorável ao uso da média aritmética dos diâmetros para cálculo de área basal.

S U M M A R Y

When using the arithmetical mean of diameters in the computation of basal area in forestry, it is possible to find a remaining basal area (B'_r) superior than the value of the existing basal area before thinning (B'_p)

The bias $B'_p < B'_r$ is met with all the time when thinning is conducted in a way to get to an arithmetical mean of extracted diameter with a lesser value than the product of factor $k = (1 - \sqrt{1 - A})/A$ by arithmetical mean of existing diameters of the sample before thinning, with A referring to 1/100 of the percentage of trees extracted.

Directed thinning in order to obtain, in the following cut, an arithmetical mean of diameters with a value superior than the arithmetical mean of remaining trees of the thinning in execution, do not present the bias $B'_p < B'_r$. For, the orientation followed, implies, indirectly to the extraction of trees with an arithmetical mean of diameters larger than the mean conducing to this discrepancy.

The occurrence of $B'_p < B'_r$ was realized in part of the generated random samples but absent in thinnings realized in the field, a fact fully justified because of having obeyed the criterion that preconizes the achievement of an arithmetical mean of remanent diameters inferior than the mean obtained in the course of the following cut. Altogether, even for real samples $B'_p < B'_r$ would be found in case a smaller percentage of trees would be cut with the extraction of individuals of smaller diameter.

* Professor Titular do Departamento de Fitotecnia (Disciplina de Silvicultura), da Faculdade de Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu.

** Professor Assistente da referida Disciplina.

Introdução

Quando uma área é dividida em duas partes, nenhuma dessas poderá ser maior que a área existente antes da divisão. Se isso acontecesse, o resultado seria absurdo, do ponto de vista da teoria da medida.

No entanto, a determinação da área basal de povoamentos florestais a partir da média aritmética dos diâmetros pode levar a esse tipo de vício. Isso foi mostrado através de exemplo numérico teórico, por PIMENTEL GOMES (1), onde se verificou resultado da área basal remanescente superior à área anterior ao desbaste.

$$d_p = \left(\sum_{i,j} d_{ij} \right) / N_p, \quad d_d = \left(\sum_j d_{1j} \right) / N_d, \quad d_r = \left(\sum_{j, 2j} d_{2j} \right) / N_r,$$

respectivamente as médias aritméticas dos diâmetros das árvores existentes antes do desbaste, das retiradas e das remanescentes. Indiquemos por N_p o número

de árvores da amostra antes do corte, e por N_d e N_r o número retirado e o remanescente. De maneira análoga, seja

$$D_p = \sqrt{\left(1/N_p \right) \sum_{i,j} d_{ij}^2}$$

o diâmetro "quadrático médio calculado" antes do desbaste, e

$$D_d = \sqrt{\left(1/N_d \right) \sum_j d_{1j}^2},$$

$$D_r = \sqrt{\left(1/N_r \right) \sum_{j, 2j} d_{2j}^2}$$

os diâmetros quadráticos médios das árvores retiradas e remanescentes. Teremos de maneira correspondente, as seguintes áreas basais determinadas a partir da média aritmética dos diâmetros.

$$B'_p = \pi/4 N_p d_p^2$$

$$B'_d = \pi/4 N_d d_d^2$$

$$B'_r = \pi/4 N_r d_r^2$$

O presente trabalho procura apresentar estudo mais detalhado sobre essa tendenciosidade, através de desenvolvimento teórico e de dados de povoamentos florestais desbastados.

Método

Desenvolvimento teórico

Para d_{ij} indicando o DAP ("diâmetro à altura do peito", medido por convenção à 1,30 m do solo), de uma árvore com $i = 1$ para as árvores a serem retiradas e $i = 2$ as restantes, representemos por

e também

$$B_p = \pi/4 \sum_{i,j} d_{ij}^2 = \pi/4 N_p d_p^2$$

$$B_d = \pi/4 \sum_j d_{1j}^2 = \pi/4 N_d d_d^2$$

$$B_r = \pi/4 \sum_{j, 2j} d_{2j}^2 = \pi/4 N_r d_r^2$$

essas determinadas a partir da soma dos quadrados dos diâmetros.

