ASPECTOS DA DETERMINAÇÃO DA ÁREA BASAL EM FUNÇÃO DA MÉDIA ARITMÉTICA DOS DIÂMETROS.

I — Erros na determinação da área basal do povoamento.

Ricardo A. A. Veiga (*)

R E S U M O

Foi comparado o método de determinação de área basal a partir da média aritmética dos diâmetros com o método de determinação a partir da soma dos quadrados dos diâmetros.

Procurou-se de início o estudo teórico dos erros com a obtenção de equações através das quais foi possível realizar determinações para populações teóricas de médias e variâncias conhecidas.

Procurou-se também obter estimativas das discrepâncias em populações com distribuição normal dos diâmetros, gerados ao acaso com auxílio de computador eletrônico.

Para confirmar os estudos teóricos e os conduzidos nas populações geradas, foram coletados dados em 15 povoamentos. Nas amostras foram igualmente realizadas as determinações, para mostrar os valores que podem ser assumidos pelas discrepâncias em povoamentos reais.

Os erros assinalados em populações teóricas e em amostras geradas, e confirmados em amostras reais, contra-indicam o uso da média aritmética dos diâmetros para determinação de área basal, sendo preferível a utilização do método comparado, que envolve cálculos de área seccional a partir da soma dos quadrados dos diâmetros das árvores do povoamento florestal.

S U M M A R Y

The method of computation of the basal area in forestry making use of arithmetical mean of diameters had been compared with the computation method making use of the sum of the Squares of diameters.

First of all a theoretical study of discrepancies had been undertaken with the obtainment of some equations by which it was possible to achieve computations for theoretical populations with a known mean and variance.

Obtainment of discrepancies in populations with normal distribution of diameters generated at random in electronic computer, had also been undertaken.

In order to confirm the theoretic studies and those conducted in generated populations, data of 15 stands had been collected. In samples obtained, determinations were equally realized in order to show values that could be assumed by the discrepancies in real stands.

The discrepancies verified in theoretical populations and in generated samples, as well as confirmed by real samples, counterindicate the use of the arithmetical mean of diameters in the computation of basal area being considered advantageous the utilization of the method compared, making use of the sum of square diameters in the computation of basal area in forestry.

1. INTRODUÇÃO

Em trabalhos de silvimetria é frequentemente necessária a determinação da área basal do povoamento florestal. As aplicações são diversas, desde a indicação da densidade, até às avaliações de volume.

No Estado de São Paulo, são comuns as determinações a partir de parcelas de amostragem com cálculos da área basal em função da média aritmética dos diâmetros. Contudo, esse método apresenta inconvenientes teóricos, do ponto de vista

da teoria da medida, apontados por PIMENTEL GOMES (1965).

O presente trabalho foi realizado procurando oferecer estudo mais detalhado sobre os inconvenientes daquela maneira de cálculo da área seccional, quando comparada com o método clássico de determinação a partir da soma dos quadrados dos diâmetros. Para tanto, é conduzido estudo teórico, complementado com aplicações em populações geradas em computador e em amostras de povoamentos reais.

(*) Professor Assistente-Doutor da Disciplina de Silvicultura, do Departamento de Fitotecnia da Faculdade de Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Área basal, segundo definição da SOCIETY OF AMERICAN FORESTERS (1958) é a "área usualmente expressa em pés quadrados, da secção à altura do peito de uma árvore ou de todas as árvores do povoamento". Enquanto BRUCE & SCUMAKER (1942), SPURR (1952), DAVIS (1954) e MACKAY (1964) a definem como a área total das secções das árvores do maciço medidas no D.A.P., outros autores chamam de área basal a área seccional de uma árvore individual, caso de BELYA (1931), TOUMEY & KORSTIAN (1937), BAKER (1950), GOMES (1957) e HUSH (1963).

Para distinguir termos referentes à área basimétrica, VEIGA (1965) utiliza as denominações "área basal individual" para o caso de uma única árvore, "área basal média" para a determinação efetuada a partir do produto da média aritmética dos diâmetros por $(\pi/4)$ e pelo número de árvores medidas, "área basal total" para as obtidas do produto de $(\pi/4)$ pela soma dos quadrados dos diâmetros. Denomina ainda de "área basal individual média" ao produto de $(\pi/4)$ pelo quadrado da média aritmética dos diâmetros medidos, e de "área basal proporcional" ao relacionamento da "total" por unidade de superfície.

