

AJUSTAMENTO DE REDES GPS: USAR OU NÃO LINHAS DE BASE TRIVIAIS¹

Adjustments of GPS networks: to use or not to use trivial base lines

MAURÍCIO DOS SANTOS SILVA
VERÔNICA MARIA COSTA ROMÃO

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Tecnologia e Geociências - CTG
Departamento de Engenharia Cartográfica - DECart
Av. Acad, Hélio Ramos, s/n - DECart
50740-530 - Recife - Pernambuco - Brasil
ccmauricio@globo.com
vcosta@ufpe.br

RESUMO

Neste trabalho é feita uma análise da variação nos valores de coordenadas/incertezas obtidas no ajustamento de uma rede GPS, de acordo com os tipos de linhas de base (LB) incluídas nos cálculos: apenas as LB independentes ou todas as LB existentes (triviais e independentes). Com tal finalidade, foram usados dados de algumas estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) e dados de um conjunto de rastreios estáticos realizados durante um levantamento hidrográfico (LH) da Diretoria de Hidrografia e Navegação (DHN), no decorrer do último trimestre de 2007, na cidade de Florianópolis-SC. Buscou-se adotar diversas combinações de pontos e configurações de rede, em diferentes dias de rastreamento. Os testes desenvolvidos mostraram que as coordenadas dos vértices pouco variam em função do procedimento adotado no ajustamento e que as incertezas apresentam valores mais homogêneos quando todas as linhas de base das sessões de rastreamento são ajustadas ao mesmo tempo.

Palavras-chaves: Ajustamento de Redes GPS; Linhas de Base Triviais; Incertezas.

¹ Uma versão preliminar deste artigo foi publicada nos Anais do II SIMGEO

ABSTRACT

This article analyzes variations in coordinates and uncertainties of GPS networks. Variations occurred when adjustments were performed with different baselines configurations: only independent baselines or all baselines (trivial and independent). Experiments used data from the Brazilian Continuous Monitoring Network (RBMC) and from static positioning stations mounted during a hydrographic survey performed by the Brazilian Navy Directorate of Hydrography and Navigation (DHN). Several stations and networks configurations were built with data collected in Florianópolis, SC, Brazil, during the last trimester of 2007. Results showed that vertexes coordinates are not altered when adjustment procedures are changed. On the other hand, vertexes uncertainties are more coherent if using all baselines solution.

Keywords: GPS Networks Adjustment; Trivial Baselines; Uncertainties.

1. INTRODUÇÃO

Os chamados “programas comerciais” de processamento de dados GPS fazem, em um primeiro estágio, o cálculo de linhas de base (LB) e, no segundo estágio, o ajustamento da rede. Com isso, geram as coordenadas das estações rastreadas e suas respectivas incertezas. No processamento de dados de uma mesma sessão, algumas das LB podem ser interpretadas como sendo um vetor resultante da soma de outros vetores também calculados nesse processamento. Esse tipo de LB é denominada trivial. As demais LB são chamadas de independentes.

Para avaliar o efeito do uso de LB triviais no ajustamento de redes GPS foram utilizados dados de um levantamento hidrográfico realizado em Florianópolis-SC, pela Marinha do Brasil, no final de 2007, durante o qual foram executados rastreamentos estáticos usando receptores GPS geodésicos de dupla frequência. Foram utilizadas também algumas estações da RBMC, mantida pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Os vértices utilizados distam de 2 a 1000 km entre si e as sessões estudadas possuem de 3 a 6 vértices.

O uso das LB triviais no ajustamento da rede amplia artificialmente a redundância de dados e, por isso, os valores das incertezas resultantes para as coordenadas dos vértices ficam menores. Nesse caso, de acordo com VINCENTY (1987), BECK et al. (1989), CRAYMER et al. (1990), CRAYMER e BECK (1992) e CRAYMER (1995), as incertezas deveriam ser multiplicadas por um fator $\frac{n}{2}$, onde n é o número de receptores, tornando-se maiores e alcançando um valor mais realista. Esse escalar só seria aplicável a ajustamentos feitos com linhas de base obtidas em uma mesma sessão de rastreo.

Em contrapartida, se as LB triviais não forem usadas no ajustamento, e somente as independentes forem usadas, as incertezas apresentam valores mais realistas, mas que variam conforme a combinação de LB adotada como independentes.