O vício caracterizado pela constação de uma área basal remanescente superior à área basal de um maciço florestal antes do desbaste, ocorrerá quando

$$B'_p < B'_r \triangleq (\pi/4) N_p d_p^2 < (\pi/4) N_r d_r^2$$

ou seja, quando

$$N_p d_p^2 < N_r d_r^2$$

Chamando-se $A = N_d/N_p$, a média aritmética dos diâmetros remanescentes poderá ser indicada por

$$d_r = \frac{d_p N_p - d_d N_d}{N_p - N_d} = \frac{d_p - A d_d}{1 - A}$$

Por outro lado tem-se

$$d_p \sqrt{N_p} < d_r \sqrt{N_p (1 - A)}$$

donde

$$d_p < \frac{d_r - A d_r}{\sqrt{1 - A}}$$

Logo, tem-se

$$d_p < d_r \frac{1 - \sqrt{1 - A}}{A} \longrightarrow B'_p < B'_r \quad (I)$$

De modo analogo, demonstra-se o valor $b = B'_p / B'_r$ que conduz à discrepância

$B'_p < B'_r$. Tem-se

$$b = \frac{(\pi/4) N_p d_p^2}{(\pi/4) N_p d_p^2} = A \frac{d_p^2}{d_p^2}$$

donde

$$b < (1 - \sqrt{1 - A})^2 / A \longrightarrow B'_p < B'_r \quad (II)$$

Para facilitar os estudos dessa tendenciosidade foram gerados em computador diâmetro ao acaso para populações de médias e variâncias conhecidas, relacionadas no quadro I. Os diâmetros foram gerados acumuladamente para faixas de extração limitadas por $N/10$ da média.

Para estudos em populações reais foram coletados dados em desbastes realizados em maciços florestais, inseridos no quadro II.

Resultados

Estudo em populações geradas: A partir de dados fornecidos nas amostras geradas segundo valores de média e variância relacionados no quadro I, foram determinados os valores da diferença $B'_p - B'_r$ entre as áreas basais remanescente e anterior ao desbaste. Os resultados que acusaram o vício $B'_p < B'_r$ foram incluídos no quadro III.

Estudos em populações reais: Calculando-se as áreas basais remanescentes

te e anterior ao desbaste, a partir dos dados do quadro II, não foi constatada, em nenhuma das amostras desbastadas na prática, a ocorrência da tendenciosidade $B'_p < B'_r$.

Estudo teórico: Aplicando-se as equações I e II aos dados reais relacionados no quadro II, foram obtidos os valores do diâmetro médio retirado (d) e da porcentagem de árvores retiradas, que se fossem os obtidos do desbaste levariam ao vício $B'_p < B'_r$. Os resultados constam do quadro IV.

Discussão

Observa-se dos dados referente ao valor de $B'_p - B'_r$ reunidos no quadro II que o vício $B'_p < B'_r$ não ocorreu, nas populações geradas, para a variância igual a 1 e praticamente também não ocorreu para a variância 4, mas foi constatado em todos os casos de variâncias 9, 16 e 25 cm^2 .

Do quadro III também se depreende que para uma mesma faixa de extração limitada por dado diâmetro, comparando-se amostras de médias iguais, a discrepância é maior nas populações de maior variância dos diâmetros.

Embora na prática não tenha ocorrido o vício $B'_p < B'_r$, é possível de ser constatado, como indicam os dados nas populações geradas. Realmente, ficou demonstrado pelas equações I e II e pelo quadro IV, que mesmo as populações que não acusaram esse vício o teriam apresentado caso fossem retirados os valores de d ou b apresentados no quadro IV.

Considere-se para discussão os dados coletados na amostra 10. Como mostra o quadro IV, para ocorrer $B'_p < B'_r$ é necessária a extração de $d < 5,8$ cm, mantida a porcentagem de árvores retiradas ($A = 0,406$). Para tanto o número de árvores a retirar por hectare deverá ser igual a 1000, correspondendo a extrair até 9/10 da média. Ora, a esses valores corresponde $d = 6,5$ cm, superior ao valor de 5,8 cm, indicando que não ocorreria $B'_p < B'_r$ caso mantida a porcentagem de extração.