Embora a nomenclatura adotada não seja uniforme, há perfeita distinção entre duas maneiras de determinação da área seccional do povoamento, uma a partir da média aritmética, e outra a partir da soma dos quadrados dos diâmetros. A primeira é a utilizada em método de desbaste proposto por VEIGA (1961), e em trabalhos de desbastes de VEIGA 1959, 1962, 1962a, 1962b, 1962c, 1964, 1964a, 1965a, 1965b), VEIGA & CARRÃO (1965), KRONKA (1967), e em tabelas de rendimento e volume por VEIGA (1967). Dado o uso freqüente da média aritmética para cálculo da área basal, KRONKA E VEIGA (1967) organizaram tabela com resultados dessa área calculados com auxílio de logaritmos.

Para populações florestais, MACKAY (1964) adverte sobre a possibilidade de ser considerável, em muitos casos, a diferença entre o quadrado da média aritmética e o diâmetro obtido pelo quociente da soma dos quadrados dos diâmetros pelo número de árvores.

PIMENTEL GOMES (1965) demonstrou que o uso da média aritmética para cálculo da área seccional conduz sempre a uma discrepância proporcional à soma dos quadrados dos desvios dos diâmetros, e que a área existente antes do desbaste é sempre inferior à soma das áreas retiradas e remanescente, mostrando ainda, com auxílio de exemplo numérico, que em alguns casos pode-se ter após o desbaste uma área remanescente superior à existente antes de sua execução, o que é um absurdo.

3. MÉTODO

3.1. Terminologia e Simbologia

Considerou-se d_{ij} o elemento genérico correspondente ao diâmetro de uma árvore, medido a 1.30m do solo, indicando-se por N_p o número de árvores existentes na amostra.

Representou-se a média aritmética dos diâmetros por

$$\bar{d} = \sum_{i,j} d_{ij} / N_p = \bar{d}_p$$

e decidiu-se denominar de diâmetro quadrático médio" ao obtido por

$$D_p = \sqrt{\sum_{i,j} d_{ij}^2 / N_p}$$

Procurou-se verificar as desvantagens da determinação da área basal a partir da média aritmética dos diâmetros

$$A'_p = (\pi/4) N_p \bar{d}_p^2$$

quando comparada com a área correspondente obtida a partir da soma dos quadrados dos diâmetros

$$A_p = (\pi/4) \sum_{i,j} d_{ij}^2 = (\pi/4) N_p D_p^2$$

3.2. Desenvolvimento Teórico

Partindo-se das equações representativas das áreas basais calculadas, antes da execução do desbaste, a partir da média aritmética dos diâmetros e do diâmetro quadrático médio, dadas por:

$$\hat{A}'_p = (\pi/4) \sum_p N_p d_p^2$$

$$\hat{A}_p = (\pi/4) \sum_p N_p d_p^2$$

obtem-se

$$\hat{A}_p - \hat{A}'_p = (\pi/4) \sum_p N_p (D_p^2 - d_p^2)$$

Substituindo D_p e d_p pelos respectivos valores tem-se

$$\hat{A}_p - \hat{A}'_p = (\pi/4) N_p \left[\frac{\sum_{i,j} d_{ij}^2}{N_p} - \frac{d_p^2}{N_p^2} \right]$$

ou seja

$$\hat{A}_p - \hat{A}'_p = (\pi/4) \left[\sum_{i,j} d_{ij}^2 - \frac{d_p^2}{N_p} \right]$$

equação a que chegou PIMENTEL GOMES (1965)

