

DETERMINAÇÃO DE DESNÍVEIS DE PRECISÃO COM NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO UTILIZANDO ESTAÇÃO TOTAL

Determination of precise difference in elevation using the method of trigonometric leveling with Total Station

JORGE PINTO GOMES

LUIS AUGUSTO KOENIG VEIGA

DANIEL PEROZZO DOS SANTOS

PEDRO LUIS FAGGION

Universidade Federal do Paraná

Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas

Centro Politécnico – Jardim das Américas – Curitiba

Paraná – Brasil

jpinto@ufpr.br; kngveiga@ufpr.br; faggion@ufpr.br ;
danielperozzo@hotmail.com

RESUMO

Os avanços da microeletrônica aplicada ao instrumental utilizado em Topografia e Geodésia permitiram o desenvolvimento de equipamentos precisos, leves e de manuseio prático, como as estações totais, que vieram a facilitar, sobremaneira, os trabalhos de levantamento de campo. Com tais características surge uma questão: a obtenção de desniveis de precisão utilizando o método de nívelamento trigonométrico com estação total. Neste trabalho, pesquisou-se a acurácia na determinação de desniveis empregando-se estações totais classificadas pela norma brasileira NBR 13.133 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) como de baixa, média e de alta precisão, em comparação com os desniveis obtidos pelo método do nívelamento geométrico de precisão estabelecido segundo as Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Os resultados obtidos apresentam a acurácia esperada e dependem da precisão nominal da estação total utilizada.

Palavras-chave: precisão estimada, precisão nominal, refração, curvatura da Terra.

ABSTRACT

The advances of the microelectronics applied to the instruments used in Topography and Geodesy have led to the development of precise, light and easy handling equipments, as the Total Stations, which have enormously facilitated the field work. With such characteristics, an issue raises: the achievement of the precise difference in elevation when using the method of trigonometric leveling with total station. A research was carried out in order to find out the accuracy in the determination of elevation difference by trigonometric leveling using total stations classified by the Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) as of low, medium and high precision - in comparison with the elevation difference obtained by the method of the differential leveling established in accordance with the Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). The results present the expected accuracy and depend on the precision of the total station.

Keywords: estimate of precision, accuracy of instruments, refraction, earth curvature.

1. INTRODUÇÃO

A estação total conjuga em um único equipamento: teodolito eletrônico, distanciômetro e microcomputador. A capacidade de armazenar os dados observados e a possibilidade de efetuar cálculos *in loco* otimiza, sobremaneira, os trabalhos de campo. Alguns autores usam a denominação taqueômetro eletrônico como em Kahmen & Faig (1988), mas já na NBR 13.133 (ABNT, 1994) o equipamento é designado estação total. Essa denominação se consolida em publicações mais recentes como em Wolf & Ghilani (2002).

Com o objetivo de atingir precisão com alto rendimento e baixo custo, Faggion et al. (2003) propõem o emprego do nivelamento trigonométrico com a minimização dos efeitos provocados pelas principais fontes de erro inerentes ao método, que são: medidas da altura do instrumento e da altura do sinal, tendo em vista que os procedimentos para determinação dessas medidas são de baixa precisão.

Com base no procedimento supracitado foram utilizadas estações totais de alta, média e baixa precisão (ABNT, 1994) a fim de verificar a acurácia alcançada com cada uma.

Como referência para comparação dos desniveis obtidos com as estações totais, selecionou-se um circuito com 6 referências de nível (RRNN) da rede implantada no Campus III (Centro Politécnico) da UFPR, com desniveis determinados por nivelamento geométrico utilizando o nível digital NA-3003.

As especificações e normas que regem os levantamentos geodésicos no Brasil estabelecem que na determinação de desniveis de precisão deve ser utilizado o método nivelamento geométrico (IBGE, 1983). O Brasil, país de dimensões

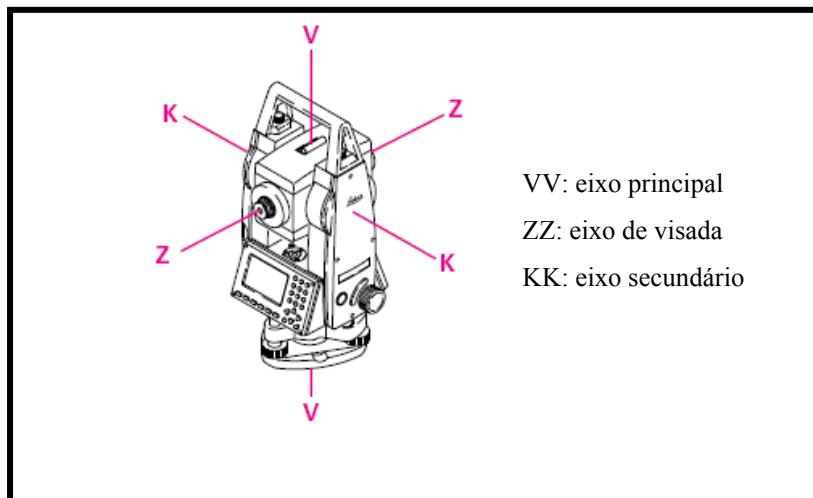
continentais, necessita de instrumentalização de metodologias que viabilizem maior rendimento no adensamento da rede altimétrica fundamental. A instrumentalização metodológica aqui proposta, envolve menos logística e tempo do que a instrumentalização metodológica que vem sendo aplicada até o momento.

2. METODOLOGIA

O método utilizado para a determinação de desníveis de precisão é o niveling trigonométrico com a utilização de uma estação total e dois bastões graduados. Trata-se de uma adaptação da metodologia tradicional (FAGGION et al., 2003), os bastões são apoiados por bipés posicionados na mesma altura e instalados sobre os pontos entre os quais se deseja determinar o desnível. Eles sustentam os prismas (refletores) que farão a devolução do sinal da medida da distância entre o emissor (estação total) e os prismas que também servem como alvo para a medida do ângulo zenital.

As medições dos ângulos zenitais e distâncias estão referidas a mesma origem (E_c) da estação total: a interseção entre o eixo principal, o eixo de visada e o eixo secundário (figura 1), bem como aos centros dos prismas.

