

EVOLUÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA TERRA-LUA

Dynamic evolution of the Earth Moon system

ALTENI FIDELIS PIMENTA¹
LUIZ DANILLO D. FERREIRA²
GERMANO BRUNO AFONSO³

¹Departamento de Física, UEPG, Ponta Grossa, Paraná, Brasil

²Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR, Curitiba, Paraná, Brasil

³Departamento de Física, UFPR, Curitiba, Paraná, Brasil

¹e-mail: apimenta26@hotmail.com

RESUMO

Desenvolveu-se neste trabalho um modelo semi-empírico que descreve a evolução dinâmica do sistema Terra-Lua a partir de dados sobre a rotação da Terra fornecidos pelo IERS (*International Earth Rotation and Reference System Service*), combinados com equações da Mecânica Celeste. Com interesse direcionado a termos seculares, foi obtida uma equação que fornece a velocidade angular da Terra, a qual, combinada com a equação que relaciona a perda de momento angular rotacional da Terra devida ao atrito de maré da Lua e do Sol com a mudança no momento angular orbital lunar, culminou na expressão que fornece o semi-eixo maior da órbita da Lua. Obteve-se uma expressão para o tempo de atraso de resposta da maré à força de atração gravitacional sofrida pela Terra, em função dos parâmetros orbitais da Lua e do tempo. Essa expressão foi aplicada ao sistema de equações diferenciais representativo do modelo, o qual foi integrado para o tempo passado. Equações, em função do tempo, que expressam a velocidade de rotação da Terra, distância Terra-Lua, excentricidade e inclinação da órbita lunar, foram obtidas. Os resultados foram comparados com valores que advêm de análise de registros derivados de pesquisas baseadas em sedimentação maregráfica, havendo excelente concordância entre eles.

Palavras-chave: Força de Maré Lunar; Velocidade de Rotação da Terra; Distância Terra-Lua.

ABSTRACT

In this work, it was developed a semi-empirical model by describing the dynamic evolution of the Earth-Moon system from data on the Earth rotation supplied by IERS (*International Earth Rotation and Reference System Service*) combined with Celestial Mechanics equations. Focusing the interest on secular terms, an equation

that supplies the Earth angular velocity was gotten, which, combined with the equation that relates the loss of the Earth rotation angular momentum due to the tide friction of the Moon and the Sun with the change in the lunar orbital angular momentum culminated in the expression that yields the major semi-axis of the Moon's orbit. In addition, an expression for the tidal time lag response to the force of gravitational attraction suffered by the Earth as a function of the orbital parameters of the Moon and the time was found, which was applied to the differential equations system integrated to the past. Equations expressing the Earth's rotation velocity, Earth-Moon distance, eccentricity and inclination of the lunar orbit were obtained. The results were compared to those found by methods that analyze records derived from research based on sedimentary cyclic rhythmites sedimentation and an excellent agreement between them was gotten.

Keywords: Lunar Tide Force; Earth's Rotation Velocity; Earth-Moon Distance.

1. INTRODUÇÃO

As determinações da velocidade de rotação da Terra e conseqüente afastamento da Lua em escalas de tempo de dias, séculos e milhões de anos e a interpretação destas flutuações em termos de processos dinâmicos têm chamado a atenção de pesquisadores de diversas áreas da ciência como Geodésia, Geofísica, Geodinâmica, Física, Astronomia, entre outras. Nesta interdisciplinaridade é que reside, em parte, a importância da investigação desses fenômenos.

É fato incontestável que a velocidade de rotação da Terra está diminuindo lentamente desde que ela surgiu, causando um aumento na duração do dia. Desde as antigas observações de eclipses, astrônomos concluíram também que uma expansão da órbita da Lua ocorria lenta e inexoravelmente, fenômeno esse que, na época, era inexplicável (SANT'ANNA e AFONSO, 1998). E. HALLEY (1965) tentou explicar esses fenômenos relacionando-os com perturbações gravitacionais de outros planetas. Em 1787, P. S. Laplace apresentou uma explicação em termos da ação do Sol na órbita lunar. Em 1853, J. Adams mostrou que o modelo de Laplace não concordava completamente com as observações (MIGNARD, 1979). O filósofo E. Kant, em 1754, foi o primeiro a sugerir que as marés deveriam ser a principal causa do aumento no comprimento do dia e no secular afastamento da Lua, o que foi confirmado por Ferrel e Delaunay, em 1865. Um ponto importante desta teoria afirma que o torque resultante da atração da Lua no bulbo de maré da Terra transfere energia e momento angular da rotação da Terra para o movimento orbital da Lua, resultando em uma diminuição na velocidade de rotação da Terra e conseqüente afastamento do satélite natural. As marés ocasionadas pelo Sol e pela Lua tem tido severos efeitos de longo termo sobre a evolução da Terra, mas, as implicações do emprego da atual taxa de dissipação de energia devida às marés numa escala de tempo geológico são catastróficas: por volta de 1600 Ma (megano) a Lua teria estado muito perto da Terra, com a conseqüência de provocar grandes forças de maré, o que teriam rompido a Lua ou causado a fusão da crosta da

Terra e da Lua. Não há evidências de que tal evento cataclísmico tenha ocorrido (LAMBECK, 1980, WILLIAMS, 2000).

