DOI: http://dx.doi.org/10.5380/ef.v0i24.73728

Trabalhando com Função de Segundo Grau – relato de Experiência com alunos da 1ª série do Ensino Médio

Revista Extensão em Foco
UFPR
ISSN 2358-7180

Working With Second Degree Function – Experience Report With Students in the 1st Series of High School

Wallace Coutinho Soares[1], Jéssica Pasetto Silva[2], Tatiana Delesposte[3] , Jorge Henrique Gualandi[4]

RESUMO

Este texto tem o propósito de descrever uma atividade realizada por dois bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do ES – *campu*s Cachoeiro de Itapemirim – IFES, realizada no segundo trimestre escolar de 2019, na Escola Estadual de Ensino Médio CEI "Áttila de Almeida Miranda". Os sujeitos foram vinte e seis alunos da 1ª série do ensino médio. Objetivou-se com esta atividade, trabalhar os conceitos de função do segundo grau analisando a representação gráfica e estimulando o aluno a entender as propriedades estudadas e consequentemente viabilizar sua interpretação, seja ela graficamente ou algebricamente. Concluiu-se que existe uma gama de dificuldades, por parte dos alunos, em entender e interpretar o significado das "fórmulas" estudadas, além de não alternarem os registros algébricos para registros gráficos de funções. Entende-se que, quanto mais formas de registro para determinado problema, mais discussões acerca da significação do conteúdo serão estabelecidas.

Palavras-chave: Função do segundo grau. Representação gráfica. Representação algébrica.

ABSTRACT

This text aims to describe an activity carried out by two scholarship holders of the Institutional Program for Teaching Initiation Scholarship - PIBID, of the Federal Institute of Education, Science and Technology of ES - Cachoeiro de Itapemirim campus - IFES, held in the second quarter of school 2019, at the CEI State High School "Áttila de Almeida Miranda". The subjects were twenty-six students from the 1st grade of high school. The objective of this activity was to work on the concepts of high school function, analyzing the graphical representation and encouraging the student to understand the studied properties and, consequently, enable their interpretation, either graphically or algebraically. It was concluded that there is a range of difficulties, on the part of the students, in understanding and interpreting the meaning of the "formulas" studied, in addition to not switching from algebraic registers to graphical registers of functions. It is understood that, the more forms of registration for a given problem, the more discussions about the meaning of the content will be established.
Keywords: Second degree function. Graphic representation. Algebraic representation.

[1] Licenciado em Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo- *campus* Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil. E-mail: wsoares.matematica@gmail.com. orcid.org/0000-0002-3492-7184
[2] Licencianda em Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo- *campus* Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil. E-mail: jessicapasetto1234@gmail.com. orcid.org/0000-0002-6083-9567
[3] Especialista em Matemática. Secretaria Estadual de Educação do Espírito Santo (SEDU), Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil. E-mail: tatydelesposte@hotmail.com. orcid.org/0000-0002-2229-4412
[4] Doutor em Educação Matemática. Professor do Instituto Federal do Espírito Santo – *campus* Cachoeiro de Itapemirim, Espírito Santo, Brasil. E-mail: jhgualandi@ifes.edu.br. orcid.org/0000-0002-0302-7650

INTRODUÇÃO

Essa atividade se deu a partir de nossas observações acerca da necessidade dos alunos de compreender melhor o conteúdo relacionado ao estudo das funções. O relato a seguir abarca a aplicação e as discussões acerca de uma atividade de função de segundo grau, realizada em uma turma de primeiro ano do ensino médio em uma escola da rede estadual do município de Cachoeiro de Itapemirim – Espírito Santo.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017), nos anos finais do Ensino fundamental os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Em tese, é nesse período que, segundo Brasil (2017) os estudantes

> devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. (p. 271).

Porém, essa premissa não é constatada mesmo no ensino médio. Apesar de ter estudado funções de segundo grau no ensino fundamental, mesmo procedendo nas resoluções de forma correta, identifica-se que os alunos desenvolvem o que é pedido, seguindo etapas de forma "mecânica". Como por exemplo, quando questionados acerca das raízes de uma função de segundo grau, em que os alunos automaticamente já entendem como uma situação para utilizar a "fórmula de Bhaskara", fato que será apresentado a seguir neste relato.