No entanto é de se esperar a ocorrência desse vício para menores porcentagens de extração, como se verifica na mesma amostra 10 para a retirada das árvores até 6/10 da média. Nesse limite tem-se $A = 0,163$ e $d = 4,6$ cm, decorrendo o vício desde que $d < 5,3$ cm. Logo, com $4,6 < 5,3$ a retirada de todas as árvores até 6/10 da média realmente conduziria à tendenciosidade. E a constatação implica em ter-se uma porcentagem de área basal remanescente superior a 100%, o que é um absurdo.

A obtenção de $B'_p < B'_r$ para extração de $b = B'_p / B'_r$ inferior aos obtidos na equação II, pode ser discutida de modo análogo e por isso o presente trabalho não apresenta. Procurou-se incluir os resultados em relação a b devido ao fato

de muitos técnicos relatarem os resultados de desbaste em termos de porcentagem de extração de área basal.

Justifica-se ainda, a não constatação de $B'_p < B'_r$ nas amostras reais reunidas no quadro II, porque o seu desbaste foi realizado segundo critério de desbaste proposta por VEIGA (2). Esse sugere a retirada de modo a ter-se a média aritmética dos diâmetros no próximo desbaste (d) superior à média aritmética dos diâmetros remanescentes no desbaste em execução. Em trabalhos anterior VEIGA (3), demonstramos que para se atender a essa sugestão é necessário que o diâmetro retirado seja superior a

$$d = d_p \frac{1 - \sqrt{1 - A}}{A}$$

Ora, essa equação é análoga a (I), com inversão do sinal de desigualdade. Portanto conclui-se que segundo o citado critério de orientação não ocorre, realmente $B'_p < B'_r$. Isso porque indiretamente

está sendo preconizada a retirada de d superior ao que conduziria à tendenciosidade. Justificam-se, portanto os resultados obtidos com os dados práticos.

Contudo, ficou clara a viabilidade de ocorrência de $B'_p < B'_r$, o que é desfavorável ao uso da média aritmética dos diâmetros para cálculos de área basal. Isso nunca ocorreria se o cálculo fosse conduzido de modo a se determinar a área basal a partir do produto de $(\pi/4)$ pela soma dos quadrados dos diâmetros.

Conclusões

Os resultados permitem concluir, em relação ao vício $B'_p < B'_r$, caracterizado pela constatação de área basal remanescente superior à existente antes do desbaste, que:

a) O vício $B'_p < B'_r$ é constatado toda vez em que o desbaste é conduzido de modo a ter-se a média aritmética dos diâmetros retirados inferior ao produto do fator $k = (1 - \sqrt{1 - A})/A$ pela média

aritmética dos diâmetros existentes na amostra antes do desbaste, com A indicando 1/100 da porcentagem de árvores marcadas para serem retiradas.

b) Os desbastes orientados à obtenção, no próximo corte, de média aritmética dos diâmetros com valor superior à média aritmética dos diâmetros remanescentes no desbaste em execução, não apresentam a tendenciosidade $B'_p < B'_r$,

pois a orientação seguida implica, indiretamente, na retirada de média aritméti-

ca diametral superior a que conduz a esse vício.

c) Embora a tendenciosidade $B'_p < B'_r$ tenha sido constatada em populações geradas em computador, não foi encontrado em desbastes realizados na prática, o que se justifica por ter sido seguido o critério citado na conclusão anterior.

d) É viável a constatação de $B'_p < B'_r$ mesmo em populações reais, o que é desfavorável ao uso da média aritmética para cálculos de área basal.

Quadro I — Populações estabelecidas para estudo do vício $B'_p < B'_r$ decorrente do uso da média aritmética para cálculos de área basal

Média aritmética (cm)	Número por hectare	populações				
		s=1	s=2	s=3	s=4	s=5
10	3820	A	B	C	D	E
10	2550	F	G	H	I	J
15	1700	K	L	M	N	O
15	1130	P	Q	R	S	T

Quadro II — Dados coletados em desbastes de maciços das espécies: A) *Araucaria angustifolia*; B) *Pinus elliottii*; C) *P. taeda*; D) *P. caribaea* var. *hondurensis*.