O comprimento do dia está aumentando cerca de dois ms/século (mili segundo por século) e a Lua está se distanciando da Terra em torno de 3 cm/ano (GOLDREICH, 1972). Para uma explicação física do fenômeno pode-se lançar mão do princípio de conservação do momento angular, o qual requer uma compensação para a perda de momento angular de rotação da Terra através de um ganho de momento angular orbital da Lua. Os astrônomos, geofísicos e outros investigadores cuja preocupação é a origem e evolução da Terra são prejudicados pela escassez de evidências no planeta, já que, os eventos de interesse ocorreram em tempos tão distantes que mesmo os registros geológicos são raramente confiáveis. Portanto, desse modo, traçar a história da desaceleração maregráfica da Terra e evolução da órbita lunar é ainda um dos maiores desafios para a ciência.

Neste trabalho, estabeleceu-se como objetivo geral o desenvolvimento de um modelo semi-empírico que descreva a dinâmica do sistema Terra-Lua e forneça a velocidade de rotação da Terra para qualquer tempo, a partir da combinação de dados fornecidos pelo IERS com equações da Mecânica Celeste. Desse modo, nesse artigo apresenta-se uma equação empírica $\omega = \omega(t)$ que fornece a velocidade de rotação da Terra, uma equação semi-empírica $a = a(t)$ que permite conhecer a distância Terra-Lua e uma expressão para o tempo de atraso de resposta da maré Δt em função dos parâmetros orbitais do sistema Terra-Lua e do tempo. Isto permitiu a montagem de um sistema de equações diferenciais que descreve a dinâmica do sistema Terra-Lua, e que culminou em expressões para a inclinação da órbita lunar em relação a um plano inercial, o qual é perpendicular ao momento angular total do sistema planeta-satélite e sua excentricidade em função do tempo. É realizada ainda uma breve descrição dos modelos que investigam o fenômeno, cujos resultados são confrontados com os obtidos neste trabalho.

2. MODELOS PARA EVOLUÇÃO DO SISTEMA TERRA-LUA

São apresentados nesta seção modelos que têm como objetivo explicar a evolução do sistema Terra-Lua. À medida que se analisam esses modelos constatam-se diferentes hipóteses para o valor de Δt . Inicialmente Δt é constante, em seguida uma variável influenciada por observações paleontológicas e, finalmente, uma grandeza obtida como resultado da pesquisa apresentada neste artigo. Verifica-se que os resultados tornam-se cada vez mais próximos daqueles encontrados pela sedimentologia maregráfica, que é o método que se destaca, em relação a outros que analisam registros presentes no planeta e que possibilitam a obtenção de valores para a velocidade de rotação da Terra e distância Terra-Lua. Isso mostra que houve uma melhora gradativa nos modelos desenvolvidos com o objetivo de retratar a dinâmica do sistema Terra-Lua.

2.1 Modelo Desenvolvido por Mignard

MIGNARD (1979, 1980) apresentou um modelo para estudo da evolução do sistema Terra-Lua no qual utilizou um valor constante no tempo para o atraso de resposta de maré (Δt). A resposta da Terra à força de atração da Lua caracterizada pela formação dos bulbos de maré não é imediata, demorando um tempo para ocorrer, o qual corresponde ao intervalo de tempo entre o instante em que a Terra “sente” a força gravitacional exercida pela Lua e o instante em que a maré é formada na superfície do planeta como reação à ação do satélite natural (SANT’ANNA e AFONSO, 1998). O uso de um Δt constante conduz a um ponto de “máxima aproximação” da Lua ao planeta Terra num tempo em torno de dois milhões de anos no passado, gerando um problema, já que é consenso atualmente entre os pesquisadores da área que o sistema Terra-Lua foi formado há cerca de 4,52 bilhões de anos.

2.2 Modelo Desenvolvido por Sant’Anna e Afonso

SANT’ANNA e AFONSO (1998) apresentaram um desenvolvimento baseado nos estudos de Mignard para encontrar um conjunto de equações diferenciais da Mecânica Celeste que descrevem a dinâmica de três variáveis: o raio médio da órbita lunar (a), a excentricidade da órbita (e) e a inclinação do plano orbital da Lua (i). Estes pesquisadores fizeram uso de um atraso de resposta Δt variável, o que faz com que o ponto de máxima aproximação da Lua tenha acontecido em torno de 6,6 bilhões de anos no passado. A hipótese de um Δt variável, baseada em observações paleontológicas que compreendem um período de centenas de milhões de anos, cujos resultados foram extrapolados para um passado de 4,5 bilhões de anos, é mais compatível com as modernas teorias sobre a formação do sistema Terra-Lua do que a consideração de um Δt constante como havia sido feito por Mignard ((MIGNARD apud SANT’ANNA e AFONSO, 1998).

2.3 Modelo Desenvolvido por Williams

Um dos procedimentos mais utilizados pelos geólogos para obter informações a respeito do que aconteceu na Terra ao longo dos tempos é a busca de registros deixados no planeta pelos diferentes fenômenos que aqui ocorreram. Investigar o comportamento do planeta ao longo de sua história, comportamento este que, quanto mais se avança no passado mais complexo fica, não é tarefa fácil; tal é o caso da variação da velocidade do planeta em tempos geológicos, objeto de análise desta pesquisa.

A sedimentologia oferece um método para traçar a história da desaceleração da Terra e da evolução da órbita lunar através da análise de sedimentação de ritmitas maregráficas. Esses depósitos marinhos, cujas taxas de deposição foram determinadas pelos ciclos das marés têm fornecido um rico conjunto de dados paleomaregráficos e paleorrotacionais para o antigo Neoproterozóico (aproximadamente 620 Ma), o que possibilitou a obtenção de valores para a

velocidade de rotação da Terra e expansão da órbita lunar. Esses resultados mostraram-se autoconsistentes através da aplicação das leis da Mecânica Celeste (WILLIAMS, 2000).

