

# AVALIAÇÃO QUANTITATIVA DA GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA

*Quantitative evaluation of cartographic generalization*

DEISE REGINA LAZZAROTTO  
CLAUDIA ROBBI SLUTER  
QUINTINO DALMOLIN

Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas – Setor de Ciências da Terra da  
UFPR – Curitiba – Caixa Postal 19001 – CEP 81.531.990  
drlazzarotto@ig.com.br; robbi@ufpr.br; qdalmolin@ufpr.br

## RESUMO

Esse trabalho descreve uma metodologia para avaliar a redução do número de feições decorrentes dos processos de generalização cartográfica. A generalização cartográfica está presente em qualquer atividade de mapeamento porque sempre se representa parte da Terra em áreas menores, como um pedaço de papel ou uma tela de computador. A generalização cartográfica é ainda necessária na produção de mapas a partir de outros confeccionados em escalas maiores. Portanto, a importância deste assunto é facilmente reconhecida. A metodologia apresentada neste trabalho pode ser aplicada tanto na redução de mapas derivados de outros em escalas maiores como nas atividades de mapeamento básico. Um único critério é estabelecido para quantificar a redução numérica das diversas feições mapeadas. O nível de generalização é definido como um Indicador de Generalização Cartográfica que resulta da interseção fuzzy de outros dois Indicadores: o de Generalização Planimétrica, e o de Generalização Altimétrica. O critério utilizado para quantificar estes Indicadores é baseado na relação numérica entre as escalas dos mapas envolvidos. Os Indicadores são processados pelo Sistema de Inferência Fuzzy por considerar as incertezas presentes na classificação das grandezas envolvidas. O resultado obtido pelo Sistema de Inferência Fuzzy é baseado em um índice numérico sobre o qual o Indicador é classificado em uma destas cinco classes: Muito grande, Grande, Média, Pequena e Muito pequena. A classificação resultante para o Indicador de Generalização Cartográfica pode ser transformada em um valor numérico através de uma operação de defuzzificação, e este valor numérico é, então, utilizado na avaliação quantitativa da generalização cartográfica.

**Palavras chaves:** Avaliação quantitativa; Generalização cartográfica; Lógica Fuzzy.

### ABSTRACT

This paper describes a methodology for evaluating the reduction of the number of features as a consequence of a map generalization process. Map generalization is present in any mapping activity because we always represent part of the Earth on a limited and smaller area, like a piece of paper or a computer screen. Map generalization is also a necessary task when we generate maps from maps on larger scales. Therefore the importance of this subject is well recognized by the cartographic community. The methodology presented in this paper can be applied either for derived mapping (map scale reduction) or basic mapping. In order to quantify the features reduction a basic unit for every feature is established. The level of generalization is defined as a Map Generalization Indicator which is a result of the fuzzy intersection of two others Indicators, that is, Planimetric Generalization and Altimetric Generalization. The criterion used for quantifying those Indicators is based on numerical relation between the map scales. The Indicators are processed by a Fuzzy Inference System based on the uncertainties present in the classification of the involved greatnesses. The result from the Fuzzy Inference System is a numerical index based on which the Indicators are evaluated as one of those five classes: Very great, Great, Average, Small and Very small. In order to quantify the Map Generalization Indicator the resulted class can be transformed into a numerical value by a defuzzify operation. The numerical value is considered a quantitative evaluation of the map generalization.

**Key words:** Quantitative evaluation; Map generalization; Fuzzy Logic.

## 1. INTRODUÇÃO

A generalização cartográfica é uma das atividades que se faz presente em qualquer projeto cartográfico devido à impossibilidade de se representar a totalidade de unidades de cada feição física existentes no meio natural para o meio artificial em escala menor. Sendo necessária uma classificação e o estabelecimento de critérios sobre as unidades de feições a serem representadas em um mapeamento, esforços científicos de grande significância têm sido voltados à questão da generalização cartográfica. Entenda-se aqui, por ‘feição física’, ou, simplesmente, ‘feição’ a classe de elementos da superfície terrestre que possui a mesma identidade funcional, ou que se caracteriza sob um mesmo atributo nominal, como ‘edificações’, ‘arruamentos’, ‘quadras’, ‘postes’, ‘árvores’, etc. E cada feição física é composta por ‘unidades’ ou elementos unitários identificados com o mesmo atributo nominal, ou seja, cada árvore individualmente é uma unidade da feição denominada ‘árvores’. Neste trabalho apresenta-se uma metodologia para classificar e avaliar quantitativamente o total de unidades de feição representadas no

documento cartográfico relativamente à sua escala, e tem como objetivo ser uma ferramenta de avaliação relacionada à generalização cartográfica.