Amostra	Espécie	Superfície (m ²)	$\sum d_j$ (cm)	N_p	$\sum d_j$	N_r
1	A	200,00	511,0	44	353,0	27
2	A	200,00	420,0	35	325,0	25
3	A	400,00	1154,0	108	706,0	56
4	A	400,00	1203,0	111	840,0	66
5	A	400,00	953,0	63	706,0	38
6	A	200,00	446,0	29	311,0	18
7	A	200,00	477,0	41	327,0	22
8	A	200,00	520,0	40	351,0	23
9	B	281,25	1225,5	124	764,0	67
10	C	500,00	1257,0	123	910,0	73
11	C	281,25	912,4	120	649,8	71
12	D	225,00	955,0	90	570,0	45
13	D	281,25	1221,4	124	798,6	72
14	D	281,25	1094,3	119	632,4	59
15	D	281,25	1205,0	123	775,0	69

Quadro III — Resultados de B' — B' para as populações geradas relacionadas no quadro I. Valores expressos em m^2/ha , correspondentes às extrações de tôdas as árvores até o limite de $N/10$ da média (m).

Diâmetro limite de extração	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2m/10			-0,06	-0,81	-2,03			-0,04	-0,37	-1,34
3m/10			-0,14	-1,15	-2,47			-0,10	-0,58	-1,61
4m/10			-0,37	-1,36	-2,87			-0,18	-0,74	-1,90
5m/10		-0,01	-0,47	-1,54	-3,17		-0,00	-0,23	-0,87	-2,10
6m/10			-0,38	-1,52	-3,24			-0,16	-0,84	-2,15
7m/10				-1,02	-2,99				-0,54	-1,99
8m/10					-2,35					-1,56
9m/10					-1,28					-0,83
Diâmetro limite de extração	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
2m/10				-0,03	-0,21				-0,02	-0,17
3m/10				-0,05	-0,32			-0,00	-0,03	-0,25
4m/10				-0,12	-0,50			-0,00	-0,03	-0,36
5m/10			-0,01	-0,24	-0,65			-0,00	-0,15	-0,43
6m/10			-0,02	-0,17	-0,58				-0,10	-0,37
7m/10					-0,09					-0,01

Quadro IV — Valores do diâmetro médio e da porcentagem de área basal que uma vez retirados conduziriam as populações florestais relacionadas no quadro II a apresentarem o vício $B' < B'$.

Amostra	Valores que conduziriam ao vício $B' < B'$	
	d (cm)	b
1	6,5	0,1213
2	6,5	0,0840
3	6,2	0,1625
4	6,1	0,1290
5	8,5	0,1257
6	8,6	0,1185
7	6,7	0,1542
8	7,4	0,1375
9	5,7	0,1528
10	5,8	0,1294
11	4,3	0,1303
12	6,2	0,1716
13	5,5	0,1349
14	5,4	0,1735
15	5,6	0,1435

LITERATURA CITADA

- 1 — PIMENTEL GOMES, F. 1965. Inconvenientes do uso do valor médio do diâmetro para determinações da área basal. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz" 22: 111-116
- 2 — VEIGA, A. A. 1965. A new thinning method. Advancing Frontiers of Plant Sciences 13: 173-180. Nova Delhi.
- 3 — VEIGA, R.A.A. 1970. Diâmetro médio retirado que conduz à igualdade entre o diâmetro futuro e o remanescente em desbaste florestal. Resumos da XXII Reunião Anual da SBPC: 213-214.
- 74 — REVISTA FLORESTA

thod. Advancing Frontiers of Plant Sciences 13: 173-180. Nova Delhi.

- 3 — VEIGA, R.A.A. 1970. Diâmetro médio retirado que conduz à igualdade entre o diâmetro futuro e o remanescente em desbaste florestal. Resumos da XXII Reunião Anual da SBPC: 213-214.