Williams salienta o fato de que os valores paleomaregráficos e paleorrotacionais para 900 e 2450 Ma não são absolutamente confiáveis e devem ser examinados com precaução. Um conjunto mais consistente de valores medidos diretamente de registros ritmíticos paleoproterozóicos é necessário para estabelecer com razoável confiança o número de dias/ano e valores para a órbita da Lua para estas épocas.

3. MODELO DESENVOLVIDO POR PIMENTA

Apresenta-se nesta seção um modelo semi-empírico obtido a partir da combinação de dados fornecidos pelo IERS com equações da Mecânica Celeste. O modelo descreve a dinâmica do sistema Terra-Lua utilizando uma nova forma para o cálculo para tempo de atraso de resposta de maré Δ).

3.1 Metodologia

Na metodologia empregada nesta pesquisa fez-se uso de valores da velocidade de rotação da Terra para o presente (1623,5-2000,5) com o objetivo de, entre outros, obter uma equação que forneça esta velocidade como função do tempo. Esta equação é utilizada no desenvolvimento de uma expressão para o atraso de resposta de maré, a qual é aplicada a um sistema de equações diferenciais acopladas da Mecânica Celeste, que descrevem as variações da distância Terra-Lua, excentricidade e inclinação da órbita lunar em função do tempo. O sistema foi integrado numericamente em relação ao tempo gerando gráficos, através dos quais foi possível chegar a expressões que fornecem estas grandezas. Os valores para a velocidade de rotação da Terra para o período citado foram obtidos do IERS *Manual Report* (2000).

3.2 Obtenção da Equação $\omega = \omega(t)$

De posse dos valores de velocidade de rotação da Terra fornecidos pelo IERS foram obtidos, através do programa ORIGIN 7.0, que faz uso do Método de Mínimos Quadrados (MMQ), os parâmetros que definem a curva que melhor descreve os dados representativos do fenômeno, que no caso deste estudo foi uma reta, já que o interesse está direcionado a fatores seculares. A equação empírica obtida foi a seguinte (PIMENTA, 2004)

$$\frac{\omega}{\omega_0} = 1 + At \quad (1)$$

onde ω e ω_0 representam as velocidades angulares de rotação da Terra em rad/s num tempo qualquer e no tempo $t_0 = 0$, respectivamente; t é o tempo passado, em segundos. Os parâmetros ajustados são:

$$A = 5.47490779 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1} \text{ e } \omega_0 = 7.29211494 \times 10^{-5} \text{ rad/s.}$$

3.3 Obtenção da Equação $a = a(t)$

A relação entre a perda de momento angular rotacional da Terra devida ao atrito maregráfico da Lua e do Sol e a mudança no momento angular orbital lunar está presente na expressão

$$1,29 - \frac{1}{4,93} \frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{a}{a_0}} + \frac{0,46^2}{13} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{13/2} \quad (2)$$

onde $a_0 = 60,27 R_T$ (unidades de raio terrestre) é o semi-eixo maior da órbita lunar no presente, a é o semi-eixo maior da órbita lunar no passado e a razão do momento angular orbital da Lua para o momento angular de rotação da Terra é 4,93 (DEUBNER, apud WILLIAMS, p. 51, 2000).

Através da combinação das equações 1 e 2 chegou-se a uma equação do 13º grau, a qual, ao ser submetida ao programa MAPLE (trata-se de um ambiente computacional que possibilita a solução de expressões algébricas, dentre outras aplicações), apresentou como solução real um conjunto de valores para a relação

$\frac{a}{a_0}$ correspondente aos dados da razão $\frac{\omega}{\omega_0}$ do ano de 1623 a 2000 fornecidos pelo

IERS. A equação ajustada para esse conjunto de valores foi a seguinte

$$\frac{a}{a_0} = 1 + Bt \quad (3)$$

onde o parâmetro ajustado B vale $-1,54876 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$.

Esta é, portanto, uma expressão que permite conhecer a distância Terra-Lua em qualquer tempo, com a vantagem de ser uma equação que resulta da combinação de dados observacionais e expressões teóricas, e, portanto, mais realista que a dos modelos relatados nos itens anteriores, pois traz embutidas perturbações de toda natureza.

3.4 Expressão para o Atraso de Resposta de Maré

Estabeleceu-se nesta pesquisa uma expressão para o atraso de resposta de maré como função de parâmetros orbitais do sistema Terra-Lua e do tempo, de modo análogo ao que foi feito por Sant'Anna e Afonso em 1998, com a diferença que, neste trabalho o valor de Δt deriva da Eq. 1, e não de observações paleontológicas.

Então, a equação para o atraso de resposta da maré é dada por (SANT'ANNA e AFONSO, 1998).

$$\Delta t = \frac{\dot{\omega}}{F(X, e, i)} \quad (4)$$

sendo $\dot{\omega} = 4,02 \times 10^{-22}$ rad/s² e

$$F(X, e, i) = \frac{M_L \sqrt{GM_T}}{M_T \alpha R_T^{3/2} \cos I} \left[-\bar{T} \bar{i} \operatorname{sen} i + \frac{e \bar{e} \sqrt{X}}{\sqrt{1-e^2}} - \frac{\bar{X} \sqrt{1-e^2}}{2\sqrt{X}} + \frac{\bar{D} \sqrt{X(1-e^2)}}{\cos I} - \frac{\bar{D} T \cos i}{\cos I} \right] \quad (5)$$

onde comparecem as seguintes expressões auxiliares

$$\bar{X} = \frac{24\pi^2 k_2 M_L^2}{M_T \mu P^2 X^7} \left[\frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^6} \left(1 + \frac{15}{2} e^2 + \frac{45}{8} e^4 + \frac{5}{16} e^6 \right) - \frac{1}{(1-e^2)^{15/2}} \left(1 + \frac{31}{2} e^2 + \frac{255}{8} e^4 + \frac{185}{16} e^6 + \frac{25}{64} e^8 \right) \right] \quad (6)$$

$$\bar{i} = - \frac{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \operatorname{sen} i}{M_T^2 P^2 \alpha X^{13/2} (1-e^2)^5} \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8} e^4 \right) \quad (7)$$