Figura 1 - Sistema de eixos da estação total

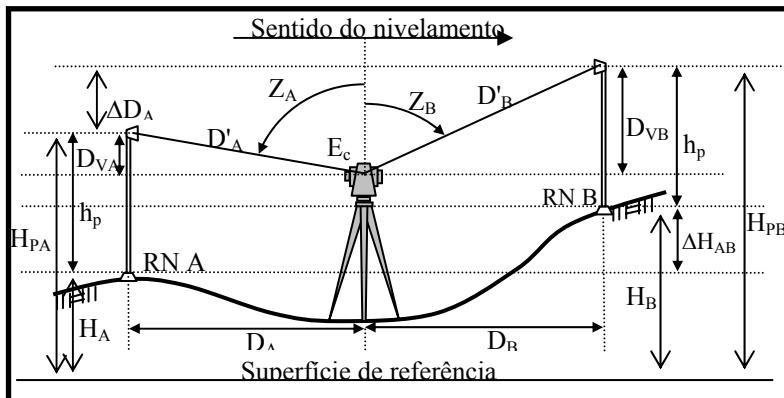


Fonte: ZEISKE (2000)

A estação total é instalada em um ponto aproximadamente equidistante aos dois prismas posicionados em ré e vante. Assim é possível minimizar o efeito da curvatura da Terra e o efeito da refração no ângulo zenital, uma vez que estes

efeitos são proporcionais às distâncias. A dedução da equação para o cálculo do desnível que utiliza esta metodologia baseia-se na figura 2.

Figura 2 - Nivelamento trigonométrico



Onde:

E_c : ponto interseção entre os eixos da estação total;
 D_{VA} : distância vertical em A;
 D_{VB} : distância vertical em B;
 h_p : altura do centro do prisma à RN (iguais, como preconiza o método);
 $D_A \approx D_B = D$: distância horizontal: estação – prisma;
 ΔD_{AB} : diferença entre as distâncias verticais: $D_{VB} - D_{VA}$;
 ΔH_{AB} : desnível da RN A para a RN B;
 D'_A e D'_B : distância inclinada de E_c para os centros dos prismas em A e B;
 Z_A e Z_B : ângulo zenital para os centros dos prismas em A e B;
 H_A e H_B : altitudes da RN A e RN B;
 H_{PA} e H_{PB} : altitudes dos centros dos prismas em A e B.

O desnível da RN A para a RN B (ΔH_{AB}) é dado por:

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A \quad (1)$$

Assim como o desnível da RN B para a RN A (ΔH_{BA}) é dado por:

$$\Delta H_{BA} = H_A - H_B \quad (2)$$

Portanto:

$$\Delta H_{AB} = -\Delta H_{BA} \quad (3)$$

A equação 3 mostra que o sinal do desnível depende do sentido do caminhamento do nívelamento.

Da figura 2, verifica-se que a diferença entre as distâncias verticais (ΔD_{AB}) é dada por:

$$\Delta D_{AB} = D_{VB} - D_{VA} = H_{PB} - H_{PA} \quad (4)$$

Da figura 2, obtém-se também:

$$H_{PA} = H_A + h_p \quad (5)$$

$$H_{PB} = H_B + h_p \quad (6)$$

Substituindo as equações 5 e 6 na equação 4, vem:

$$\Delta D_{AB} = D_{VB} - D_{VA} = H_B + h_p - (H_A + h_p) \quad \therefore \quad \Delta D_{AB} = D_{VB} - D_{VA} = H_B - H_A \quad (7)$$

Substituindo a equação 2 na equação 7, obtém-se finalmente:

$$\Delta H_{AB} = D_{VB} - D_{VA} \quad (8)$$

Onde as distâncias verticais são obtidas da figura 2:

$$D_{VA} = D'_A \cdot \cos Z_A \quad (9)$$

$$D_{VB} = D'_B \cdot \cos Z_B \quad (10)$$

Nas condições propostas, verifica-se nas equações 9 e 10, que as únicas observações necessárias para a determinação do desnível da RN A para a RN B são as distâncias inclinadas D'_A e D'_B e os ângulos zenitais Z_A e Z_B .

2.1 Precisão Estimada na Determinação do Desnível (ΔH_{AB})

A distância vertical D_V é função da distância inclinada D' e do ângulo zenital Z (confrontar com as equações 9 e 10):

$$D_V = D' \cdot \cos Z \quad (11)$$

A lei de propagação das covariâncias (GEMAEL, 1994) estima a variância da distância vertical D_V , desde que sejam conhecidas as variâncias das variáveis aleatórias D' e Z . O manual do fabricante da estação total fornece o desvio padrão para a distância medida D' e para o ângulo zenital medido Z . Essa precisão é referente a uma única série de leituras conjugadas (PD-PI) e é chamada de precisão nominal linear e precisão nominal angular, respectivamente.

A equação matricial da lei de propagação das covariâncias para o caso de dependência não linear, como da equação 11, é dada por:

$$\sigma_{D_V}^2 = D \sum_x D^T \quad (12)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial D_V}{\partial D'} & \frac{\partial D_V}{\partial Z} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Efetuando as derivadas parciais em (11), obtém-se

$$D = \begin{bmatrix} \cos Z & -D' \sin Z \end{bmatrix} \quad (14)$$

A matriz Σ_x é a matriz das variâncias das variáveis aleatórias D' e Z dadas pela precisão nominal angular e linear do equipamento:

$$\Sigma_x = \begin{bmatrix} \sigma_{D'}^2 & \\ & \sigma_Z^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Substituindo (14) e (15) em (12) e efetuando os produtos matriciais, obtém-se:

$$\sigma_{D_V}^2 = \cos^2 Z \sigma_{D'}^2 + D'^2 \sin^2 Z \sigma_Z^2 \quad (16)$$

$$\sigma_{D_V} = \sqrt{\cos^2 Z \sigma_{D'}^2 + D'^2 \sin^2 Z \sigma_Z^2} \quad (17)$$

A Tabela 1 mostra a precisão estimada σ_{D_V} (mm) da distância vertical D_V , variando Z (graus) e D' (metros), para uma estação total com precisão nominal angular de 3" e precisão nominal linear de 2mm + 2ppm:

Tabela 1 – Precisão estimada σ_{D_V} (mm)

$D' \setminus Z$	89	88	87	86	85	84	83	82	81	80	79	78	77	76	75
40	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8
60	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0
80	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
100	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
120	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
140	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
160	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3
180	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6
200	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9

Aplicando-se à equação 8 a lei de propagação das covariâncias (GEMAEI, 1994) para o caso de dependência linear (equação 18), obtém-se:

$$\sigma_{\Delta H_{AB}}^2 = G \sum_x G^T \quad (18)$$

Onde:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\sum_x = \begin{bmatrix} \sigma_{D_{VA}}^2 & \\ & \sigma_{D_{VB}}^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Substituindo (19) e (20) na (18) e efetuando os produtos matriciais, obtém-se para o desvio padrão estimado de ΔH_{AB} :

$$\sigma_{\Delta H_{AB}} = \sqrt{\sigma_{D_{VA}}^2 + \sigma_{D_{VB}}^2} \quad (21)$$

Para uma mesma distância a precisão estimada para D_v apresenta variação não significativa com a variação do ângulo zenital. Na tabela 1 verifica-se que a maior variação é de 0,2 mm que ocorre na distância de 40 m, entre o ângulo zenital de 89° ($\sigma_{D_v} = 0,6$) e o ângulo zenital de 75° ($\sigma_{D_v} = 0,8$), portanto em uma variação de 14° do ângulo zenital. Então é possível concluir:

$$\sigma_{D_{VA}}^2 \cong \sigma_{D_{VB}}^2 = \sigma_{D_v}^2 \quad (22)$$

Substituindo a equação 22 na equação 21, e simplificando a notação fazendo $\Delta H_{AB} = \Delta H$, vem:

$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{2} \sqrt{\sigma_{D_v}^2} \quad (23)$$

Substituindo a equação 16 na equação 23, obtém-se;

$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{2} \sqrt{\cos^2 Z \sigma_{D'}^2 + D'^2 \sin^2 Z \sigma_Z^2} \quad (24)$$

2.1.1 Precisão Estimada na Determinação do Desnível (ΔH_{AB}) em mais de uma série de leituras conjugadas

Para mais de uma série (N_s) de leituras conjugadas PD-PI dos ângulos zenitais, obtém-se para valor médio:

$$\bar{Z} = \frac{1}{N_s} (Z_1 + Z_2 + \dots + Z_{N_s}) \quad (25)$$

Da lei de propagação das covariâncias para modelo linear, obtém-se para a covariância de Z médio:

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{N_s^2} (\sigma_{Z_1}^2 + \sigma_{Z_2}^2 + \dots + \sigma_{Z_{N_s}}^2) \quad (26)$$

Como $\sigma_{Z_1} = \sigma_{Z_2} = \dots = \sigma_{Z_{N_s}} = \sigma_Z$ é a precisão angular da estação total, então:

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{N_s^2} \sigma_Z^2 N_s \quad (27)$$

Logo a precisão estimada para o ângulo zenital médio Z observado com N_s leituras conjugadas PD-PI é dada por:

$$\sigma_{\bar{Z}} = \frac{\sigma_Z}{\sqrt{N_s}} \quad (28)$$

De forma análoga ao ângulo zenital médio, a precisão estimada para a distância inclinada média D' de N_s distâncias inclinadas (D') é dada por:

$$\sigma_{\bar{D}'} = \frac{\sigma_{D'}}{\sqrt{N_s}} \quad (29)$$

Substituindo as equações 28 e 29 na equação 24 e simplificando, vem:

$$\sigma_{\Delta H} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{N_s}} \sqrt{\cos^2 Z \sigma_{D'}^2 + D'^2 \sin^2 Z \sigma_Z^2} \quad (30)$$

Isolando-se N_s na equação 31 pode-se fazer uma pré-análise e determinar o número de séries conjugadas PD-PI necessárias para se alcançar a precisão desejada de $\sigma_{\Delta H}$.

2.2 Determinação do Efeito da Refração na Distância Medida

As variações nas condições atmosféricas alteram a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas e provocam, consequentemente, erros sistemáticos nas medidas de distância. As estações totais, em sua maioria, permitem a aplicação da correção desse erro sistemático em tempo real. Para a determinação do efeito da refração na distância medida D' utilizou-se o formulário constante no manual do equipamento (TRIMBLE ZEISS, 2001):

$$\Delta D' = 281,8 - \left[\frac{0,29065.P}{(1 + \alpha \cdot t)} - \frac{4,126 \cdot 10^{-4} \cdot h_r}{(1 + \alpha \cdot t)} \cdot 10^x \right], \quad (31)$$

Onde:

$\Delta D'$: Correção das condições atmosféricas para a distância observada (ppm);

P : Pressão Atmosférica (mb);

t : Temperatura Ambiente (°C);

h_r : Umidade Relativa (%);

$$\alpha = \frac{1}{273,16} ; \quad x = \frac{7,5t}{237,3 + t} + 0,7857 .$$

3. CALIBRAÇÃO DO CONJUNTO BASTÃO – PRISMA

Com o objetivo de se verificar a acurácia na definição da altura do bastão graduado, foi realizada a calibração dos dois bastões utilizando-se o interferômetro a *laser - light amplification by simulated emission of radiation*, no Laboratório de Instrumentação Geodésica (LAIG) da UFPR.

Por calibração entende-se: conjunto de operações que estabelecem, em condições específicas, a correlação entre valores indicados por um instrumento de medida, ou sistema de medida, ou uma medida materializada e os verdadeiros convencionais da grandeza medida (FAGGION, 2001).