Daí resulta que

$$E(\hat{A}_p) - E(\hat{A}'_p) = (\pi/4) (N_p - 1) \sigma_p^2$$

onde o primeiro membro mede a discrepância entre os valores teóricos das áreas basais calculadas a partir da média aritmética e a partir da soma dos quadrados dos diâmetros, e σ_p^2 representa a variância dos diâmetros antes do desbaste. Ou seja, tomando-se

$$E(\hat{A}_p) = A_p$$

$$E(\hat{A}'_p) = A'_p$$

tem-se

$$A_p - A'_p = (\pi/4) (N_p - 1) \sigma_p^2$$

Realmente, a equação não se altera se multiplicado e dividido o segundo membro por $N_p - 1$, ficando

$$\hat{A}_p - \hat{A}'_p = (\pi/4) (N_p - 1)$$

$$\left[\frac{\sum_{i,j} d_{ij}^2 - \frac{d_p^2}{N_p}}{N_p - 1} \right]$$

ou seja

$$\hat{A}_p - \hat{A}'_p = (\pi/4) (N_p - 1) s_p^2 \quad (I)$$

donde

$$E(\hat{A}_p - \hat{A}'_p) = (\pi/4) (N_p - 1) E(s_p^2) \\ = (\pi/4) (N_p - 1) \sigma_p^2 \quad (II)$$

Com base na equação (II) procurou-se determinar teoricamente os valores assumidos pela discrepância $\hat{A}_p - \hat{A}'_p$ em populações de médias aritméticas conhecidas ($d_p = 10$ cm e $d_p = 15$ cm) para cinco diferentes desvios padrões teóricos ($\sigma = 1, \sigma = 2, \sigma = 3, \sigma = 4$ e $\sigma = 5$ cm). Essas populações constam do quadro I, para povoamentos de áreas basais $B_p = 20$ e $B_p = 30$ m²/ha. O número de árvores por hectares foi determinado indiretamente por

$$N_p = A'_p / (\pi/4) d_p^2,$$

que decorre da própria definição de B_p

Procurou-se, também, exprimir a discrepância $A_p - A'_p$ em termos de porcentagem em relação a A_p . Partindo-se de (II) tem-se

$$100 \frac{A_p - A'_p}{B_p} = 100 \frac{(\pi/4) (N_p - 1)}{(\pi/4) (N_p - 1)} \cdot \frac{\left[\frac{u'_2 - (u'_1)^2}{u'_2} \right]}{u'_2}$$

ou seja

$$100 \frac{A_p - A'_p}{A_p} = 100 \left[\frac{u'_2 - (u'_1)^2}{u'_2} \right] \cdot \frac{1}{u'_2} \quad (III)$$

Para cálculos das discrepâncias

$$100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

assumidas pelas amostras constantes no quadro I, foram obtidas daquele quadro os valores de σ_p e $d = u'_1$. Os valores correspondentes a u'_2 foram calculados a partir de

$$u'_2 = \sigma_p^2 + (u'_1)^2$$

permitindo a determinação das discrepâncias com auxílio da equação III.

3.3. Estudos em populações geradas

Admitindo-se que os diâmetros seguem a distribuição normal, de média u e desvio padrão σ , procurou-se obter no computador eletrônico IBM — 1130, da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", amostras segundo diferentes valores de σ e u , previamente escolhidos, com diâmetros gerados inteiramente ao acaso.

A escolha foi conduzida visando gerar 20 amostras diferentes, cada uma correspondente a 1 ha, segundo os mesmos tratamentos reunidos no quadro I.

Nas populações geradas foram determinadas as discrepâncias $\hat{A} - \hat{A}'$, e foram também calculadas percentualmente como

$$100 \frac{\hat{A} - \hat{A}'_p}{\hat{A}_p}$$

3.4. Estudos em populações reais

Para complementar estudos realizados teoricamente e os resultados alcançados em amostras geradas, o presente trabalho inclui dados de 15 populações reais, e a partir deles calcula as discrepâncias procuradas. Os dados coletados constam do quadro II, com os 8 primeiros povoaamentos pertencendo a medições realizadas pelo autor em *Araucaria angustifolia* (Bert) O. Ktze, e os 7 restantes tendo sido cedidos pelo Dr. Alceu de Arruda Veiga, referindo-se a maciços de *Pinus* sp.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Estudo teórico e estudos em populações geradas

Pela aplicação das equações citadas anteriormente às populações constantes

no quadro I, foram determinados teoricamente os valores de $\hat{A} - \hat{A}'$ (em cm^2/ha e depois transformados para m^2/ha) e os valores de $100 (\hat{A} - \hat{A}')/\hat{A}$. Foram também determinados os valores dos coeficientes de variação dos diâmetros correspondentes às populações do quadro I. Todos os resultados acham-se assinalados no quadro III.