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2T^2 \sqrt{X} e \bar{e} \operatorname{sen}^2 i}{\sqrt{1-e^2}} - \frac{T^2 \bar{X} \sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}^2 i}{\sqrt{X}} + 2\bar{i} T^2 \operatorname{sen}^2 i \left[\sqrt{X(1-e^2)} \cos i - T \right] \right\} \div \left(T^2 - 2T \sqrt{X(1-e^2)} \cos i + X(1-e^2) \right)^{3/2} \quad (8)$$

onde

$$X = \frac{a}{R_T}, \quad P = 2\pi \sqrt{\frac{R_T^3}{GM_T}}, \quad T = \frac{L}{M_L \sqrt{GM_T R_T}}, \quad \alpha = \frac{I_P}{M_T R_T^2},$$

$$I_P = \frac{L_T}{\omega}$$

sendo

k_2 - número de Love (LOVE, 1944) de grau 2 G - constante de gravitação universal

M_L - massa da Lua

M_T - massa da Terra

e - excentricidade da órbita lunar

R_T - raio da Terra

I_P - momento principal de inércia da Terra

μ - massa reduzida do sistema Terra-lua

L_T - momento angular de rotação da Terra

L - momento angular total do sistema Terra-Lua

i - inclinação do plano orbital da Lua em relação ao plano inercial

n - movimento angular médio da Lua

I - ângulo entre o plano orbital da Lua e o plano equatorial da Terra

Deste modo, com a utilização da Eq. 1, que advém de observações, contendo implicitamente, portanto, perturbações de toda natureza, culminou-se na Eq. 4 para Δt . Esta expressão é mais realista do que aquelas dos modelos descritos anteriormente, pois, deriva, em parte, de observações.

3.5 Sistema de Equações Diferenciais

Para formação do sistema de equações diferenciais acopladas representativo do modelo ora apresentado tomou-se a Eq. 1, a qual foi normalizada em termos de

R_T e na qual fez-se $X = \frac{a}{R_T}$. Completam o sistema duas equações da Mecânica

Celeste derivadas das equações de Lagrange (SANT'ANNA e AFONSO, 1998). O sistema obtido foi

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \frac{a_o}{R_T} (1 + Bt) \\ \frac{de}{dt} = \frac{12\pi^2 k_2 M_L^2 \Delta t}{M_T \mu P^2 X^8} \left[\frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^5} \left(\frac{11}{2} + \frac{33}{4} e^2 + \frac{11}{16} e^4 \right) - \frac{e}{(1-e^2)^{13/2}} \left(9 + \frac{135}{4} e^2 + \frac{135}{8} e^4 + \frac{45}{64} e^6 \right) \right] \\ \frac{di}{dt} = - \frac{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \Delta t \operatorname{sen} I}{M_T^2 P^2 \alpha X^{13/2} (1-e^2)^5} \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8} e^4 \right) \end{array} \right.$$

A Eq. 4 para atraso de resposta de maré foi aplicada ao sistema anterior e a integração gerou conjuntos de valores para as grandezas (X), (e) e (i).

A vantagem da introdução da equação semi-empírica neste sistema é que ela traz embutidas todas as influências externas, tais como, fatores relativísticos, perturbações de todos os corpos "próximos" (Sol, planetas, meteoritos e outros),

atrito com poeira cósmica, radiações, e outras ainda não modeladas, já que deriva, em parte, de observações, reproduzindo melhor a realidade que os modelos comentados anteriormente.

O sistema de equações foi integrado pelo método Runge-Kutta de quarta ordem com passo de integração constante de 1Ma, com as seguintes condições iniciais:

Excentricidade atual da órbita da Lua: $e = 0,0549$.

Distância Terra-Lua: $X = 60,27$.

Inclinação da órbita lunar: $i = 0,0695$ rad.

Dos conjuntos de valores gerados por essas integrações para (X) , (e) e (i) foram obtidas as equações representativas das curvas que descrevem essas grandezas (PIMENTA, 2004)

$$X = 60,27 + 0,003 t$$

$$e = 0,055 + 9,868 \times 10^{-6} t + 6,028 \times 10^{-10} t^2$$

$$i = 0,069 - 8,469 \times 10^{-6} t$$

4. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

Na Tabela 1 são apresentados os resultados para a velocidade de rotação da Terra (ω), para a distância Terra-Lua (a) e para as razões ω/ω_0 e a/a_0 obtidos no modelo proposto por PIMENTA (2004), valores estes que aparecem nas linhas (A). Nas linhas (B) pode-se observar o conjunto de valores obtidos nas pesquisas de WILLIAMS (2000) com o uso das técnicas derivadas da sedimentologia, conforme foi exposto anteriormente. Os valores que comparecem nas linhas (C) são derivados dos resultados do modelo desenvolvido por SANT'ANNA e AFONSO (1998) e, por fim, nas linhas (D) são apresentados os valores decorrentes do modelo de MIGNARD (1979, 1980). É importante observar que as três primeiras épocas (620, 900 e 2450 Ma) foram escolhidas para comparação com os resultados de Williams, sendo que é dada ênfase à época de 620 Ma (em negrito), por ser aquela para a qual este pesquisador deposita mais confiança. O valor de 4500 Ma foi utilizado para uma extrapolação, por ser o valor aceito atualmente para o surgimento do sistema Terra-Lua.