Qualquer que seja o caso, isto é, ajustando-se a rede somente a partir das LB independentes, ou a partir de todas as LB (triviais e independentes), não foi registrada variação expressiva nas coordenadas, somente nas suas incertezas.

O objetivo deste artigo é dimensionar o efeito do emprego de linhas de base triviais sobre as coordenadas e as incertezas dos vértices de uma rede GPS, quando o ajustamento é efetuado em um programa comercial de processamento, combinando LB de duas, três e quatro sessões de rastreamento.

Houve uma variação de até 3 cm nas coordenadas dos vértices, em função do número de sessões que forneciam os dados para o ajustamento e em função de quais linhas de base eram adotadas como independentes nos ajustamentos. Ainda que as incertezas com as quais se trabalhou na presente pesquisa tenham valores de até 1 cm, elas apresentaram grandes variações no decorrer dos cálculos, e é nessa variação que este trabalho está focado.

O escalar $\frac{n}{2}$ mostrou-se não aplicável à quase totalidade dos ajustamentos realizados nesta pesquisa. Os testes efetuados com sessões combinadas também recomendam a inclusão de linhas de base triviais no ajustamento de rede. Para compensar o aumento artificial na redundância é proposto o fator $1,10 \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{s}}$, obtido empiricamente por este autor, onde n é o número de receptores na sessão e s é o número de sessões combinadas no ajustamento.

2. FONTES DE ERROS NOS RASTREIOS GPS

Três grupos de erros degradam o posicionamento GPS: os relacionados com os satélites (como erros orbitais e erros no relógio), os relacionados com a propagação do sinal na atmosfera (atrasos troposférico e ionosférico) e os relacionados com os receptores (erro de relógio, ruídos, multicaminhamento, etc).

2.1 Erros Associados aos Satélites

As efemérides transmitidas pelos satélites GPS são obtidas por previsão, podendo apresentar erros de até 3 m na posição do satélite. Esse erro na posição do satélite vai acarretar um erro entre 1 e 2 mm no comprimento de uma linha de base de 10 km (MONICO, 2008).

Neste trabalho, apenas por padronização, todos os processamentos foram executados usando efemérides precisas, referenciadas ao *International Terrestrial Reference System* (ITRS).

2.2 Erros Resultantes da Propagação do Sinal

SMITH (1996) afirma que os efeitos atmosféricos são bem conhecidos nos levantamentos e que os sinais sofrem atrasos que podem gerar erros significativos.

Esses erros ocorrem na trajetória do sinal através da ionosfera e da troposfera e são causados por:

- Refração troposférica – conforme TORGE (2001), é o efeito causado no interior da troposfera, da tropopausa e da estratosfera, estendendo-se da superfície da Terra até 50 km altura. Segundo MONICO (2008), a refração troposférica depende da massa gasosa que se concentra nas baixas camadas da atmosfera terrestre e do ângulo de elevação do satélite e afeta igualmente todas as requências transmitidas pelos satélites. A refração anula-se no posicionamento relativo de estações próximas entre si. Porém, quando a distância entre as estações é grande (maior que 50 km), ou quando a diferença de altura entre elas é significativa (regiões montanhosas), as condições atmosféricas observadas em cada estação não se correlacionam (SEEBER, 2003).

Refração ionosférica – conforme WOLF e GHILANI (2006), a ionosfera, que fica entre 50 e 1500 km acima da superfície da Terra, é primariamente composta por íons positivos que afetam a propagação das ondas eletromagnéticas. Segundo EL RABBANY (1994), o atraso é proporcional ao número de elétrons livres ao longo da trajetória do sinal, o chamado *Total Electron Content* (TEC). Para possibilitar as análises realizadas na presente pesquisa, mapas TEC foram obtidos no endereço <http://madrigal.haystack.mit.edu/madrigal>.

SEEBER (2003) afirma que as portadoras L1 e L2 sofrem diferentes atrasos na ionosfera e que os receptores de dupla frequência fazem uso dessa propriedade, corrigindo grande parte dos efeitos em razão da refração ionosférica. Nesta pesquisa todos os dados são oriundos de receptores GPS de dupla frequência e, apenas por padronização, não foram adotados modelos de correção ionosférica.