Tal atitude está correta, mas a problemática em questão é que por mais que em muitos casos se tenha outros caminhos para resolver a questão, os alunos não têm confiança para realizar a solução do que é pedido, tornam-se dependentes de uma "fórmula", evidenciando uma carência de interpretação e compreensão do que está resolvendo. Por esse motivo, é interessante provocar os discentes , de diversas formas, a entender as situações problemas que eles estão resolvendo, possibilitando uma interpretação mais ampla do que é estudado, e consequentemente proporcionando uma aprendizagem mais rica e satisfatória ao aluno. Fiorentini e Miorim (1990) destacam que:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um "aprender" mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e porque faz. Muito menos um "aprender" que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. O material ou o jogo

> pode ser fundamental para que isso ocorra. Nesse sentido, o material mais adequado, nem sempre, será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas vezes, durante a construção de um material, o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de uma forma mais efetiva. (p. 6).

Nesse sentido, Martins (2014), destaca que no ensino da Álgebra, o professor não deve apenas se ater no domínio da manipulação de expressões algébricas, e sim auxiliar os estudantes no "desenvolvimento da sua compreensão, da capacidade de interpretação e representação dos mesmos, para que os [...] alunos desenvolvam o pensamento algébrico e não apenas a repetição dos procedimentos" (MARTINS, 2014, p.5).

Logo, é de extrema importância que os alunos desenvolvam o pensamento algébrico, e possam interpretar corretamente o que é estudado, sobretudo as fórmulas.

Assim, de acordo com Prado (2014), para a aprendizagem do aluno, o professor deve propor tarefas que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como o pensamento lógico, pois:

> Ensinar é estimular o pensamento independente, é desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Deste modo, os professores devem procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, a atenção e o raciocínio lógico. (PRADO, 2014, p. 58)

Partindo desse pressuposto, foi elaborada uma atividade a ser desenvolvida com alunos do 1º ano do Ensino Médio. Assim, descreve-se a seguir os procedimentos metodológicos, bem como o desenvolvimento da experiência vivenciada.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A atividade foi realizada em uma turma de 1º série do ensino médio de uma escola estadual do município de Cachoeiro de Itapemirim - ES, em julho de 2019. Vinte e seis alunos participaram da proposta, que foi mediada pelos bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), acompanhados pela professora supervisora. Para tanto, foi planejada uma aula de cinquenta e cinco minutos organizada de acordo com o cronograma apresentado no quadro 1.

Quadro 1: Cronograma de planejamento de aula.

CRONOGRAMA

DOI: http://dx.doi.org/10.5380/ef.v0i24.73728

PROPOSTA	TEMPO (min)
1ª Etapa: organização da turma em grupos de 4 componentes cada; **2ª Etapa**: explicação da atividade a ser desenvolvida no plano entregue; **3ª Etapa**: identificação e “marcação” de pontos contidos na função enunciada, de acordo com os comandos pré estabelecidos;	25
4ª Etapa: revisão de propriedades e abordagem de dúvidas mais frequentes.	20
5º etapa: apresentação e discussão dos resultados.	10

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

EXECUÇÃO DA TAREFA EM SALA DE AULA

Foi solicitado aos alunos a se organizarem em grupos de quatro integrantes cada. A cada grupo foi entregue um plano cartesiano confeccionado pelos pibidianos, onde seria realizada a atividade. Foi orientado aos alunos que eles desenvolvessem as questões solicitadas de forma intuitiva, tentando compreender o que foi pedido e relacionando com a função dada. Para isso, foi utilizada uma folha com o propósito de registrar os cálculos procedentes. Por conseguinte, exemplifica a função $f(x) = (x - 1).(x + 3)$ que deveria ser esboçada no plano.

Logo em seguida, enuncia-se quatro itens a serem respondidos na folha de registros, e identificados no plano cartesiano disponibilizado para apoio na resolução da tarefa[5]. Destaca-se os itens apresentados aos alunos: Item 1: Determine os zeros da função e indique o lugar em eles estão no plano cartesiano; Item 2: Identifique qual é o ponto de interseção da parábola com o eixo y; Item 3: Identifique o ponto máximo ou mínimo dessa função e; Item 4: Dê o valor de x quando y tem valor correspondente a 6.

Após a conclusão da tarefa, verificou-se as resoluções de cada grupo, auxiliando os grupos em suas dificuldades. Logo após, foram relembradas algumas propriedades da função quadrática , destacando algumas observações acerca da função dada. Neste momento, as observações e propriedades das funções eram evidenciadas a partir das respostas dos alunos.