ROBISON et al. (1995) descrevem a generalização cartográfica como um conjunto de modificações aplicadas nos dados, de forma a torná-los legíveis eliminando os problemas decorrentes da redução de escala. Porém, a representação das feições é alterada não somente em decorrência da mudança de escala, mas também, do objetivo e domínio temático do mapa, e ainda, da relevância da informação.

Autores como ROBINSON et al (1995) e DENT (1985), dentre outros, afirmam que generalização cartográfica é um processo operacional onde são utilizadas ferramentas de manipulação semântica e geométrica, com o objetivo de gerar modelos mais abrangentes ou com um diferente enfoque temático a partir de modelos mais completos.

Segundo MIL-HDBK-850 (1994), generalização envolve agregação, aglomeração (combinação), seleção, eliminação de resolução das feições, classificação, suavização, amostragem, simplificação, exagero, substituição, comparação de variáveis, redução do nível de medida, troca de dimensão e simbolização.

Seleção é o processo eletivo das unidades de feição do terreno que deverão ser representadas no mapa de acordo com os objetivos do mapeamento. A simplificação consiste em reduzir detalhes das unidades de feição ou de seus agrupamentos, por exemplo, edificações próximas podem ser representadas por um único polígono sem informar a individualidade destas unidades. Na simbolização, o exagero e deslocamento são efeitos frequentes. O exagero ocorre no tamanho das unidades de feição segundo a importância destas no contexto do mapa. Por exemplo, a representação de pontos turísticos como igrejas, parques, teatros etc, podem ser feitas por símbolos cujo tamanho não corresponde com a real dimensão da unidade representada, mas, devido sua importância no contexto do mapa, o tamanho do símbolo correspondente á estas feições ocorre de forma exagerada. A necessidade de deslocamento entre duas feições próximas que se unem ou que se sobrepõem após a redução da escala, deve ocorrer de modo suficiente para permanecerem distinguíveis visualmente. Neste caso, os símbolos não representam as localizações absolutas, mas sim o posicionamento relativo entre elas. Outro exemplo de deslocamento ocorre na representação de duas vias adjacentes, que devido à proximidade entre elas e a escala do mapa, a representação distinta de cada uma delas é impossibilitada. Neste caso efetua-se o deslocamento destas feições de modo que sejam representadas distintamente. Contudo, o valor informativo e o equilíbrio entre as feições generalizadas devem ser preservados (KEATES, 1973). Informações complementares sobre os operadores da generalização cartográfica são encontradas nas seguintes referências: MIL-HDBK-850 (1994), ROBINSON et al. (1995) e KEATES, (1973).

Segundo LAZZAROTTO, et al. (2005), a idéia de se quantificar criteriosamente amplia as possibilidades de domínio e controle. Para ilustrar esta informação é oportuno citar o fato de que desde há muito tempo o homem já conhecia a sensação de calor e frio, porém, somente após o estabelecimento de critérios para se quantificar a temperatura é que se possibilitou ter domínio sobre esta questão (TRZESNIAK, 1998). Dentre os aspectos considerados na generalização cartográfica a quantidade de unidades de feição a ser representada é uma característica relevante às intenções de padronização e automatização de processos.

Segundo o propósito de uso do mapeamento determina-se a classificação das feições representadas e a conseqüente definição dos níveis de informação (NI), os quais podem ser classificados em principais e secundários. Para o estabelecimento de indicadores quantitativos à generalização cartográfica, adotou-se como critério considerar a quantidade das unidades de feição representadas em cada um dos principais níveis de informação (NI). Observa-se que a generalização cartográfica é principalmente função da escala e do propósito de uso do mapa. Com base nestes aspectos é que se estabelecem indicadores quantitativos visando a avaliação da generalização cartográfica.