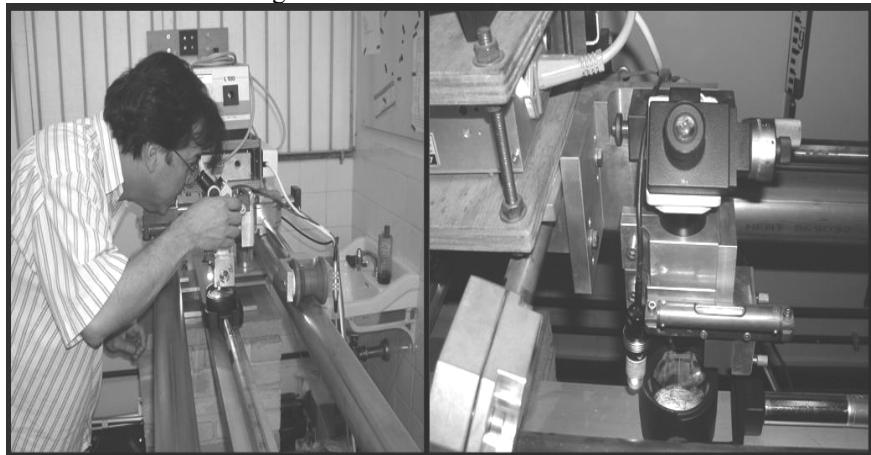
3.1 Sistema Interferométrico Disponível no LAIG

Em 1988, por intermédio de um convênio entre Brasil e Alemanha, montou-se no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas um sistema para calibração de miras de invar, que consiste de um interferômetro a *laser* para efetuar as medidas

dos intervalos entre os traços gravados na fita de invar com precisão do micrôn (FAGGION, 1993).

Esse sistema (Figura 3), além de calibrar miras de invar, também pode ser utilizado na verificação e retificação de outros equipamentos topográficos e geodésicos.

Figura 3 – Sistema interferométrico



O interferômetro baseia-se no princípio da interferência óptica. Sua aplicação se dá na determinação de distâncias curtas com alta acurácia e na definição do metro (RÜEGER, 1996).

O primeiro interferômetro foi construído em 1880 por A. A. Michelson. Em 1889 foi realizada a primeira medida do metro utilizando uma fonte de luz. Por esse feito, Michelson recebeu o prêmio Nobel de Física (Rüeger, 1996).

3.2 Resultados da Calibração

A graduação do bastão é centimétrica, variando de 1,30m a 2,10m, e é usada para a definição da altura do prisma: distância da extremidade inferior do bastão ao centro do prisma (Figura 4).

Figura 4 – Altura do conjunto bastão-prisma



A calibração foi feita por amostragem, nas graduações de 1,30m, 1,70m e 2,00m. As tabelas 2 e 3 apresentam os valores medidos em milímetros (três leituras) para cada graduação selecionada.

Tabela 2 – Medidas do bastão 1 (em milímetros)

Marca de 2,00m		Marca de 1,70m		Marca de 1,30m	
1999,664	1999,845	1649,835	1649,998	1299,719	1299,885
1999,661	1999,839	1649,795	1649,991	1299,717	1299,884
1999,663	1999,841	1649,827	1649,987	1299,715	1299,883
média=	1999,842	média=	1649,992	média=	1299,884
dif. p/marca=	-0,158	dif. p/marca=	-0,008	dif. p/marca=	-0,116
desv.	0,003	desv.	0,006	desv.	0,001

Tabela 3 – Medidas do bastão 2 (em milímetros)

Marca de		Marca de 1,70m		Marca de	
2000,116	2000,276	1649,989	1650,149	1299,837	1300,013
2000,097	2000,260	1649,998	1650,157	1299,842	1300,012
2000,107	2000,265	1650,004	1650,165	1299,841	1300,013
média=	2000,267	média=	1650,157	média=	1300,012
dif. p/marca=	0,267	dif. p/marca=	0,157	dif. p/marca=	0,012
desv.	0,008	desv.	0,008	desv. padrão=	0,001

O maior desvio padrão estimado é de 0,008mm, obtido das medições das marcas 1,70m e 2,00m do bastão 2. Os desvios também estão na ordem do micrômetro, demonstrando alta precisão na obtenção dos dados.

Verifica-se que a maior diferença entre a graduação definida pelo fabricante e o valor obtido pela calibração ocorreu no bastão 2, na marca de 2 metros: essa diferença foi de 0,267mm.

Considerando apenas esse erro, excluindo os erros nas medidas da distância e do ângulo zenithal, e considerando que a tolerância de uma seção para levantamentos de alta precisão ($3\text{mm}\sqrt{K}$) aplicada a uma distância de 8 metros é 0,268mm, verifica-se que o erro encontrado de 0,267mm é significativo para visadas de comprimento menor do que 8 metros.

3.3 Verificação da Espessura dos Traços do Bastão

O objetivo desta calibração foi verificar a influência da espessura do traço na determinação da altura do bastão.

A tabela 4 apresenta a medição da espessura dos traços do bastão, realizada por amostragem, nas graduações de 1,30m, 1,70m e 2,00m. Os valores medidos estão em milímetros (três leituras) para cada traço selecionado. Calculou-se a média e o desvio padrão amostral.

Tabela 4 - Espessura dos traços do bastão

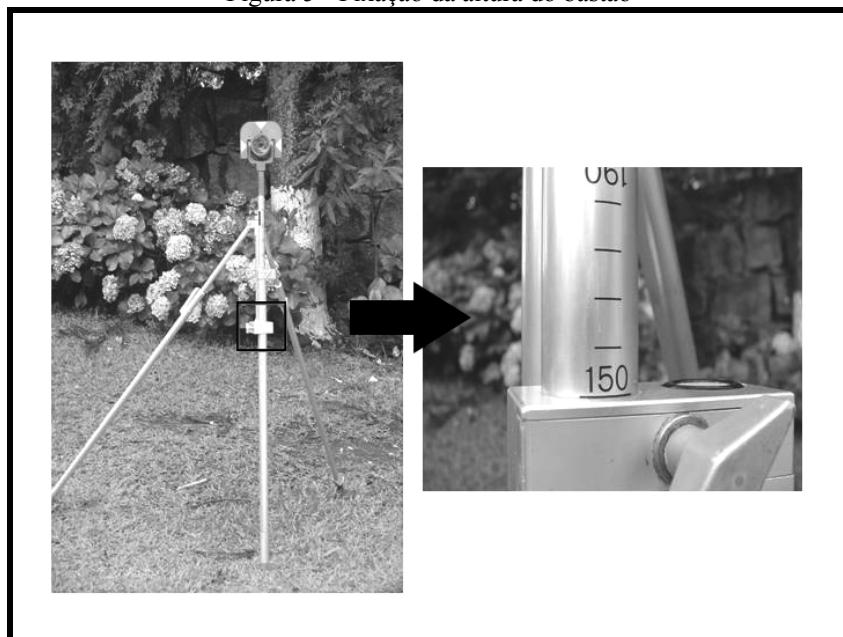
	1,30m	σ	1,70m	σ	2,00m	σ
1	0,448		0,475		0,455	
2	0,447		0,485		0,452	
3	0,447		0,489		0,453	
4	0,447		0,488		0,452	
5	0,449		0,489		0,453	
Médias	0,448	0,001	0,485	0,006	0,453	0,001
			Média dos três traços:			0,462

Mais uma vez os resultados obtidos demonstram a qualidade do equipamento utilizado na realização deste experimento.