2.3 Erros Oriundos do Receptor

Neste grupo enquadram-se os erros originados nos arredores da estação, os multicaminhos, e na própria antena receptora, devido às variações no seu centro de fase.

Multicaminhos – segundo SEEBER (2003), esse erro ocorre quando, além do sinal direto do satélite, reflexos desse mesmo sinal alcançam a antena do receptor. Os sinais são refletidos por ruas, corpos d'água, edificações, veículos, etc.

Se há suspeita de haver multicaminhos na área de rastreo, em TRIMBLE (2001) é recomendado que a estação seja ocupada por um período mais longo, de forma que, tendo sido coletada uma quantidade de dados suficiente, os efeitos indesejados sejam automaticamente eliminados durante o processamento e seja obtido um resultado médio exato.

Variação do centro de fase da antena – para a determinação exata de alturas a partir de rastreios GPS, é necessário que se tenha o conhecimento também exato da posição do centro de fase da antena. Entretanto, para quaisquer antenas GPS o centro de fase muda conforme a direção dos sinais de um satélite, dependendo

sobretudo da elevação desse satélite. Ignorar a variação nos centros de fase significa inserir erros de até 10 cm nas coordenadas resultantes, conforme dados de calibração fornecidos pelo National Geodetic Survey (NGS) no endereço <http://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL>. Nesta pesquisa usaram-se as alturas do centro de fase L1 das antenas, extraídas dessa fonte.

3. ERROS INERENTES ÀS OBSERVAÇÕES

Segundo MACHADO e MONICO (2004), a qualidade do resultado do ajustamento é limitada em virtude da impossibilidade de o modelo matemático representar a realidade física com total fidelidade e em virtude das imperfeições do sistema de observação. Tais limitações têm origem nos erros cometidos durante as observações, os quais são divididos em três classes: grosseiros, sistemáticos e aleatórios (GEMAEL, 1994).

DALMOLIN (2004) afirma que erros acidentais ou randômicos são uma dispersão com respeito à média, presentes nas medidas que representam uma mesma quantidade. Já os erros 3 vezes maiores que o desvio-padrão são geralmente oriundos de enganos de notação, digitação, identificação do objeto medido, etc, sendo chamados de erros grosseiros. Para os erros grosseiros, a única solução é descartar os dados e repetir as medições. Segundo GEMAEL (1994), os erros sistemáticos podem ser corrigidos por meio da aferição do instrumento de medida ou compensados com o uso de fórmulas matemáticas. Já os erros acidentais têm comportamento aleatório, são inevitáveis e o seu tratamento é baseado na teoria da probabilidade.

4. PRINCÍPIOS DE POSICIONAMENTO

De acordo com IHO (2005) há essencialmente 3 princípios de posicionamento por meio do GPS:

- Posicionamento Absoluto – fornece coordenadas em WGS84 em tempo real, com o uso de 1 receptor.
- Posicionamento Relativo – tendo-se receptores instalados em dois pontos, é determinado o vetor que liga ambos. Conhecendo-se as coordenadas de um desses pontos, pode-se adicioná-las às componentes do vetor e as coordenadas do segundo ponto pode ser determinada (IHO, 2005). Por meio de um pós-processamento dos dados, eliminam-se erros e aumenta-se a exatidão das coordenadas. As coordenadas não são, assim, obtidas em tempo real.
- Posicionamento Diferencial – as correções geradas por uma estação de referência, de coordenadas conhecidas, são inseridas no receptor do usuário, que as aplica em suas soluções, melhorando consideravelmente a qualidade dos resultados (MONICO, 2008).

5. A REDE BRASILEIRA DE MONITORAMENTO CONTÍNUO (RBMC)

Para realizar posicionamento relativo, o usuário deve dispor de dois ou mais receptores, estando um instalado em um ponto de coordenadas conhecidas. Com o advento dos chamados Sistemas de Controle Ativos, o usuário dispõe de receptores instalados em pontos de coordenadas precisas, rastreando permanentemente. No Brasil, um sistema desse tipo é mantido pelo IBGE e recebe o nome de Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC).

As estações da RBMC desempenham justamente o papel do ponto de coordenadas conhecidas, eliminando a necessidade de que o usuário instale receptores nas estações de referência. A RBMC vem sendo gradualmente integrada à RIBaC - Rede de Bases Comunitárias do Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (INCRA). Isso possibilitou um grande salto no número de estações: de 24 estações em 2006 para 56 estações em JAN/09. A expectativa é de que esse número chegue a 80 estações até o fim de 2009 (IBGE, 2007).