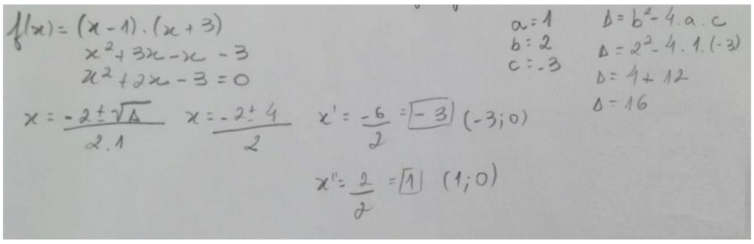
No primeiro comando, em que solicita-se a identificação das raízes da função, em uma interpretação geométrica, diz-se que são as abscissas dos pontos onde a parábola que a representa corta o eixo x, todos os alunos desenvolveram a função com o objetivo de encontrar uma função do tipo $ax^2 + bx + c$ e consequentemente aplicarem a “fórmula

[5] Entendemos tarefa como “um segmento de atividades da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular” (STEIN; SMITH, 2009, p. 22).

DOI: http://dx.doi.org/10.5380/ef.v0i24.73728

de Bhaskara", comprovando um pensamento "mecânico", condicionado a utilizar a fórmula para encontrar a raiz, o que muitas vezes não se faz necessário. Nessa etapa de contextualização mostrou-se algumas propriedades da equação, explicou-se o significado das raízes e enfatizou-se que a fórmula é uma ferramenta para auxiliar no desenvolvimento algébrico, mas que também pode-se utilizar outros conhecimentos para encontrar a solução do item proposto. Apresenta-se na imagem 1 a resolução algébrica de um grupo de alunos.

Imagem 1 – Resolução algébrica apresentada por um grupo de alunos.



Fonte: dados síntese da pesquisa, 2019.

É importante ressaltar que "Um número é dito raiz de uma equação se, quando substituído no lugar da incógnita, é obtida uma sentença verdadeira" (PRADO 2014), fato que muitos alunos não interpretam corretamente, e muitas vezes só calculam as raízes utilizando um processo "mecânico", mas sem compreender exatamente o que aquele número encontrado significa. Dessa forma, quando temos uma equação $ax^2 + bx + c$, um número real que substituído na incógnita x produz a igualdade 0=0 é uma de suas raízes, e quando temos $(x - a).\ (x - b) = 0$, como no exemplo, é importante provocar o aluno a perceber que as raízes podem ser calculadas observando a equação, pois sabemos que para uma multiplicação resultar em zero, pelo menos, um dos fatores necessariamente deve ser zero, logo, $(x - a) = 0\ ou\ (x - b) = 0$.

Os cálculos das raízes podem ser realizados por meios de diferentes métodos, dentre eles o método de completar quadrados, que em decorrência do desenvolvimento da equação $ax^2 + bx + c = 0$ pelo método, é demonstrado que $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ são as raízes, que é a fórmula resolutiva de equações do segundo grau, habitualmente chamada, no Brasil, de fórmula de Bhaskara. Além de métodos gráficos, método de substituição de variáveis, método de semi-soma e produto, método do quadrado e da diferença, além de outros. O fato é que resolver utilizando somente uma fórmula não é uma regra, muitas vezes uma manipulação algébrica é suficiente, porém é comum o aluno desconhecer ou achar que "não pode" efetuar tal procedimento matemático.

DOI: http://dx.doi.org/10.5380/ef.v0i24.73728

O entendimento em manipular a equação, e perceber o que está calculando, permite até mesmo resoluções mais diretas em equações incompletas, o que deve ser estimulado a ser feito pelos alunos, pois demonstra que eles conhecem e ou identificam outras formas para realizar o cálculo de uma única questão.

A seguir, estão listados métodos de resoluções de equações do segundo grau incompletas enfatizadas por Prado (2014, p. 18).

1º caso: Equações do tipo $ax^2 - c = 0$. Para resolver esse tipo de equação devem ser seguidas as etapas: $ax^2 - c = 0 \quad \Rightarrow \quad ax^2 = c \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{c}{a} \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$

2º caso: Equações do tipo $ax^2 = 0$, que apresentam as seguintes etapas: $ax^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{0}{a} \quad \Rightarrow \quad x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$

Como $+0$ e -0 indicam o mesmo número, podemos dizer que equações desse tipo tem duas raízes iguais a zero.