A partir dos valores de $\sum_{i,j} d^2$, $\sum_{i,j} d$ e N , gerados para as populações indicadas no quadro I, foram igualmente determinados os valores de $\hat{A} - \hat{A}'$, $100 (\hat{A} - \hat{A}')/\hat{A}$, do desvio padrão (s) e do coeficiente de variação. Os resultados também constam do quadro III. Foram obtidos os seguintes coeficientes de correlação linear, entre as variáveis constantes no quadro III:

$r_{1.3} = 0,8147^{**}$	$r_{6.8} = 0,8117^{**}$
$r_{1.4} = 0,7993^{**}$	$r_{6.9} = 0,7994^{**}$
$r_{1.5} = 0,9081^{**}$	$r_{6.10} = 0,9317^{**}$
$r_{2.3} = 0,9130^{**}$	$r_{7.8} = 0,8870^{**}$
$r_{2.4} = 0,9294^{**}$	$r_{7.9} = 0,9123^{**}$
$r_{2.5} = 0,9940^{**}$	$r_{7.10} = 0,9978^{**}$

com (**) indicando valores significativos ao nível de 1% de probabilidade, verificados através de cálculos de t com $N-2$ graus de liberdade (PIMENTEL GOMES, 1967).

4.2. Estudos em populações reais

Para estudos nas amostras de povoaamentos reais, foram aplicadas as equações citadas anteriormente aos dados do quadro II. Foram obtidos resultados de $\hat{A} - \hat{A}'$ em cm^2 em relação à superfície de cada amostra, e após sua transformação para m^2/ha passaram a constar no quadro IV. Nesse quadro foram também inseridos os valores correspondentes à discrepância $100 (\hat{A} - \hat{A}')/\hat{A}$ e os valores dos desvios padrões, das estimativas das variâncias e dos coeficientes de variação dos diâmetros das árvores contidas nas amostras.

Foram obtidos os seguintes coeficientes de correlação linear entre as variáveis constantes no quadro IV:

$$\begin{aligned} r_{1.3} &= 0,6503 * \\ r_{1.4} &= 0,6716 * \\ r_{1.5} &= 0,7308 ** \\ r_{2.3} &= 0,6244 * \\ r_{2.4} &= 0,6918 ** \\ r_{2.5} &= 0,9852 ** \end{aligned}$$

onde:

* = significativo ao nível de 5% de probabilidade

** = significativo ao nível de 1% de probabilidade

Os testes de significância dos coeficientes foram conduzidos através do cálculo de t com $N-2$ graus de liberdade.

4.3. Discussão

Depreende-se do quadro III, através do exame dos resultados das amostras teóricas e geradas A e K, B e L, C e M, D e N, E e O, F e P, G e Q, H e R, I e S, J e T, que povoamentos com valores iguais da área basal determinada a partir da média aritmética dos diâmetros, e com iguais variâncias mas com diferentes médias aritméticas diametraes, diferem nos valores apresentados pelas discrepâncias

$$A_p - A'_p = 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

que são maiores para povoamentos com menor média, ou seja, para povoamentos com maior número de árvores.

Observa-se também, através do exame dos resultados das amostras teóricas e geradas com

$$B'_p = 30 \text{ m}^2/\text{ha} \text{ e } u = 10 \text{ cm};$$

$$B'_p = 20 \text{ m}^2/\text{ha} \text{ e } u = 10 \text{ cm};$$

$$B'_p = 30 \text{ m}^2/\text{ha} \text{ e } u = 15 \text{ cm};$$

$$B'_p = 20 \text{ m}^2/\text{ha} \text{ e } u = 15 \text{ cm};$$

que povoamentos com valores iguais da área basal determinada a partir da mé-

dia aritmética dos diâmetros, e com médias iguais, mas variâncias diferentes, diferem nos valores apresentados pelas discrepâncias

$$A_p - A'_p = 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

que são maiores para maciços de maior variância.