A espessura média dos traços é de 0,462 mm. Portanto, para minimizar sua influência na determinação do desnível, deve-se garantir a mesma posição no traço em cada um dos dois bastões.

Os testes realizados nesta pesquisa recomendam a utilização da borda inferior do traço, por ser mais fácil tangenciar essa borda com a base de fixação (Figura 5).

Figura 5 - Fixação da altura do bastão



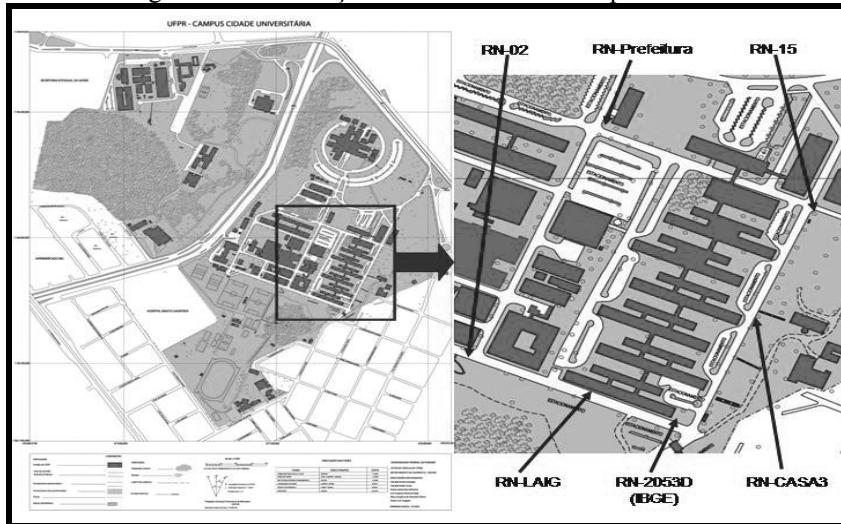
4. EXPERIMENTOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Definição do Local dos Levantamentos

Estabeleceu-se um circuito de nivelamento no Centro Politécnico de aproximadamente 1km, composto por seis referências de nível (RRNN). Três já existentes: RN-15, RN-2053D (implantada pelo IBGE) e RN-02; uma referência de nível materializada para possibilitar o fechamento do circuito: RN-PREFEITURA, e duas referências de nível materializadas para possibilitarem visadas de comprimentos iguais quando da utilização das estações totais: RN-CASA3 e RN-LAIG.

A figura 6 apresenta o circuito, bem como a posição das RRNN utilizadas no trabalho.

Figura 6 – Localização das RRNN no centro politécnico



4.2 Estações Totais Utilizadas nos Levantamentos

Na determinação dos desniveis, foram utilizadas estações totais (figura 7) de alta, média e baixa precisão angular, segundo classificação apresentada na norma NBR 13.133 (tabela 5), pertencentes ao acervo patrimonial da UFPR, Departamento de Geomática, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.

As precisões nominais encontram-se em LEICA (1994, 1998) e TRIMBLE ZEISS (2001).

Figura 7 - Estações totais utilizadas nos trabalhos



TC 2002

ELTA S20

TC 403L

Tabela 5 – Precisão nominal das estações totais

MODELO	PRECISÃO ANGULAR	PRECISÃO LINEAR	NBR-13133
TC2002	0,5"	1mm + 1ppm	precisão alta
ELTA S20	3"	2mm + 2ppm	precisão média
TC403L	10"	3mm + 3ppm	precisão baixa

4.3 Nivelamento Geométrico do Circuito Definido

Utilizou-se o nível digital NA-3003 e miras com código de barras (figura 8). As diferenças entre os comprimentos das visadas de ré e de vante ficaram abaixo de 1 metro. Todas as seções apresentaram fechamento melhor que $3\text{mm}\sqrt{K}$, onde K é a média das distâncias do nivelamento e do contra-nivelamento para a seção, em quilômetros. Seguindo as recomendações do IBGE, a menor leitura na mira foi de 0,40600m e a maior de 2,43075m. Os cálculos foram realizados no programa *Microsoft Excel*.

A tabela 6 apresenta um resumo dos resultados do nivelamento geométrico.

Figura 8 – Nível NA 3003 e mira de código de barras



Tabela 6 – Resumo do nivelamento geométrico

SEÇÃO	RÉ → VANTE	DISTÂNCIA(m)	FECH. $\text{mm}\sqrt{K}$	DESNÍVEL(m)
I	RN-15 → CASA3	131,61	2,12	2,6034
II	CASA3 → IBGE	139,18	0,38	3,5423
III	IBGE → LAIG	98,03	0,80	-0,2356
IV	LAIG → RN-02	122,76	1,03	-0,0999
V	RN-02 → PREFEITURA	293,97	2,64	-8,5109
VI	PREFEITURA → RN-15	220,58	0,64	2,7008

Fechamento do circuito: 0,0001m

A tabela 7 apresenta as altitudes calculadas a partir da RN-2053D, que faz parte da rede altimétrica de precisão do Brasil, implantada pelo IBGE, cuja altitude é 914,3259m:

Tabela 7 – Altitudes do circuito nivelado

RN	H(m)
RN-15	908,180
RN-CASA3	910,783
RN-IBGE	914,325
RN-LAIG	914,090
RN-02	913,990
RN-	905,479

4.4 Resultados Obtidos com o Nivelamento Trigonométrico

Como descrito na metodologia (seção 2) as distâncias de ré e vante são aproximadamente iguais, portanto não se faz necessário calcular os efeitos de curvatura e refração. As diferenças entre as distâncias medidas de ré e vante em todas as seções foram inferiores a 0,5 m.