Os dados coletados pelas estações estão sendo disponibilizados através do portal do INCRA (<http://ribac.incra.gov.br>) e do IBGE (<ftp://geofp.ibge.gov.br/RBMC>). No primeiro são disponibilizados arquivos horários com intervalo de coleta de cinco segundos, já no outro portal, os arquivos são diários com intervalo de coleta de 15 segundos (IBGE, 2007).

6. AJUSTAMENTO DE REDES GPS

6.1 Linhas de Base Triviais e Linhas de Base Independentes

Em uma sessão de rastreamento que use três receptores, três linhas de base são formadas. Porém, duas linhas, que vamos chamar de independentes, seriam suficientes para que se obtivessem as coordenadas de todos os pontos. Logo, a terceira linha é redundante e pode ser também obtida por soma vetorial das outras duas. Linhas triviais são as linhas redundantes de uma sessão (FERNANDES, 2004).

Qualquer sessão de rastreamento que use três ou mais receptores vai produzir linhas de base triviais. Conforme SEEBER (2003), para n receptores operando simultaneamente, valem as seguintes expressões:

número total de linhas de base produzidas na sessão

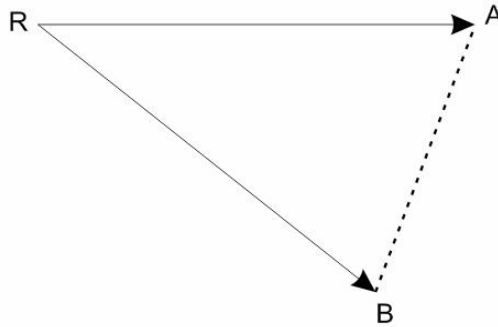
$$\frac{n(n-1)}{2} \quad (1)$$

número de linhas de base independentes da sessão

$$(n-1) \quad (2)$$

Observando a figura 1, nota-se que a terceira linha (AB), que fecha a figura, foi produzida com dados já utilizados para produzir RA e RB.

Figura 1 – Linha de base trivial.



Sendo assim, quando ela é usada no ajustamento, cria uma falsa redundância. Para que essa linha possa contribuir para a solução do problema, deve ser oriunda de outra sessão de rastreamento (FERNANDES, 2004).

6.2 Desdobramentos do Uso de Linhas de Base Triviais

Os valores das coordenadas dos pontos envolvidos no ajustamento não variam de forma expressiva com a inclusão das LB triviais no ajustamento, fato citado por BECK et al. (1989) e HOLLMANN et al (1990). Em outras palavras, a variação significativa ocorre somente nas incertezas dessas coordenadas.

Conforme a equação 2, se são usados n receptores em uma determinada sessão de rastreamento, serão produzidos $(n-1)$ vetores independentes. Os demais são triviais, combinações lineares dos independentes.

O seguinte caminho é percorrido quando se faz uso de um programa comercial:

- Faz-se inicialmente um processamento, gerando $\frac{n(n-1)}{2}$ linhas de base;
- Faz-se o ajustamento da rede. Se apenas LB independentes forem usadas no ajustamento, o resultado dependerá de quais $(n-1)$ linhas de base são selecionadas dentre as diversas combinações possíveis e, com isso, não haverá solução única.

Isso já não ocorre se no ajustamento da rede forem efetivamente usadas todas as $\frac{n(n-1)}{2}$ linhas de base. No Canadá, já no início da década passada era

recomendado o uso das linhas de base triviais nos ajustamentos de sessão (CANADA, 1992).

Em contrapartida, quando isso é feito, há um aumento artificial nos graus de liberdade e as incertezas das coordenadas apresentam-se menores e irreais. Para compensar esse efeito, VINCENTY (1987), BECK et al. (1989), CRAYMER et al.

(1990), CRAYMER e BECK (1992) e CRAYMER (1995) defendem que as incertezas das coordenadas devem ser escaladas por $\frac{n}{2}$.

7. CÁLCULOS REALIZADOS

Foram utilizados dados GPS de duas fontes:

-Estações da RBMC; e

-Levantamento realizado pela Diretoria de Hidrografia e Navegação (DHN) em Florianópolis-SC, durante o qual foram executados rastreamentos estáticos usando receptores geodésicos de dupla frequência.