Ainda do quadro III, através do exame dos resultados das amostras teóricas e geradas A e F, B e G, C e H, D e I, E e J, K e P, L e Q, M e R, N e S, O e T, verifica-se que povoamentos com valores diferentes da área basal determinada a partir da média aritmética dos diâmetros, mas com médias e variâncias iguais, diferem no valor apresentado por $B_p - B'_p$, que é maior para povoamentos de maior área basal. Os valores correspondentes a

$$A_p - A'_p = 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

são, contudo, iguais.

As discussões, atrás apresentadas para a discrepância $A_p - A'_p$ determinada para populações teóricas e geradas, reúnem observações que se justificam e podem ser esperadas a partir das próprias equações utilizadas no seu cálculo.

Ambas as discrepâncias

$$A_p - A'_p = 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

aumentam com o aumento da heterogeneidade das populações. Isso depreende-se dos coeficientes de correlação linear positivos e significativo entre essas tendências e os valores de σ^2 , s^2 e C. V., encontrados para as amostras teó-

ricas; entre as estimativas das discrepâncias em amostras geradas, e os valores de s^2 , s e C. V. correspondentes; e entre as estimativas das discrepâncias nas 15 amostras reais observadas, e os respectivos valores de s^2 , s e C. V.

O coeficiente de variação dos diâmetros mostrou maior correlação com as discrepâncias em estudo do que as outras variáveis testadas.

Das discussões apresentadas depende-se que o cálculo dos coeficientes de variação unicamente entre as áreas basais de povoamentos florestais não são suficientes para indicar sua homogeneidade, visando a critérios de desbaste. Isso porque as áreas basais determinadas a partir da média aritmética dos diâmetros podem ser até iguais, ou seja, o coeficiente de variação entre elas pode ser mínimo, e contudo poderão variar as discrepâncias.

O exame do quadro III, mostra valores altos assumidos pelas discrepâncias

$$\frac{A_p - A'_p}{A_p} \text{ e } 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

nas populações teóricas e geradas estabelecidas para estudo. Dos 20 casos escolhidos, 12 apresentam mais do que 1m²/ha, 8 mostram tendenciosidade superior a 2m²/ha, alcançando-se para a amostra E mais do que 7m²/ha, no estudo de $\frac{A_p - A'_p}{A_p}$. Para a tendenciosidade

$$100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

de 20 amostras, 18 apresentam mais de 1%, 10 apresentam mais do que 5%, 6 apresentam mais do que 10%, chegando a atingir em duas amostras a discrepância de 20%.

O quadro IV confirma na prática os altos valores assumidos em populações teóricas e em amostras geradas, pelas discrepâncias

$$\frac{A_p - A'_p}{A_p} \text{ e } 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

Do exame daquele quadro verifica-se, para $\frac{A_p - A'_p}{A_p}$, que de 15 povoamentos estudados todos apresentam discrepância superior a 1,8 m²/ha, 13 apresentam mais do que 2 m²/ha, 8 apresentam mais do que 2,5 m²/ha, 3 apresentam mais do que 3 m²/ha, sendo o mais alto valor encontrado o de 3,9 m²/ha. Porcentualmente, de 15 amostras todas acusaram tendenciosidades superior a 5%, 11 acusa-

ram mais do que 9%, 6 acusaram mais do que 10%, e a maior discrepância apresentada superou 13%.

5. CONCLUSÕES

Da discussão dos resultados podem ser tiradas as seguintes conclusões:

5.1. Em cálculos de área basal a partir da média aritmética dos diâmetros a discrepância teórica

$$\frac{A_p - A'_p}{A_p} = (\pi/4) (N_p - 1) \sigma_p^2$$

é diretamente proporcional ao produto do número de árvores pela variância dos diâmetros.

5.2. A influência da heterogeneidade das amostras sobre as discrepâncias

$$\frac{A_p - A'_p}{A_p} \text{ e } 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

esperada teóricamente, foi demonstrada em populações teóricas, em amostras geradas e em povoamentos reais, pelos coeficientes de correlação linear positivos e altamente significativos encontrados entre as tendenciosidades e os coeficientes de variação dos diâmetros.

5.3. Para povoamentos com valores iguais de B'_p , se as variâncias diametraes são iguais mas as médias diferem, as discrepâncias

$$\frac{A_p - A'_p}{A_p} \text{ e } 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

são maiores na população de maior média, e se as médias são iguais mas as variâncias diferentes, aquelas discrepâncias assumem maior valor no povoamento de maior variância, como já era de se esperar pela equação teórica.