3º Caso: Equações do tipo $ax^2 + bx = 0$. Nesse caso, será utilizado fatoração e a incógnita x colocada em evidência. Demonstrada a seguir: $ax^2 + bx = 0 \quad \Rightarrow \quad x(ax + b) = 0$

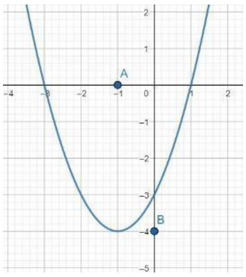
O que nos leva a concluir que $x = 0$ ou $ax + b = 0$. Logo, uma raiz encontrada é o zero e a encontrada desenvolvendo a função afim formada: $ax + b = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-b}{a}$.

Na segunda orientação, pedimos aos alunos para que identificassem a interseção da parábola com o eixo y no plano, e essa etapa se foi importante para mostrar graficamente aos alunos, que tendo a função do tipo $ax^2 + bx + c$, a interseção sempre será o valor de “c”, até porque analisando o gráfico, observa-se o “lugar” onde o “x” tem valor zero, e consequentemente, usando esse valor, temos $y = a.\,0^2 + b.\,0 + c$, o que resulta $y = c$.

No terceiro item, onde foi solicitado o ponto máximo ou mínimo, os alunos recorreram, mais uma vez, às fórmulas, pois os estudantes já haviam associado ao cálculo do vértice de uma parábola. Nessa etapa vimos algumas interpretações equivocadas, como alguns alunos que estavam identificando graficamente o ponto x do vértice sobre o eixo x, e o ponto y do vértice sobre o eixo y, isto é, ao fazer os valores pela fórmula $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{\Delta}{4a}$, os alunos identificam como pontos diferentes, e não como uma coordenada (x_v, y_v). Apresenta-se na imagem 2 uma das respostas equivocadas para o item.

DOI: http://dx.doi.org/10.5380/ef.v0i24.73728

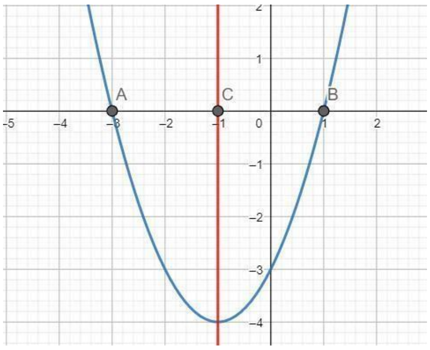
Imagem 2: Representação equivocada do vértice de uma parábola



Fonte: dados síntese da pesquisa, 2019.

A situação mostra que muitas vezes os alunos só decoram fórmulas, e as usam sem procurar entender o que de fato elas significam. Explica-se que o ponto calculado nesse item é exatamente o menor ponto da parábola, um ponto de simetria. E com base nessa informação, explica-se, utilizando as raízes encontradas anteriormente e com o auxílio do plano cartesiano, que quando "dobramos" nossa parábola, a linha que é formada sobre o eixo x está "cortando" exatamente o valor do x_v. Apresenta-se na imagem 3 a linha de simetria da parábola em questão.

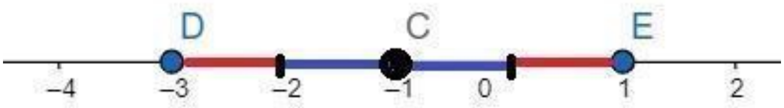
Imagem 3: Linha de simetria da parábola



Fonte: dados síntese da pesquisa, 2019.

Ao trabalhar este item, proporcionou a ideia de ponto médio entre as raízes, o que fornece o vértice de x da parábola. Apresenta-se na imagem 4 o ponto médio entre as raízes da função.

Imagem 4: Representação do ponto médio das raízes da função.

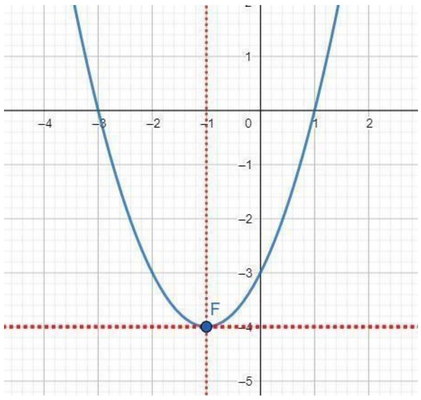


Fonte: dados síntese da pesquisa, 2019.

DOI: http://dx.doi.org/10.5380/ef.v0i24.73728

Para o cálculo do y_v, sugeriu-se aos alunos a substituírem o valor de x_v encontrado, na função dada, $f(x) = x^2 + 2x - 3$, uma vez que o valor de x_v encontrado implicará exatamente no valor de y procurado. Apresenta-se na imagem 5 o ponto que indica o vértice da parábola.