Portanto, na redução de escalas, quer seja entre documentos cartográficos ou entre o ambiente natural e o respectivo mapeamento, a quantidade de unidades de cada feição a ser representada segue o mesmo critério de classificação. Para estabelecer esta classificação são utilizados parâmetros diferentes na análise quantitativa das feições planimétricas e altimétricas. Com isto, estabelecem-se indicadores distintos, denominados de 'Indicador da Generalização Planimétrica (IGP)', e 'Indicador da Generalização Altimétrica (IGA)'. Com a interseção destes dois indicadores obtém-se, então, o 'Indicador da Generalização Cartográfica (IGC)'.

Neste contexto, o nível de generalização cartográfica pode ser calculado pela relação entre a quantidade de unidades de feição representada no documento cartográfico proveniente da generalização e a quantidade de unidades desta mesma feição representada no documento de origem, ou no terreno se for o caso. Este conceito se desenvolve nos itens que se seguem.

## **2. CONSIDERAÇÕES SOBRE A LÓGICA FUZZY**

As dificuldades, ou até mesmo a impossibilidade, de se obter todas as informações e de equacionar a realidade imprecisa do mundo, levou alguns cientistas a propor lógicas alternativas que seriam propícias à representação daquelas situações particulares. Uma destas proposições é a 'Lógica Fuzzy' (AZEVEDO et al., 2000).

A lógica Fuzzy, ou nebulosa, introduzida por Lotfi A. Zadeh em 1965, é adequada ao tratamento de se equacionar a realidade de incertezas existentes no mundo. A

classificação dos fenômenos possui uma área de sobreposição onde se considera a pertinência dos elementos a dois conjuntos simultaneamente. A principal característica da lógica Fuzzy é que, ao contrário do que facilmente se pode pensar, não se trabalha com probabilidades, mas sim com possibilidades de que as afirmações sejam corretas. Ao contrário da lógica Booleana, que considera apenas dois resultados, verdadeiro (V) ou falso (F); zero (0) ou um (1), a lógica Fuzzy trabalha com a verdade parcial, ou seja, a possibilidade de um mesmo elemento ter diferentes graus, variando de zero a um  $[0 \text{ a } 1]$ , relativos à pertinência do elemento a determinados conjuntos. Sendo que no intervalo  $[0 \text{ a } 1]$  os maiores valores indicam maior grau de pertinência ao conjunto considerado. Assim, essa função (*membership*) é chamada ‘função de pertinência’, e o conjunto Fuzzy é definido por ela pela seguinte consideração: sendo  $U$  um conjunto universo, então a função de pertinência  $\mu_A$ , pela qual um conjunto Fuzzy  $A$  é usualmente definido, tem a seguinte forma (ORTEGA, 2001):

$$\mu_A(x) : U \rightarrow [0, 1] \quad (1)$$

Um conjunto Fuzzy  $A$  em um conjunto universo  $U$  é um conjunto de pares ordenados de um elemento genérico  $x$  e seu grau de pertinência  $\mu_A(x)$ , da forma:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in U\} \quad (2)$$

O Sistema de Inferência Fuzzy (SIF) é o processo de formulação de mapeamento de uma dada entrada para uma saída usando lógica Fuzzy. Esse mapeamento providencia as bases nas quais as decisões podem ser feitas, ou padrões podem ser definidos. O processo de inferência Fuzzy envolve: função de pertinência, operadores da lógica Fuzzy e as bases de regras *IF-THEN*. O tipo de SIF mais utilizado em metodologia Fuzzy é o tipo Mamdani. O SIF do tipo Mamdani espera que a função de pertinência resultante seja um conjunto Fuzzy. Assim, após o processo de agregação entre os conjuntos Fuzzy das variáveis de entrada, haverá um conjunto Fuzzy para a variável de saída que, normalmente, necessita de defuzzificador, ou seja, de um valor numérico representativo do conjunto resultante, quer seja para a realimentação do sistema ou para a conveniência de interpretação. No método Mamdani o defuzzificador é o centróide de uma função bi-dimensional.