5.4. Para populações de diferentes valores de A'_p as tendenciosidades

$$\frac{A_p - A'_p}{A_p} \text{ e } 100 \frac{A_p - A'_p}{A_p}$$

em maciços de variâncias iguais e médias diferentes, são maiores no de maior

número de árvores por unidade de superfície; em amostras de médias iguais e variâncias iguais, $A - A'$ é maior na de maior número de árvores por unidade de superfície, enquanto os valores de

$$\frac{100 (A - A')}{A}$$

são iguais, comprovando o esperado teoricamente pelas equações correspondentes.

5.5. As discrepâncias

$$A - A' \text{ e } 100 \frac{A - A'}{A}$$

mostraram em populações teóricas e em populações geradas valores muitas vezes elevados. Esses resultados foram confirmados em 15 amostras reais onde 13 acusaram para $\hat{A} - \hat{A}'$ mais do que $2m^2/ha$, e o erro porcentual

$$\frac{100 (\hat{A} - \hat{A}')}{\hat{A}}$$

em todas foi superior a 5%.

5.6. Os resultados apresentados mostram desvantagens grandes no uso da média aritmética dos diâmetros para cálculos da área basal do povoamento, resultando ser realmente preferível na prática a determinação a partir da soma dos quadrados dos diâmetros.

6. BIBLIOGRAFIA

1. BAKER, F. S. 1950. *Principles of Silviculture*, 414 pp. McGraw-Hill, Nova York.
2. BELYEA, H. C. 1931. *Forest Measurement*, 319 pp. John Wiley, Nova York.
3. BRUCE, D. & F.X. SCHUMACHER. 1942. *Forest Mensuration*, 2a. edição - 425 pp. McGraw-Hill, Nova York.
4. DAVIS, K.P. 1954. *American Forest Management*, 482 pp. McGraw-Hill, Nova York.
5. GOMES, A.M.A. 1957. *Medição dos Arvoredos*, 413 pp. Sá da Costa, Lisboa.
6. HUSH, B. 1963. *Forest Mensuration and Statistics*, 474 pp. Ronald Press, Nova York.
7. KRONKA, F.J.N. 1967. Informações Sobre Desbastes Realizados em Talhões de *Pinus elliotii* Eng. e *Pinus taeda* L. *Silvicultura em São Paulo* 6: 167-171.
8. ——— & A.A. VEIGA. 1967. Área Basal em Logaritmos. *Silvicultura em São Paulo* 6: 173-182.
9. MACKAY, E. 1964. *Dasometria*, 759 pp. Escuela Superior de Ingenieros de Montes, Madrid.
10. PIMENTEL GOMES, F. 1965. Inconvenientes do Uso do Valor Médio do Diâmetro para Determinação da Área Basal. *Anais da E. S. A. "Luiz de Queiroz"* 22: 111-116.
11. ——— 1967. *Iniciação à Estatística*, 229 pp. Livraria Nobel, São Paulo.
12. SOCIETY OF AMERICAN FORESTERS. 1958. *Forestry Terminology*, 3a. edição 97 pp. Washington.
13. SPURR, S.H. 1952. *Forest Inventory*, 476 pp. Ronald Press, Nova York.
14. TOUMEY, J.W. & C.F. KORSTIAN. 1937. *Foundations of Silviculture Upon an Ecological Bases*, 456 pp. John Wiley, Nova York.
15. VEIGA, A.A. 1959. Dados Preliminares da Área Basal de *Cupressus lusitanica* Mill. *Revista de Agricultura* 34: 163-168. Piracicaba.
16. ——— 1961. Desbastes de Eucalipto em função da Área Basal. Método de Determinação dessa Área. IIa. *Conferência Mundial do Eucalipto, Relatórios e Documentos* 818-827. São Paulo.
17. ——— 1962. Áreas Basais Ideais e Médias no Gênero *Pinus*. *Revista de Agricultura* 37: 33-36. Piracicaba.
18. ——— 1962a. Área Basal Ideal de *Araucaria angustifolia*. *Revista de Agricultura* 37: 131-134. Piracicaba.
19. ——— 1962b. Sistemas Comparativos de Desbastes. *Silvicultura em São Paulo* 1 (2): 171-183.
20. ——— 1962c. Manejo do "Jequitibá Vermelho" *Cariniana brasiliensis* Cas. *Silvicultura em São Paulo* 1 (2): 185-188.
21. ——— 1964. Cálculos dos Diâmetros. *São Paulo Agrícola* 6 (62): 14-16.
22. ——— 1964a. O Comportamento Florestal das Essências Indígenas e Folhosas Exóticas. *Silvicultura em São Paulo* 3: 257-280.
23. ——— 1965. A New Thinning Method. *Advancing Frontiers of Plant Sciences* 13: 173-180. Nova Delhi.
24. ——— 1965a. Manejo do *Eucalyptus saligna* Sm. *Silvicultura em São Paulo* 4: 7-16.
25. ——— 1965b. Condução Econômica do Reflorestamento — *Araucaria angustifolia* e *Pinus* sp. *Anais do I Simpósio de Reflorestamento da Região da Araucária* 235-238. Curitiba.
26. ——— 1967. Elaboração de Tabelas de Rendimento e de Volume Individual. - *Silvicultura em São Paulo* 6: 167-171.
27. ——— & A. M. CARRÃO FILHO. 1965. Execução de um Desbaste de *Pinus taeda*. *Silvicultura em São Paulo* 4: 17-30.