Para o processamento das redes formadas por pontos rastreados em Florianópolis pela DHN, dois pontos foram adotados como fixos e tiveram suas coordenadas calculadas a partir das estações da RBMC apresentadas na figura 2:

-CPSC – adotado como fixo nos dias 276, 316 e 319; e

-CAIS – adotado como fixo no dia 277.

Para testar o efeito do uso de LB triviais, foram processados e ajustados dados de rastreios GPS realizados em sessões:

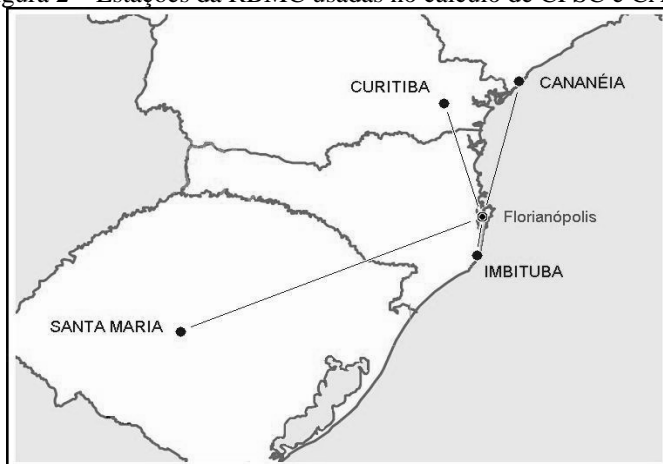
-Com 3, 4, 5 e 6 receptores, fazendo com que as configurações abrangessem a maior parte dos casos práticos;

-Com diferentes tempos de rastreio – 10min a 17h

-Em diferentes períodos do dia – entre 00:00 e 20:30

-Com diferentes comprimentos de linhas de base – de 2 a 1000 km.

Figura 2 – Estações da RBMC usadas no cálculo de CPSC e CAIS.



Além disso, os ajustamentos foram feitos combinando diferentes números de sessões: uma, duas, três ou quatro sessões.

8. ORGANIZAÇÃO E REGISTRO DOS RESULTADOS

De maneira geral, cada sessão isolada foi submetida a um processamento de linhas de base usando-se um programa comercial. Dispondo-se de todas as $\frac{n(n-1)}{2}$

linhas de base dessa sessão, foi feito inicialmente um ajustamento de sessão usando-se todas as LB. Fez-se o registro das coordenadas determinadas e suas incertezas. Em seguida foram feitos ajustamentos de sessão a partir de uma série de diferentes combinações de LB independentes. Novamente todas coordenadas e incertezas foram registradas. Por fim, foram calculadas as médias das coordenadas e das incertezas obtidas a partir de LB independentes e foi determinada, para cada vértice, a razão entre o valor médio das incertezas oriundas dos ajustamentos de rede usando somente LB independentes e o valor de incerteza resultante do ajustamento usando todas as LB (triviais + independentes). O mesmo cálculo foi executado para outras sessões e combinações de LB independentes.

Foi feita, então, uma análise dos resultados obtidos, tendo sido elaborada uma nova tabela onde foram anotados:

- a) a variação absoluta das coordenadas horizontais e verticais dos vértices;
- b) a variação relativa das incertezas das coordenadas;
- c) o valor médio das incertezas horizontais e verticais; e
- d) o escalar a ser aplicado às incertezas das coordenadas resultantes do ajustamento que usou todas as LB, a fim de tornarem-se mais realistas.

A tabela 1 traz o fator escalar médio encontrado nos ajustamentos, de acordo com o número de estações rastreadas e o número de sessões combinadas no ajustamento.

Tabela 1 – Resumo dos Resultados.

nº. de vértices (n)	nº. de sessões (s)	Fator escalar	
		$\frac{n}{2}$	Calculado
3	2	1,5	1,36
4	2	2	1,53
	4	2	1,30
5	2	2,5	1,71
	3	2,5	1,50
6	3	3	1,60

Por ocasião do processamento e ajustamento dos dados:
Foi usado um programa comercial, o Trimble Geomatics Office (TGO);
Foram usadas efemérides precisas produzidas pelo IGS;

Considerou-se não ter havido erros na medição da altura da antena e na centragem do tripé;

Foi usada máscara de elevação de 13°; e

Os erros fornecidos eram de 1 desvio-padrão, o que equivale a um grau de confiança de 68%.