Está claramente demonstrado, quando da observação das linhas (A) e (B) na Tabela 1 que os resultados obtidos na presente pesquisa localizam-se dentro da faixa de valores encontrados por Williams através de suas pesquisas baseadas na sedimentação maregráfica.

Tabela 1 - Comparação entre os valores para (ω), (a), (a/a_0), (ω/ω_0), obtidos neste trabalho (A), WILLIAMS (B), SANT'ANNA e AFONSO (C) e MIGNARD (D).

t (Ma)	modelo	ω (10^{-5} rad/s)	a (R_T)	ω/ω_0	a/a ₀
620	A	8,08	58,47	1,109	0.970
	B	7,99	$58,40 \pm 1,02$ ⁽¹⁾	1,095	$0.969 \pm 0,017$ ⁽¹⁾
			$58,16 \pm 0,30$ ⁽²⁾		$0.965 \pm 0,050$ ⁽²⁾
			$58,34 \pm 0,42$ ⁽³⁾		$0.968 \pm 0,070$ ⁽³⁾
	C	6,61	57,29	0,906	0.950
D	-	56,64	-	0.940	
900	A	8,43	57,61	1,156	0.956
	B	8,41	$55,90 \pm 0,70$	1,153	0.927
	C	6,97	55,86	0.956	0.927
	D	-	54,16	-	0.899
	2450	A	10,38	53,03	1,42
B		9,79	$53,25 \pm 3,3$	1,34	$0.906 \pm 0,029$
C		9,36	46,90	1,28	0.778
D		-	10 ⁽⁴⁾	-	-
4500		A	12,96	47,01	1,78
	B	-	-	-	-
	C	13,82	32,01	1,90	0.536
	D	-	-	-	-

⁽¹⁾ calculado através do período nodal lunar.

⁽²⁾ calculado usando os meses siderais/ano.

⁽³⁾ Calculado usando os dias siderais/ano.

⁽⁴⁾ Para 1543,07 Ma

Observando as linhas (C), que trazem os resultados decorrentes do modelo de Sant'Anna e Afonso, percebe-se que os mesmos se apresentam abaixo da faixa de valores das linhas (B). Por fim, ao se focalizar a atenção nas linhas (D) observa-se que os valores distanciam-se daqueles das linhas (B). É bom observar na linha (D) que o valor de $10 R_T$ assinalado refere-se à época passada de 1543,07 Ma, porque o modelo de Mignard colapsa em torno deste valor, colocando a Lua, a partir daí, a distâncias em relação à Terra que poderiam ter efeitos catastróficos para os dois corpos.

A integração foi realizada para o passado até 4500 Ma por ser aproximadamente a idade aceita para o sistema Terra-Lua, de modo que é

interessante ressaltar o valor da velocidade de rotação da Terra encontrado para esta época por Pimenta (2004), e que foi de $12,96 \times 10^{-5}$ rad/s. Como já comentado anteriormente, infelizmente não se tem até agora, para esta época longínqua, registros no planeta que possam fornecer subsídios para obtenção de dados referentes aos fenômenos em questão.

Desse modo, a Tabela 1 mostra que houve uma melhora gradativa nos modelos desenvolvidos com o objetivo de retratar a dinâmica do sistema Terra-Lua, sendo que o modelo de Mignard (D) foi melhorado por Sant'Anna e Afonso (C), os quais foram aprimorados por Pimenta (B), sendo este compatível com o modelo apresentado por Williams (A).

Tabela 2 - Comparação entre os valores para (X), (e) e (i).

t (Ma)	modelos	X (R_T)	e	i ($^\circ$)
620	A	58,44	0,0489	4,274
	B	$58,34 \pm 0,42$	-	-
	C	57,29	0,0438	4,314
	D	56,64	0,0425	4,383
900	A	57,62	0,0463	4,406
	B	$55,90 \pm 0,70$	-	-
	C	55,86	0,0410	4,469
	D	54,16	0,0378	4,664
2450	A	53,05	0,0342	5,094
	B	$53,25 \pm 3,3$	-	-
	C	46,90	0,0258	5,512
	D	-	-	-
4500	A	47,01	0,0224	6,165
	B	-	-	-
	C	32,31	0,0096	7,529
	D	-	-	-

Constata-se na Tabela 2 que nos modelos aqui discutidos, a excentricidade e a inclinação apresentam comportamentos semelhantes, isto é, a excentricidade da órbita lunar diminui, conforme se avança para o passado, e a inclinação da órbita aumenta. Os resultados pra a distância Terra-Lua já foram discutidos na Tabela 1.