4.4.1 Resultados Obtidos com a Estação Total TC2002

Para a determinação dos desniveis, as medições dos ângulos zenitais e distâncias foram realizadas em 3 séries de leituras conjugadas (PD-PI) (Tabela 8).

Tabela 8 - Desniveis obtidos com a estação total TC 2002

SEÇÃO	D(m)	NG	TC2002(m)	NT - NG(mm)	mm \sqrt{K}
I	128,69	2,6034	2,6023	-1,1	3
II	137,75	3,5423	3,5431	0,9	2
III	109,12	-0,2356	-0,2360	-0,4	1
IV	121,40	-0,0999	-0,0996	0,3	1
V	291,86	-8,5109	-8,5094	1,5	3
VI	218,05	2,7008	2,6994	1,4	3

A primeira coluna indica as seções discriminadas na Tabela 6. Na segunda coluna constam as distâncias de cada seção obtidas com a estação total. As terceira e quarta colunas apresentam os desniveis obtidos por nivelamento geométrico e por nivelamento trigonométrico com a TC 2002, respectivamente. A quinta coluna registra a diferença entre os desniveis obtidos com a TC 2002 e o nivelamento geométrico. A sexta coluna relaciona os fechamentos para cada seção - em mm \sqrt{K} - dos desniveis obtidos por nivelamento trigonométrico comparados com os desniveis

obtidos por nivelamento geométrico considerado padrão de referência deste trabalho. Cada fechamento se obtém pela divisão da diferença NT – NG, em milímetros (quinta coluna) pela raiz quadrada da seção em quilômetros (segunda coluna), ou seja: $(NT-NG)mm / \sqrt{D}$, onde D é a distância (segunda coluna) em km.

A tabela 9, segunda coluna, apresenta a precisão estimada (em mm) para o desnível de uma seção obtido com a estação total TC 2002, em função do comprimento da seção (primeira coluna) e do ângulo zenital no intervalo de 90° a 80° , utilizando 3 séries de observações ($N_s = 3$). As demais colunas apresentam os fechamentos máximos aceitáveis (IBGE, 1983) em função do comprimento K (em km) da seção, para nivelamento de alta precisão: $3mm\sqrt{K}$ (rede altimétrica fundamental) e de precisão: $6mm\sqrt{K}$ (áreas mais desenvolvidas) e $8mm\sqrt{K}$ (áreas menos desenvolvidas).

Tabela 9 – TC 2002: comparação da precisão estimada com as especificações do IBGE ($N_s = 3$)

D(m)	ESTAÇÃO TOTAL	ESPECIFICAÇÕES		
		3mm	6mm	8m
20	0,1	0,4	0,8	1,1
40	0,1	0,6	1,2	1,6
60	0,2	0,7	1,5	2,0
80	0,2	0,8	1,7	2,3
100	0,2	0,9	1,9	2,5
120	0,2	1,0	2,1	2,8
140	0,2	1,1	2,2	3,0
160	0,2	1,2	2,4	3,2
180	0,2	1,3	2,5	3,4
200	0,2	1,3	2,7	3,6
220	0,3	1,4	2,8	3,8
240	0,3	1,5	2,9	3,9
260	0,3	1,5	3,1	4,1
280	0,3	1,6	3,2	4,2
300	0,3	1,6	3,3	4,4

Os fechamentos das seções (Tabela 8, sexta coluna) mostram que os desníveis obtidos por nivelamento trigonométrico com a estação total TC 2002 atendem a especificação para levantamentos de alta precisão: $3mm\sqrt{K}$, confirmando a precisão esperada (Tabela 9, segunda coluna) que é inferior ao fechamento máximo aceitável, para nivelamento de alta precisão, nos diversos comprimentos de seção calculadas.

4.4.2 Resultados Obtidos com a Estação Total ELTA S20

Para a determinação dos desníveis, as medições foram realizadas em 3 séries completas (PD-PI) (Tabela 9). A descrição da Tabela 10 é a mesma descrição da Tabela 8.

Tabela 10 - Desníveis obtidos com a estação total ELTA S20

SEÇÃO	D(m)	NG	ELTA	NT - NG(mm)	mm \sqrt{K}
I	128,69	2,6034	2,6044	1,0	3
II	137,75	3,5423	3,5433	1,1	3
III	109,12	-0,2356	-0,2357	0,0	1
IV	121,40	-0,0999	-0,1003	-0,3	1
V	291,86	-8,5109	-8,5075	3,4	6
VI	218,05	2,7008	2,6996	-1,2	3

A Tabela 11, apresenta a precisão estimada (em mm) para o desnível de uma seção obtido com a estação total ELTA S20. A descrição da tabela 11 é a mesma descrição da Tabela 9.

Tabela 11 – ELTA S20: comparação da precisão estimada com as especificações do IBGE ($N_s = 3$)

D(m)	ESTAÇÃO TOTAL	ESPECIFICAÇÕES		
		3mm	6mm	8mm
20	0,3	0,4	0,8	1,1
40	0,4	0,6	1,2	1,6
60	0,5	0,7	1,5	2,0
80	0,5	0,8	1,7	2,3
100	0,6	0,9	1,9	2,5
120	0,8	1,0	2,1	2,8
140	0,9	1,1	2,2	3,0
160	1,0	1,2	2,4	3,2
180	1,1	1,3	2,5	3,4
200	1,2	1,3	2,7	3,6
220	1,3	1,4	2,8	3,8
240	1,4	1,5	2,9	3,9
260	1,5	1,5	3,1	4,1
280	1,7	1,6	3,2	4,2
300	1,8	1,6	3,3	4,4

Verifica-se, também, com a estação total ELTA S20 que os fechamentos das seções (tabela 10, sexta coluna) atendem as especificações para levantamentos de alta precisão: $3\text{mm}\sqrt{\text{K}}$, e de precisão: $6\text{mm}\sqrt{\text{K}}$. Observa-se na tabela 11 que a partir de comprimento de seção de 280 metros, a precisão esperada é da classe de precisão para áreas mais desenvolvidas igual a $6\text{mm}\sqrt{\text{K}}$, resultado obtido para a seção V (tabela 10).