9. ANÁLISE DOS RESULTADOS

9.1 Coordenadas e suas Incertezas

Os resultados foram organizados em tabelas, como a que é exibida na tabela 2, e fornecem subsídios interessantes para a análise dos ajustamentos executados. Nessas tabelas foram estabelecidos diversos indicadores que favorecem a comparação entre os diferentes diversos resultados.

Tabela 2 – Padrão adotado para registro dos resultados da análise prévia dos ajustamentos.

Sessão	vértices	Δ das coord horiz	Δ das coord vert	Δ dos sigmas	σ horiz (médio)	σ vert (médio)	Fator		
							calculado	n/2	
276.1 ^{90min} 09:45 a 11:15	4	CPSC CACU FORT TOME	< 1mm	5mm	20%	1mm	2,5mm	1,8	2,0
276.2 ^{90min} 14:00 a 15:30			< 1mm	1cm	20%	1mm	3mm	3,5	
combinação			7 a 19Km	< 1mm	3cm	40%	3mm	9mm	1,4

Para cada combinação de LB independente ajustada, foram calculadas coordenadas com pequenas variações (em latitude, em longitudes e na altura geométrica), com suas respectivas incertezas, para cada vértice da rede. As seguintes informações puderam ser extraídas dessas tabelas:

a) Em 83% dos casos, as coordenadas horizontais (latitude e longitude) de cada um dos vértices da sessão de rastreo (ou combinação de sessões) estudada variaram menos que 0,001” de uma combinação de LB independentes ajustada para outra. Isso representa uma variação linear menor que 3cm;

b) No caso da coordenada vertical (altura geométrica), a variação não ultrapassou o valor de 4 cm em 83% dos casos;

c) Quando duas sessões foram combinadas, as coordenadas horizontais produzidas apresentaram valores similares aos obtidos nos ajustamentos das sessões isoladas. Já a coordenada vertical apresentou um valor intermediário aos obtidos em cada sessão isolada;

d) A variação das incertezas foi, em média, 3 vezes maior nos ajustamentos combinando sessões. Isso indica que as incertezas obtidas a partir das sessões

isoladas mostraram-se mais homogêneas que as obtidas nos ajustamentos feitos a partir da combinação de sessões.

e) As incertezas das coordenadas foram maiores na componente vertical. Tanto nos ajustamentos de sessões isoladas, como nos ajustamentos combinando sessões, a incerteza vertical foi, em média, três vezes maior que as horizontais;

f) As incertezas obtidas nos ajustamentos envolvendo combinação de sessões foram, em média, dez vezes maiores que as incertezas das sessões isoladas. Esses valores de incertezas podem ser considerados mais realistas, em virtude de terem sido calculados a partir de um conjunto maior de dados; sobretudo dados obtidos em diferentes dias e horários; e

g) Ainda nos ajustamentos combinando duas ou mais sessões de rastreo, a variação das incertezas, de uma combinação de LB independentes para outra, foi em média de 300%;

Dependendo do conjunto de LB independentes selecionado para o ajustamento, tem-se uma variação significativa nas incertezas das coordenadas. Em um dos ajustamentos essa variação no valor das incertezas das coordenadas foi de 670%. Cabe ressaltar que não se trata de estabelecer um procedimento para se saber, antes do ajustamento, qual o melhor arranjo. O problema está justamente na heterogeneidade de resultados.

9.2 Fator Escalar

Somente em alguns casos os fatores escalares, calculados com base em resultados de ajustamentos de sessões isoladas, coincidiram com a expressão $\frac{n}{2}$, conforme defendem VINCENTY (1987), BECK et al. (1989), CRAYMER et al. (1990), CRAYMER e BECK (1992) e CRAYMER (1995). Nesta pesquisa, houve 31 experimentos em que sessões de rastreo foram ajustadas isoladamente antes de serem combinadas em pares. Nesses ajustamentos, apenas em seis casos o fator escalar obtido em uma das sessões do par foi igual ou bem próximo de $\frac{n}{2}$. Somente em dois casos ambas as sessões do par, ajustadas isoladamente, resultaram em escalares iguais ou bem próximos de $\frac{n}{2}$. Nos demais 83% dos casos os escalares oscilaram de 0,1 até 10. Isso evidencia o quanto instável é o valor do escalar para situações de sessões isoladas.