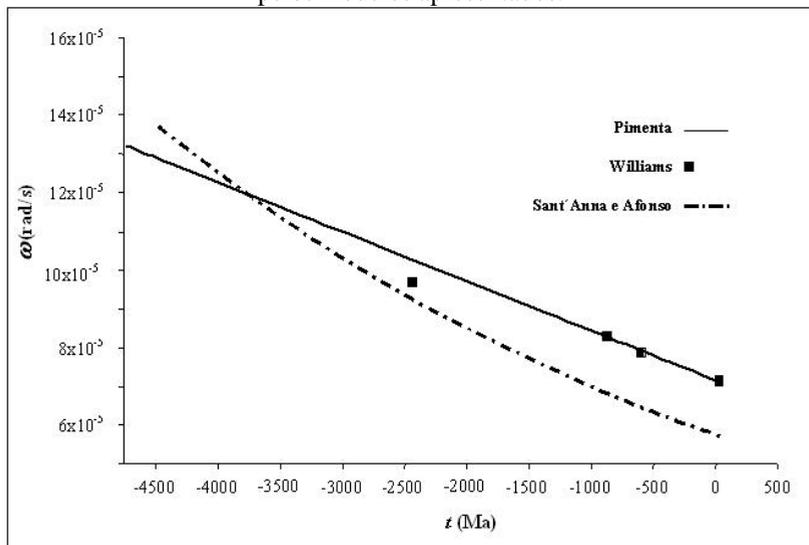
5. COMPARAÇÕES ENTRE OS MODELOS APRESENTADOS

São apresentadas nesta seção comparações entre os valores obtidos a partir dos modelos discutidos anteriormente.

5.1 Análise dos Resultados para a Velocidade de Rotação da Terra

Na Figura 1 apresenta-se uma comparação entre os resultados para os valores de rotação da Terra encontrados neste trabalho (curva cheia), os do modelo de SANT'ANNA e AFONSO (1998) (curva traço-ponto) e os dados observacionais de WILLIAMS (2000) (quadrados).

Figura 1 - Comparação entre os valores para velocidade de rotação da terra obtidos pelos modelos apresentados.



É importante que seja ressaltado, quando se observa esta figura, o que já foi mostrado na Tabela 1 que, para a época atual tem-se como resultado do modelo de PIMENTA (2004) para a velocidade de rotação da Terra o valor de $7,2921149 \times 10^{-5}$ rad/s e para SANT'ANNA e AFONSO (1998), o valor $5,878170 \times 10^{-5}$ rad/s. Verifica-se, deste modo, a visível melhora obtida pelo modelo proposto por PIMENTA (2004) em relação ao valor fornecido pelo IERS, que é $7,2921151 \times 10^{-5}$ rad/s.

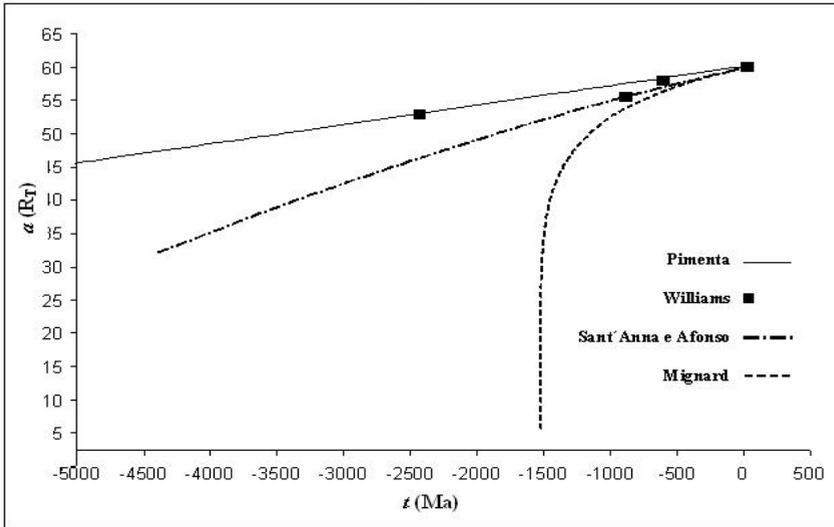
Constata-se ainda que, para 620 Ma o resultado para o trabalho de PIMENTA (2004) foi $8,07 \times 10^{-5}$ rad/s e para SANT'ANNA e AFONSO (1998) foi $6,61 \times 10^{-5}$ rad/s, reforçando-se aqui o que já foi constatado quando da observação da Tabela 1 quanto à proximidade do valor obtido para a velocidade de rotação da Terra por PIMENTA (2004) e o apresentado por WILLIAMS (2000) para a mesma época, que é de $7,99 \times 10^{-5}$ rad/s.

5.2 Análise dos Resultados para a Distância Terra - Lua

A Figura 2 mostra a comparação entre os resultados para a distância Terra-Lua dos modelos de SANT'ANNA e AFONSO (1998) (curva traço-ponto), modelo de

MIGNARD (1979, 1980) (curva tracejada), do modelo de PIMENTA (2004) (curva cheia) e os quadrados representando os valores obtidos por WILLIAMS (2000).

Figura 2 - Comparação entre os valores para distância terra-lua obtidos pelos modelos apresentados.



Fica evidente o colapso que ocorre em torno de 1600 Ma quando um valor constante para Δt é aplicado, conforme o modelo de (MIGNARD, 1979). Constata-se também a concordância entre os valores para 620 e 2450 Ma obtidos por (WILLIAMS, 2000) e (PIMENTA, 2004). Com relação ao valor para 900 Ma, que está fora da curva cheia, Williams afirma haver dúvidas acerca desse resultado em suas pesquisas, sendo necessária a observação de mais sítios de sedimentação para que se obtenha mais precisão no valor para essa época.