Imagem 5: Representação do ponto que indica o vértice da parábola



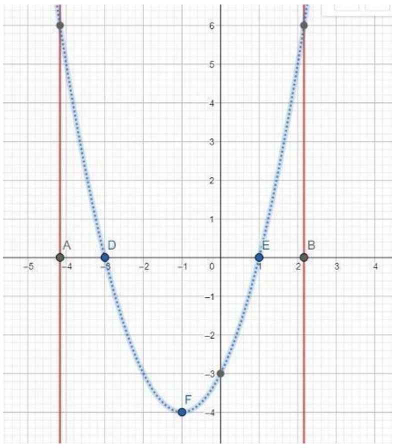
Fonte: dados síntese da pesquisa, 2019.

Na quarta orientação da atividade, em que os alunos deveriam encontrar os valores de x quando y tem valor correspondente a 6, verifica-se novamente um distanciamento da álgebra e a representação gráfica. Eles interpretaram que a equação se tornaria $x^2 + 2x - 3 = 6$ e posteriormente igualavam a zero para proceder com os cálculos das raízes, de forma a utilizar uma nova equação $x^2 + 2x - 9 = 0$. Nessa etapa, os alunos se mostraram com dúvidas em relação aos resultados das raízes encontradas, visto que elas eram irracionais. Os estudantes, questionavam se um número irracional poderia ser uma raiz, indicando que os discentes buscam como solução os números racionais, não associando que uma função é construída no campo dos números reais. Assim identifica-se que a interpretação acerca dos resultados encontrados, fica de forma superficial. Dessa forma, enfatiza-se que há necessidade de estabelecer maiores significados aos cálculos matemáticos. Identifica-se que uma dúvida geral foi como a que estava relacionada à representação desse número no plano cartesiano. Alguns alunos marcavam as raízes encontradas sobre o eixo x, representado por A e B como indicado na imagem 6, e questionavam dizendo que tinha algo errado, pelo fato dos pontos não formarem uma parábola. Os discentes achavam que poderia ser erro de cálculo. Assim, explica-se novamente que as raízes encontradas em questão eram para $y = 6$, e que os valores determinados satisfazem a equação $x^2 + 2x - 3 = 6$. Substituindo x na equação encontra-

DOI: http://dx.doi.org/10.5380/ef.v0i24.73728

se $6 = 6$, e então deveria ser marcado paralelamente ao eixo x, onde y tem valor correspondente a 6.

Imagem 6: Representação dos valores para y = 6.



Fonte: dados síntese da pesquisa, 2019.

Após as discussões estabelecidas, os alunos reproduziram no plano cartesiano a projeção da parábola, constatando que a curva em questão é uma função crescente.

CONSIDERAÇÕES

A realização da atividade foi, de fato, gratificante. Era notória a grande dificuldade dos alunos em entender e interpretar o significado das fórmulas dadas, além de não conseguirem alternar os registros algébricos para registros gráficos de funções. Representar um objeto matemático através de mais de um registro, favorece a compreensão do conteúdo matemático em questão. Entende-se que, quanto mais formas de registro de determinado problema, mais discussões acerca da significação do conteúdo serão estabelecidas.

Dado que o objetivo dessa atividade era contribuir para uma melhor interpretação acerca do conteúdo e assim a compreensão da matemática em si, considera-se que a experiência atingiu seus objetivos. Atividades que se diferenciam da metodologia usual e que chamam a atenção dos alunos são muito importantes para que o estudante tenha lugar de sujeito principal no processo de ensino e aprendizagem.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao apoio financeiro concedido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Instituto Federal do Espírito Santo - campus Cachoeiro de Itapemirim, por proporcionar o estreitamento entre os alunos da licenciatura em Matemática com as escolas de Educação Básica.

REFERÊNCIAS

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Base Nacional Comum Curricular.** Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 31 ago. 2019.

FIORENTINI, Dario; MIORIN, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática.** SBEM-SP, n. 7, julho-agosto, 1990.

MARTINS, Helena Sofia Souza Garcez. **Dificuldades na resolução de funções de 2° grau dos alunos do 8° ano**. Dissertação (mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

PRADO, Elza Maria dos Santos do. **Um novo olhar sobre o ensino de equação e função do segundo grau.** Dissertação (mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, RJ, 2014.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. **Revista Educação e Matemática**. Lisboa, n.105, 2009, p. 22-28.

Recebido em: 15 de maio de 2020.

Aceito em: 09 de março de 2021.