Porém, quando múltiplas sessões são ajustadas em combinado, os valores do escalar são bem mais coerentes com expressões dependentes de n . A expressão abaixo, obtida empiricamente no decorrer desta pesquisa, fornece uma boa aproximação para o fator escalar dos ajustamentos que combinam linhas de base independentes de mais de uma sessão:

$$1,10 \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{s}} \quad (3)$$

Onde:

n número de receptores na sessão; e

s número de sessões combinadas no ajustamento.

Na terceira coluna da tabela 3 foi relacionado cada fator escalar médio encontrado nos ajustamentos, conforme o número de estações rastreadas e o número de sessões combinadas no ajustamento.

Tabela 3 – Fator escalar obtido conforme o número de vértices ajustados.

nº. de vértices (n)	nº. de sessões (s)	Fator obtido nos ajustamentos	$1,10 \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{s}}$
3	2	1,36	1,35
4	2	1,53	1,56
	4	1,30	1,31
5	2	1,71	1,74
	3	1,50	1,49
6	3	1,60	1,59

Na coluna da direita foram relacionados os valores de escalar obtidos a partir da expressão empírica, conforme a equação 3.

10. CONCLUSÕES

Uma variação horizontal de 3 cm e vertical de 4 cm pôde ser observada nas coordenadas dos vértices das redes, em função do número de sessões combinadas ou em função das linhas de base selecionadas. Porém, as variações de interesse nesta pesquisa foram observadas nas incertezas dessas coordenadas.

Observou-se que as incertezas das coordenadas obtidas nos ajustamentos que usam todas as LB da sessão são menores que a média das incertezas obtidas nas combinações de LB independentes. Porém, como a inclusão das linhas de base triviais produz uma falsa redundância no ajustamento, as incertezas geradas nos ajustamentos feitos só com LB independentes tornam-se mais realistas. Em contrapartida, o resultado desse tipo de ajustamento varia conforme a combinação de LB independentes feita.

Isso faz com que VINCENTY (1987), BECK et al. (1989), CRAYMER et al. (1990), CRAYMER e BECK (1992) e CRAYMER (1995), afirmem que a opção

mais adequada é fazer o ajustamento com todas as linhas de base, evitando o problema da diversidade de resultados, devendo as incertezas ser multiplicadas por $\frac{n}{2}$. Quanto a esse assunto, o seguinte pode ser verificado:

a) O fator $\frac{n}{2}$ é sugerido por tais autores para escalar as incertezas das coordenadas oriundas de ajustamentos de sessões isoladas. Estudos anteriores não contemplaram os ajustamentos que combinam linhas de base rastreadas em momentos distintos, ou seja, diferentes sessões de rastreio. Por fim, em poucos ajustamentos feitos nesta pesquisa, o fator $\frac{n}{2}$ mostrou-se aplicável; e

b) No caso dos ajustamentos de linhas de base de diferentes sessões, os escalares a serem aplicados às incertezas resultantes do ajustamento quando todas as LB (independentes + triviais) tiveram comportamento bastante homogêneo. De maneira empírica, este autor estabeleceu a expressão 3, que correlaciona o valor do fator escalar ao número de vértices da rede (n) e ao número de sessões (s).

O fato de as incertezas verticais terem valores três vezes maiores que os horizontais condiz com as características do sistema GPS, que privilegia o posicionamento horizontal.

Ainda que os ajustamentos de redes a partir sessões isoladas produzam incertezas, em média, dez vezes menores, esses valores devem ser considerados irrealistas. A combinação de sessões proporciona uma melhor amostragem de dados, obtidos em diferentes condições.

Nos ajustamentos de LB independentes de sessões combinadas não devem ser adotadas linhas de base que, sendo de sessões distintas, se sobreponham. É provável que esse procedimento reduza a rigidez da rede, além de diminuir o número de circuitos fechados. O que foi denominado aqui de circuito é cada um dos diversos triângulos formados pelos vértices da rede.

Pode-se fazer uso de ajustamentos com 1 sessão (sessão isolada), desde que a informação de incerteza não seja de importância fundamental.