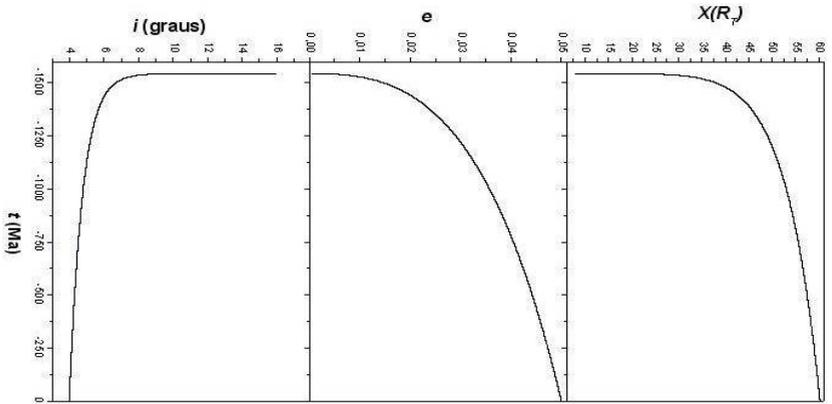
5.2 Análise dos Resultados para Distância Terra-Lua, Excentricidade e Inclinação

O conjunto de Figuras 3 apresenta no eixo das ordenadas as grandezas, distância Terra-Lua (X), excentricidade (e) e inclinação (i) e, no eixo das abcissas, o tempo.

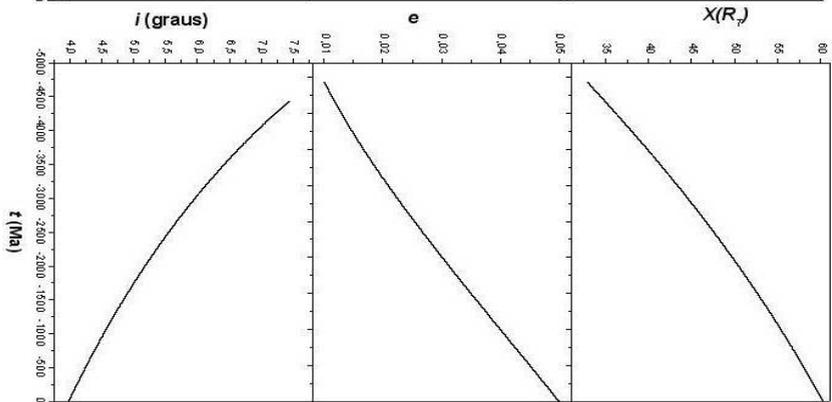
Primeiramente são apresentadas as figuras que correspondem à dinâmica do sistema Terra-Lua com um atraso de resposta constante (Figuras 3.1), em seguida aquelas que representam resultados que advêm de um valor variável para Δt , de acordo com SANT'ANNA e AFONSO (1998) (Figuras 3.2) e, na seqüência, as figuras que representam os conjuntos de valores obtidos a partir das integrações realizadas por PIMENTA (2004) (Figuras 3.3).

Figuras 3 - Comparação entre os valores para (X), (e) e (i) obtidos por PIMENTA com os resultados de MIGNARD e de SANT'ANNA e AFONSO.

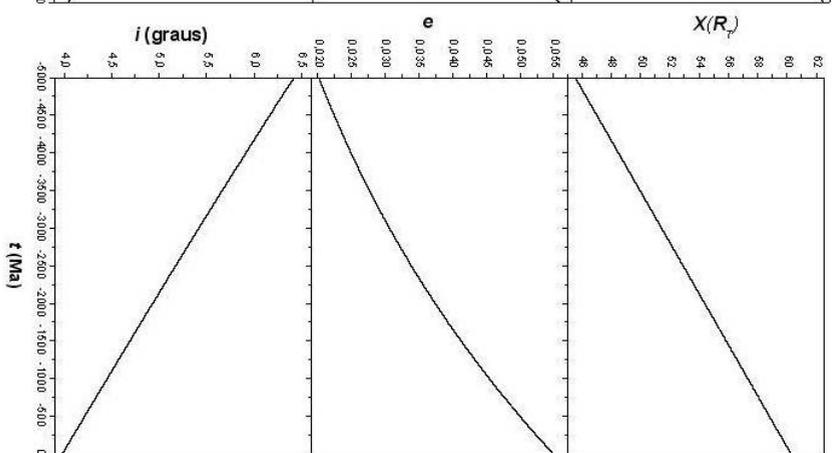
3.1



3.2



3.3



As conclusões tiradas a partir dessas figuras podem ser resumidas como segue: quando se considera um atraso de resposta Δt constante, conforme o formalismo de (MIGNARD, 1979), a integração conduz para um ponto de máxima aproximação em torno 1600 Ma no passado, enquanto que, se for considerado um valor de Δt variável, conforme (SANT'ANNA e AFONSO, 1998), tem-se uma escala de tempo consideravelmente maior. O ponto de máxima aproximação fica em torno de 6,6 bilhões de anos.

A hipótese de um Δt variável, mesmo baseada em observações paleontológicas é mais compatível com as modernas teorias sobre a formação do sistema Terra-Lua do que a que considera um Δt constante. Isto se deve ao fato de Δt diminuir para o passado, como demonstrado por SANT'ANNA e AFONSO (1998) e PIMENTA (2004).

Deve-se observar nesses gráficos que a distância planeta-satélite cresce para o presente, o mesmo acontecendo com a excentricidade. Já, a inclinação, decresce quando se avança para a época atual.

6. DISCUSSÕES E CONCLUSÃO

O estudo da evolução dinâmica do sistema Terra-Lua apresentado neste artigo, como resultado da pesquisa realizada por PIMENTA (2004), permitiu a elaboração de várias considerações relacionadas ao assunto, as quais são descritas na seqüência.