Quadro I - Populações estabelecidas para estudo de tendências decorrentes do uso da média aritmética dos diâmetros para determinações de áreas basais.

População	A'_p (m ² /ha)	$u=d_p$ (cm)	N_p (Nº/ha)	σ_p (cm)
A	30	10	3820	1
B	30	10	3820	2
C	30	10	3820	3
D	30	10	3820	4
E	30	10	3820	5
F	20	10	2550	1
G	20	10	2550	2
H	20	10	2550	3
I	20	10	2550	4
J	20	10	2550	5
K	30	15	1700	1
L	30	15	1700	2
M	30	15	1700	3
N	30	15	1700	4
O	30	15	1700	5
P	20	15	1130	1
Q	20	15	1130	2
R	20	15	1130	3
S	20	15	1130	4
T	20	15	1130	5

Quadro II - Dados coletados em Mensurações conduzidas em povoamentos de *Araucaria Angustifolia* e *Pinus* Sp. em propriedades da Celulose Cambará, Estado do Rio Grande do Sul, e do Horto Florestal de Tupi, Estado de São Paulo.

Amostra	Superfície (m ²)	$\sum_{i,j} d_{ij}$ (cm)	N_p	Espécie
1	200,00	511,0	44	<i>A. angustifolia</i>
2	200,00	420,0	35	<i>A. angustifolia</i>
3	400,00	1154,0	108	<i>A. angustifolia</i>
4	400,00	1203,0	111	<i>A. angustifolia</i>
5	400,00	953,0	63	<i>A. angustifolia</i>
6	200,00	446,0	29	<i>A. angustifolia</i>
7	200,00	477,0	41	<i>A. angustifolia</i>
8	200,00	520,0	40	<i>A. angustifolia</i>
9	281,25	1225,0	124	<i>P. elliottii</i>
10	500,00	1257,0	123	<i>P. taeda</i>
11	281,25	912,4	120	<i>P. taeda</i>
12	281,25	955,0	90	<i>P. caribaea</i> v. <i>hondurensis</i>
13	281,25	1221,4	124	<i>P. caribaea</i> v. <i>hondurensis</i>
14	281,25	1094,3	119	<i>P. caribaea</i> v. <i>hondurensis</i>
15	281,25	1205,0	123	<i>P. caribaea</i> v. <i>hondurensis</i>

Quadro III - Resultados das discrepâncias $\bar{A} - \bar{A}'$ e $100 (\bar{A} - \bar{A}')/\bar{A}$, e valores correspondentes ao desvio padrão, à variância e ao coeficiente de variação, esperados teoricamente e calculados para as populações relacionadas no quadro I.