4.4.3 Resultados Obtidos com a Estação Total TC 403L

Para a determinação dos desniveis com este equipamento, as medições foram realizadas em 6 séries completas (PD-PI). Optou-se por 6 séries por se tratar de uma estação total de baixa precisão e o cálculo da precisão estimada indicou a necessidade de um número maior de séries com o objetivo de obter precisão mais próxima das outras estações utilizadas nos experimentos. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 12, que tem a mesma descrição da tabela 8.

Tabela 12 - Desniveis obtidos com a estação total TC 403L

SEÇÃO	D(m)	NG	TC403L(m)	dif.403(mm)	mm $\sqrt{\text{K}}$
I	128,69	2,6034	2,6017	-1,7	5
II	137,75	3,5423	3,5425	0,2	1
III	109,12	-0,2356	-0,2367	-1,1	3
IV	121,40	-0,0999	-0,0992	0,7	2
V	291,86	-8,5109	-8,5126	-1,7	3
VI	218,05	2,7008	2,6973	-3,5	7

A tabela 13, apresenta a precisão esperada (em mm) para o desnível de uma seção obtido com a estação total TC 403L. A descrição da tabela 13 é a mesma descrição da tabela 9, porém com 6 séries completas de observações ($N_s = 6$). Observa-se na tabela 13 que com seis séries completas (PD-PI) tem-se expectativa de alta precisão igual a $3\text{mm}\sqrt{\text{K}}$ até 40 metros de comprimento da seção. A partir daí, até o comprimento de 180 metros, tem-se a expectativa de precisão de áreas mais desenvolvidas igual a $6\text{mm}\sqrt{\text{K}}$. Para comprimentos maiores, até o limite não determinado na tabela, a expectativa é a precisão para áreas menos desenvolvidas igual a $8\text{mm}\sqrt{\text{K}}$.

A análise da tabela 12, sexta coluna, mostra que as diferenças dos desniveis obtidos entre a TC 403L e o nívelamento geométrico das seções I e VI, estão dentro do esperado (tabela 13), os demais desniveis estão melhores do que a expectativa.

Tabela 13 – TC 403L: comparação da precisão estimada com as especificações do IBGE ($N_s = 6$)

D(m)	ESTAÇÃO	ESPECIFICAÇÕES		
		3mm	6mm	8mm
20	0,4	0,4	0,8	1,1
40	0,6	0,6	1,2	1,6
60	0,9	0,7	1,5	2,0
80	1,1	0,8	1,7	2,3
100	1,4	0,9	1,9	2,5
120	1,7	1,0	2,1	2,8
140	2,0	1,1	2,2	3,0
160	2,2	1,2	2,4	3,2
180	2,5	1,3	2,5	3,4
200	2,8	1,3	2,7	3,6
220	3,1	1,4	2,8	3,8
240	3,3	1,5	2,9	3,9
260	3,6	1,5	3,1	4,1
280	3,9	1,6	3,2	4,2
300	4,2	1,6	3,3	4,4

4.4.4 Contra Nivelamento com a Estação Total ELTA S20

Foi realizado um contra-nivelamento (CN) com a estação total ELTA S20 e comparado com os resultados obtidos do nívelamento (N) com a mesma estação total (seção 4.4.2 , tabela 10).

No contra-nivelamento não foram observadas as distâncias inclinadas (D') nem os ângulos zenitais (Z), e sim as distâncias verticais (D_v) calculadas diretamente pelo equipamento. As distâncias verticais foram medidas em 3 séries de leituras conjugadas PD-PI, para ré e para vante.

A tabela 14 apresenta a comparação entre os nívelamento e contra-nivelamento efetuados com a estação total ELTA S20, bem como com o nívelamento geométrico. Da segunda a nona coluna a unidade é o metro.

Tabela 14 – Contra-nivelamento com a estação total ELTA S20

Seção	NG(m)	D (m)	N	CN	N - CN	mm \sqrt{K}	(N+CN)/2	dif.NG	mm \sqrt{K}
I	2,6034	128,8	2,6044	2,6042	0,0002	0,6	2,6043	0,0009	2,6
II	3,5423	137,8	3,5433	3,5424	0,0009	2,5	3,5428	0,0006	1,6
III	-0,2356	109,2	-0,2357	-0,2347	-0,0010	3,0	-0,2352	0,0005	1,4
IV	-0,0999	121,5	-0,1003	-0,1010	0,0007	2,0	-0,1006	0,0007	1,9
V	-8,5109	291,9	-8,5075	-8,5103	0,0028	5,1	-8,5089	0,0020	3,7
VI	2,7008	218,1	2,6996	2,7003	-0,0007	1,5	2,7000	0,0009	1,9

A sétima coluna apresenta o fechamento entre N e CN de cada seção, obtido pela divisão da diferença N – CN (sexta coluna) em milímetros, pela raiz quadrada do comprimento da seção em quilômetros (terceira coluna), ou seja: $(N - CN)mm / \sqrt{D(km)}$. A nona coluna apresenta a diferença entre a média de N e CN (oitava coluna) e o nivelamento geométrico (segunda coluna). A décima coluna mostra o fechamento do desnível médio comparado ao nivelamento geométrico, dado por: $dif.NG(mm) / \sqrt{D(km)}$.

Os fechamentos obtidos com N e CN para cada seção (sétima coluna), corroboram com a precisão esperada para o equipamento (tabela 11), bem como quando se verifica o fechamento das médias de N e CN de cada seção com o nivelamento geométrico (décima coluna).

4.4.5 Levantamento com Visadas de Comprimentos Desiguais

Os levantamentos foram realizados no mesmo circuito utilizando a estação total ELTA S20, como critério de observação utilizou-se 3 séries completas (tabela 15). A coleta dos dados ocorreu em dia nublado e com temperatura amena, caracterizando atmosfera em estado neutro, ideal para observações de ângulos verticais (SCHAAL, 1996). Para o cálculo dos efeitos conjuntos da curvatura terrestre e da refração, usou-se a equação (KAHMEN & FAIG, 1988):

$$C = \frac{D^2}{2R} (1 - k) \quad (32)$$

Onde:

K : 0,13 coeficiente de refração, (BRASIL, 1975);

R : 6371 km;

D : distância horizontal em metros;

C : efeito da curvatura (em milímetros).