Conforme os objetivos propostos, foram obtidas as equações $\omega=\omega(t)$ e $a=a(t)$ que fornecem a velocidade angular de rotação da Terra e a distância Terra-Lua em função do tempo. A equação empírica $\omega=\omega(t)$ respondeu muito bem quando nela foram aplicados os tempos referentes ao passado de 620 Ma, pois o valor encontrado para a velocidade de rotação da Terra ($8,07 \times 10^{-5}$ rad/s) mostrou-se concordante com os resultados que advêm das pesquisas baseadas em sedimentação maregráfica ($7,99 \times 10^{-5}$ rad/s). O mesmo ocorreu para o valor da distância Terra-Lua ($58,46 R_T$), que caiu dentro do intervalo de resultados obtidos através de pesquisas realizadas por geólogos que utilizam os registros existentes no planeta ($58,40 \pm 1,02$; $58,16 \pm 0,30$ e $58,34 \pm 0,42 R_T$).

A metodologia utilizada neste trabalho, que fez uso de dados “recentes” para a velocidade de rotação da Terra aliada a equações da Mecânica Celeste revelou-se objetiva e eficaz quando se fez a extrapolação para o passado geológico, já que, reproduziu com grande aproximação valores encontrados por pesquisadores que utilizaram métodos e técnicas de áreas diversas.

Os resultados para o valor da distância Terra-Lua colocam o satélite natural a uma distância “confortável” em relação ao planeta na época do surgimento do sistema, ao contrário de outros modelos que situam a Lua, neste tempo geológico, num ponto muito perto da Terra, com conseqüências catastróficas para os dois corpos.

As comparações realizadas mostraram que houve uma evolução no desenvolvimento dos modelos, ficando evidente que o modelo desenvolvido por PIMENTA (2004) apresenta resultados mais confiáveis. Acredita-se, desse modo, que este modelo constitui um avanço no que diz respeito à investigação dos fenômenos em questão.

O modelo proposto por PIMENTA (2004) pode ser aprimorado à medida que a ele sejam incorporados dados atualizados acerca do fenômeno. Novas comparações poderão ser realizadas na medida em que se tenham disponíveis medidas mais confiáveis relativas ao passado geológico da Terra, providas de pesquisas realizadas dentro de outras áreas da ciência.

É interessante ressaltar também que o assunto não se esgota aqui, pois fica aberto um amplo leque de possibilidades para continuidade deste estudo e, para tanto, são apontados alguns direcionamentos para futuros trabalhos, como segue: a partir dos resultados aqui apresentados é possível calcular outras grandezas para o passado do sistema Terra-Lua, tais como, a energia de rotação perdida pela Terra e conseqüentemente aquela ganha pela Lua, variações no momento de inércia do planeta, momento angular dos dois corpos, entre outras; integração de outras equações referentes ao sistema Terra-Lua, como aquelas que fornecem a taxa de variação temporal da inclinação e obliquidade da órbita lunar em relação à eclíptica; como a qualidade dos registros paleontológicos declina abruptamente quando examinam-se registros do passado para além do pré-cambriano, seria interessante um intercâmbio de informações entre os que investigam esse fenômeno, sejam eles físicos, geólogos ou geofísicos, visto que o presente trabalho fornece novos valores para estas épocas.

Demonstrou-se também que o fenômeno da desaceleração da Terra e afastamento da órbita lunar são assuntos que despertam a atenção de pesquisadores de diversas áreas do conhecimento humano, tornando-se deste modo, um problema de caráter multidisciplinar que, apesar das exaustivas pesquisas em torno da questão, constitui-se ainda em um dos maiores desafios da ciência.

Segundo HIDE e DICKEY, 1991 “futuros avanços em pesquisa na interpretação das flutuações da rotação da Terra são inseparáveis do progresso na direção de um melhor entendimento da estrutura e dinâmica de todas as partes da planeta”. Desse modo, há também uma contribuição deste trabalho no que diz respeito a este ponto, pois, com o trabalho ora apresentado foi dada uma melhor representação, para qualquer tempo, do sistema Terra-Lua.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DEUBNER, F. L. J. *Geol. Soc. London*, n. 147, p. 1083, 1990.

GOLDREICH, P. *Tides and Earth-Moon system. Scientific American*, v. 226, n. 4, p. 42-52, 1972.

- HALLEY, E. Some account of the ancient state of the city of palmyra, with short remarks upon the incriptions found there. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, v. 19, p. 160-175, 1695.
- HYDE, R.; DICKEY J. O. *Earth's variable rotation*. *Science*, v. 253, p. 629-637, 1991.
- INTERNATIONAL EARTH ROTATION SERVICE - ANNUAL REPORT. Paris, Observatoire de Paris, Central Bureau of IERS, 2000.
- LAMBECK, K. *The Earth's variable rotation: geophysical causes and consequences*. New York, Cambridge University Press, 1980.
- LOVE, A. E. H. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. New York, Dover, 1944.
- MIGNARD, F. The evolution of the lunar orbit revisited I. *The Moon. and the Planets*, v. 20, p. 301-315, 1979.
- MIGNARD, F. *Les phénomènes de marées dans l'évolution des systèmes planètes-satellites*. Doctor thesis. Univ. Paris VI, France.
- PIMENTA, A. F. *Evolução dinâmica do sistema Terra-Lua: um modelo semi-empírico*. Paraná, 2004. Tese (Doutorado em Geodésia). Departamento de Física. Universidade Federal do Paraná, Brasil
- SANT'ANNA, A. S.; AFONSO, G. B. On the tidal time delay of the Earth. *Brazilian Journal of Geophysics*, v. 16, n. 1, 1998.
- WILLIAMS, G. E. Geological constraints on the precambrian history of Earth's rotation and the Moon's orbit. *Reviews of Geophysics*, v. 38, n. 1, p. 37-59, 2000.

(Recebido em Janeiro de 2009. Aceito em agosto de 2009.)