Populações	Resultados esperados teoricamente					Resultados das populações geradas				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	$\bar{A} - \bar{A}'$	$100\bar{A} - \bar{A}'$	σ^2	σ	C.V.	$\bar{A} - \bar{A}'$	$100\bar{A} - \bar{A}'$	s^2	s	C.V.
	$\frac{\bar{A} - \bar{A}'}{\bar{A}}$	$\frac{100\bar{A} - \bar{A}'}{\bar{A}}$				$\frac{\bar{A} - \bar{A}'}{\bar{A}}$	$\frac{100\bar{A} - \bar{A}'}{\bar{A}}$			
	(m ² /ha)		(cm ²)	(cm)		(m ² /ha)		(cm ²)	(cm)	
A	0,30	1,01%	1	1	10,00%	0,30	1,01%	1,02	1,01	10,10%
B	1,20	3,85%	4	2	20,00%	1,21	3,90%	4,06	2,01	20,17%
C	2,70	8,91%	9	3	30,00%	2,74	8,38%	9,14	3,00	30,25%
D	4,80	13,79%	16	4	40,00%	4,79	13,98%	16,00	4,03	40,12%
E	7,50	20,00%	25	5	50,00%	7,60	20,22%	25,33	5,03	50,35%
F	0,20	1,01%	1	1	10,00%	0,19	0,98%	0,99	0,99	9,99%
G	0,80	3,85%	4	2	20,00%	0,82	3,94%	4,10	2,02	20,26%
H	1,80	8,91%	9	3	30,00%	1,81	8,33%	9,07	3,01	30,15%
I	3,20	13,79%	16	4	40,00%	3,19	13,80%	15,94	3,99	40,02%
J	5,00	20,00%	25	5	50,00%	5,05	20,03%	25,24	5,02	50,05%
K	0,13	0,44%	1	1	6,66%	0,13	0,44%	0,99	0,99	6,65%
L	0,53	1,80%	4	2	13,32%	0,54	1,77%	4,08	2,02	13,45%
M	1,20	3,85%	9	3	19,98%	1,22	3,92%	9,17	3,02	20,21%
N	2,13	6,64%	16	4	26,64%	2,17	6,77%	16,31	4,03	26,96%
O	3,33	12,50%	25	5	33,30%	3,40	10,13%	25,51	5,05	33,59%
P	0,09	0,44%	1	1	6,66%	0,09	0,44%	0,99	0,99	6,66%
Q	0,36	1,80%	4	2	13,32%	0,36	1,76%	4,02	2,00	13,40%
R	0,80	3,85%	9	3	19,98%	0,80	3,86%	9,04	3,00	20,05%
S	1,42	6,64%	16	4	26,64%	1,44	6,76%	16,22	4,02	26,93%
T	2,22	12,50%	25	5	33,30%	2,29	10,28%	25,83	5,08	33,88%

QUADRO IV — Resultados das discrepâncias $\bar{A} - \bar{A}'$ e $100 (\bar{A} - \bar{A}')/\bar{A}$, e valores correspondentes ao desvio-padrão, à variância e ao coeficiente de variação, calculados para os dados dos povoamentos reais assinalados no quadro II.

Populações	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	$\bar{A} - \bar{A}'$	$100 \bar{A} - \bar{A}'$			
	$\frac{\bar{A} - \bar{A}'}{\bar{A}}$	$\frac{100 \bar{A} - \bar{A}'}{\bar{A}}$	s^2	s	C. V.
	(m ² /ha)		(cm ²)	(cm)	
1	2,74	10,51%	16,21	4,03	37,74%
2	2,23	10,13%	16,71	4,09	34,08%
3	2,41	9,06%	11,48	3,39	31,68%
4	2,40	9,84%	11,08	3,33	30,83%
5	3,69	11,54%	30,34	5,51	36,49%
6	2,76	9,28%	25,06	5,01	32,53%
7	3,15	12,62%	20,04	4,48	38,62%
8	2,87	9,77%	18,77	4,33	33,31%
9	2,25	6,23%	6,54	2,56	25,86%
10	2,92	12,65%	15,25	3,90	38,22%
11	2,96	13,26%	8,92	2,99	39,34%
12	3,90	9,94%	12,57	3,55	33,49%
13	1,83	5,18%	5,34	2,31	23,57%
14	2,05	5,79%	4,12	2,03	22,06%
15	1,92	5,51%	5,64	2,38	24,28%