Tabela 15 - Desníveis obtidos com a estação total ELTA S20 em comprimentos de visadas desiguais

SEÇÃO	D _(r)	D _(v)	D _(r+v)	σ _{AH}	3√K	NG (m)	NT(m)	NT - NG	mm√K
I	28,5	100,9	129,4	1,0	1,0	2,6034	2,6028	-0,6	2
II	40,7	96,7	137,4	0,9	1,1	3,5423	3,5416	-0,7	2
III	72,8	40,5	113,3	0,9	1,0	-0,2356	-0,2347	0,9	3
IV	32,0	89,2	121,2	0,9	1,0	-0,0999	-0,1007	-0,8	2
V	100, 7	191,2	291,9	1,8	1,6	-8,5109	-8,5132	-2,3	4
VI	80,5	137,9	218,4	1,4	1,4	2,7008	2,7006	-0,3	1

As segunda, terceira e quarta colunas apresentam as distâncias medidas de ré e vante, e a soma de ambas que representa o comprimento da seção. A quinta coluna apresenta o valor calculado para a precisão esperada do desnível obtido com a ELTA S20. Na sexta coluna tem-se a especificação para o nivelamento de alta precisão ($3\text{mm}\sqrt{K}$). As sétima e oitava colunas mostram os desníveis do nivelamento geométrico e do nivelamento trigonométrico com a estação total ELTA S20, respectivamente. Na nona coluna tem-se a diferença entre os desníveis obtidos NT e NG em milímetros. A décima coluna apresenta o cálculo do fechamento da seção em $\text{mm}\sqrt{K}$, dividindo-se a diferença em milímetros (nona coluna) pela raiz quadrada do comprimento da seção em quilômetros (quarta coluna), ou seja: $NT - NG / \sqrt{D_{(r+v)}}$

Na análise da precisão esperada (quinta coluna) com a especificação para nivelamento de alta precisão (sexta coluna), verifica-se que apenas na seção V a precisão esperada é maior que a especificação para nivelamento de alta precisão ($3\text{mm}\sqrt{K}$), justificando o fechamento da seção em $4\text{mm}\sqrt{K}$ (décima coluna). Os resultados apresentam coerência entre as especificações e a precisão esperada da estação total Elta S20.

5. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os experimentos realizados neste trabalho demonstram, em face à metodologia adotada, a viabilidade de obtenção de desníveis de precisão com estação total, segundo as especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos do IBGE.

Os desníveis obtidos com as estações totais de alta, média e baixa precisão, em que as distâncias horizontais são aproximadamente iguais, apresentam resultados compatíveis com a precisão nominal de cada estação total e o número de séries observadas, de acordo com a lei de propagação das covariâncias, não ocorrendo, em nenhum dos experimentos, erro de fechamento superior a classe de

6mm \sqrt{K} , correspondente a precisão do fechamento de uma seção para áreas mais desenvolvidas.

Nos experimentos em que as distâncias horizontais são desiguais na determinação de desniveis com estação total, além da determinação da curvatura terrestre (de simples solução algébrica), o efeito da refração no ângulo vertical tem que ser levado em conta. Os experimentos apresentam resultados bastante consistentes, compatíveis com os resultados obtidos para visadas de igual comprimento e confirmam que as medições devem ser feitas em dias nublados e de temperatura amena.

A precisão nominal linear de qualquer estação total atual atende as necessidades para determinações de desniveis de precisão.

Para obtenção de maior acurácia na fixação da altura do bastão graduado, recomenda-se tangenciar a borda inferior do traço.

Recomenda-se fazer uma pré-análise para estabelecer o número de séries de leituras conjugadas (PD-PI) necessárias, de acordo com a precisão nominal angular da estação total, visando a obtenção da precisão especificada e a otimização dos trabalhos de campo.

REFERÊNCIAS

- ABNT. *NBR 13133 - Execução de levantamentos geodésicos: procedimento*. Rio de Janeiro, 1994.
- BRASIL. *Manual Técnico T 34-410 - Nivelamento Trigonométrico*. Estado-Maior do Exército. Ministério do Exército - Diretoria de Serviço Geográfico, 1975.
- FAGGION, P. L. *Contribuição para implantação de um sistema de aferição de miras na Universidade Federal do Paraná*. Curitiba, 1993. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.
- FAGGION, P. L. *Obtenção dos elementos de calibração e certificação de medidores eletrônicos de distância em campo e laboratório*. Curitiba, 2001. Tese de Doutorado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná.
- FAGGION, P. L.; VEIGA, L. A. K.; DE FREITAS, S. R. C.; DOS SANTOS, D. P. (2003). *Desniveis de primeira ordem com estação total*. Série em Ciências Geodésicas, v. 3.
- GEMAEI, C. *Introdução ao ajustamento de observações – aplicações geodésicas*. Curitiba: Editora da UFPR, 1994.
- IBGE - FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA *Especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos* R.PR nº 22/83, Boletim de Serviço nº 1602 (Suplemento), Rio de Janeiro, 1983.
- KAHMEN, H.; FAIG, W. *Surveying*. Berlin: Walter de Gruyter, 1988.
- LEICA TC 403L *User manual*. Heerbrugg, Switzerland, 1998.

LEICA WILD TC 2002 *User manual*. Heerbrugg, Switzerland, 1994.

RÜEGER, J. M. *Electronic distance measurement*. 3 ed. Berlin: Springer, 1996.

SCHAAL, R. E. *Efeitos da refração na atmosfera em observações geodésicas próximas ao solo*. São Paulo, 1996. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

TRIMBLE ZEISS. *ELTA S - User Guide*. Ohio, USA, 2001.

WOLF, P. R. ; GHILANI, C. D. *Elementary surveying: an introduction to geomatics*. 10 ed., Prentice Hall, New Jersey, 2002.

ZEISKE, K. *Surveying made easy*. Disponível em:

<http://www.leicageosystems.com/se/surveying/Newspaper/Broschyrer/722510en.pdf>.

Acesso em: novembro de 2005.

(Recebido em setembro de 2006. Aceito em dezembro de 2006)