Recomenda-se, por fim, que as linhas de base triviais sejam incluídas nos ajustamentos de redes GPS. Os ajustamentos devem ser feitos com todas as linhas de base (tanto as independentes quanto as triviais), aplicando-se às incertezas o fator de escala $1,10 \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{s}}$, obtido de forma empírica nesta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BECK, N.; DUVAL, R.; TAYLOR, P. *GPS Processing Methods: Comparison with Precise Trilateration*. Journal of Surveying Engineering, Vol. 115, nº 2, 1989. p 181-197.

- CANADA CENTRE FOR SURVEYING (CCS). *Guidelines and Specifications for GPS Surveys*. Release 2.1. Vancouver: Geodetic Survey Division, 1992. 63p.
- CRAYMER, M.R.; WELLS, D.E.; VANICEK, P.; DEVLIN, R.L. *Specifications for Urban GPS Surveys*. Surveying and Land Information System, vol 50, nº 4, 1990. p 251-259
- CRAYMER M. R.; BECK, N. *Session Versus Baseline Processing*. International Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation: New Mexico, 1992. p 995-1004.
- CRAYMER, M.R. *Recommended Procedure for the Adjustment of Individual GPS Baseline Solutions* - Internal Report. Geodetic Survey Division, Geomatics Canada, 1995. 1p.
- DALMOLIN, Q. *Ajustamento por Mínimos Quadrados*. 2 ed. Curitiba: Universidade Federal do Paraná (UFPR), 2004. 175p.
- EL-RABBANY, A.E-S. *The Effect of Physical Correlations on the Ambiguity Resolution and Accuracy Estimation in GPS Differencial Positioning*. Tese (Doutorado em Filosofia). Department of Geodesy and Geomatics Engineering Technical Report nº 170. Fredericton: University of New Brunswick, 1994. 161p.
- FERNANDES, R. A. *Linhas de Base Independentes e Redundância em Redes GPS*. Anais Hidrográficos, Tomo LXI. Rio de Janeiro: Diretoria de Hidrografia e Navegação (DHN), 2004. p 35-42.
- GEMAEEL, C. *Introdução ao Ajustamento de Observações – Aplicações Geodésicas*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná (UFPR), 1994. 319p.
- HOLLMANN, R.; OSWALD, W.; WELSCH, W. *Processing of GPS Phase Observations in Every Day Life: How Much Can Various Network Solutions Differ and How Can They Be Compared?* Manuscripta Geodaetica, Vol. 15, 1990. p 124-136.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). *Integração da RBMC e RIBaC*. Revista Ponto de Referência, nº 2. Rio de Janeiro, IBGE, 2007. p 22-23.
- INTERNATIONAL HYDROGRAPHIC ORGANIZATION (IHO). *Manual on Hydrography* – Publication M-13. 1 ed. Mônaco: International Hydrographic Bureau, 2005, 540 p.
- MACHADO, W. C.; MONICO, J. F. G. *Controle de Qualidade do Ajustamento Recursivo de Observações GPS em Linhas de Base Curtas*. Boletim de Ciências Geodésicas, Vol 10, nº 2. Curitiba: Universidade Federal do Paraná (UFPR), 2004. p 123-140
- MONICO, J. F. G. *Posicionamento pelo GNSS: Descrição, Fundamentos e Aplicações*. 2. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2008. 476p.
- SEEBER, G. *Satellite Geodesy: foundations, methods and applications*. 2. ed. Berlin: Walter de Gruyter, 2003. 589 p.

- SMITH, J. R. *Introduction to Geodesy – The History and Concepts of Modern Geodesy*. New York: John Wiley & Sons, 1996. 224p.
- TORGE, W. *Geodesy*. 3 ed. New York: Walter de Gruyter, 2001. 416p.
- TRIMBLE GEOMATICS OFFICE (TGO) Version 1.5 – *WAVE Baseline Processing User Guide*. Sunnyvale, EUA: Trimble Navigation Limited, 2001. 178p.
- VINCENTY, T. *On the Use of GPS Vectors in Densification Adjustments*. *Surveying and Mapping*, Vol. 47, No. 2, 1987. p 103-108.
- WOLF, P. R.; GHILANI, C.D. *Elementary Surveying – An Introduction to Geomatics*. 11 ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2006. 916p.

(Recebida em março de 2009. Aceito em agosto de 2009.)