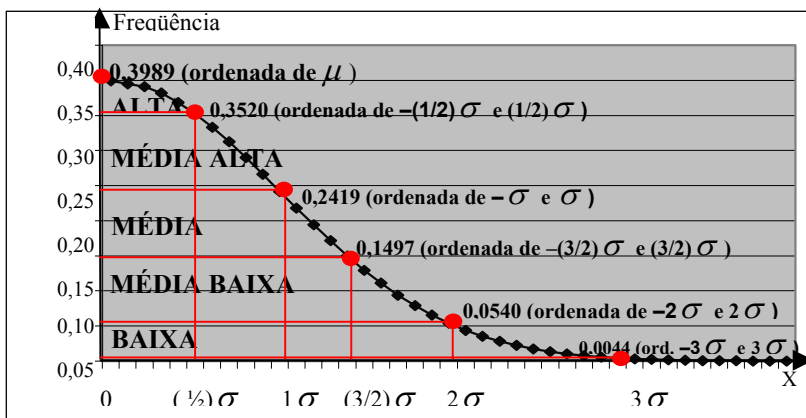
### 3. DETERMINAÇÃO DOS INTERVALOS DE CLASSE

O processamento do Sistema de Inferência Fuzzy está baseado em operações entre conjuntos Fuzzy. Assim, é necessário estabelecer conjuntos de classificação aos elementos envolvidos na determinação dos indicadores de generalização

cartográfica, aqui propostos. Optou-se por considerar cinco classes julgando serem suficientes ao tratamento das incertezas de classificação envolvidas nos indicadores propostos. Isto é, além das duas classes extremas e uma média, mais duas classes intermediárias, posicionadas entre as classes extremas e a classe média, são propostas.

Segundo SIMLEY (2001), a utilização da teoria da ‘Distribuição Normal’ é amplamente utilizada no controle de qualidade de produtos manufaturados como também na Cartografia. Com base nesta informação e sendo que a presente proposta refere-se à uma metodologia de avaliação e controle de qualidade em dados cartográficos, ainda que isento de qualquer caráter estatístico, optou-se por determinar os intervalos de classificação baseando-se em valores extraídos da curva normal. Este critério não submete os dados a um tratamento estatístico, mas assumi uma relação com o comportamento normal e devido a isto, utiliza-se desta teoria de distribuição para definir os intervalos de classificação meramente numéricos. Os intervalos de valores de frequência, obtidos pela função de distribuição normal (eq. 1), são associados aos intervalos dos conjuntos de classificação. Assim, as regiões de mais alta frequência da curva normal são associadas com as classes altas. E baseando-se em valores múltiplos e sub-múltiplos de *sigma* ( $0$ ;  $(1/2)\sigma$ ;  $1\sigma$ ;  $(3/2)\sigma$ ;  $2\sigma$ ) definiu-se cinco intervalos para definir cinco classes como: MUITO PEQUENA (MP), PEQUENA (PE), MÉDIA (ME), GRANDE (GR) e MUITO GRANDE (MG), ilustradas na Figura 1.

Figura 1- Definição do intervalo de classes em função dos valores de  $\sigma$  da curva teórica da distribuição normal.



A Figura 1 ilustra a curva teórica da distribuição normal no intervalo da média ( $\mu$ ) até  $3\sigma$ . Adotando-se a função de distribuição normal dada pela equação (3) (MONTGOMERY, 2004, p.40),

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

(3)

onde:  $\mu$  = média do intervalo  $[-3\sigma \ 3\sigma]$  e  $\sigma$  = desvio padrão, determinam-se as frequências na curva normal para os seguintes pontos:  $0, (1/2)\sigma, 1\sigma, (3/2)\sigma, 2\sigma$ , e  $3\sigma$  no intervalo  $[\mu + 3\sigma]$ . Estes pontos, pela equação 3, respectivamente, possuem valores de frequência: 0,3989; 0,3520; 0,2419; 0,1497; 0,0540; 0,0044. Estes valores de frequência normalizados para o intervalo  $[0 \text{ à } 1]$ , correspondem aos valores: 1; 0,88; 0,61; 0,37; 0,13; 0,0; que são adotadas para definirem o centro de cada uma das cinco classes estabelecidas.

Os conjuntos Fuzzy são definidos por funções de pertinência cujos valores atuam no intervalo  $[0, 1]$ . As funções de pertinência mais utilizadas são as lineares e gaussianas (ORTEGA, 2001, p.21), porém, neste caso, as funções adotadas, são as lineares do tipo triangular e trapezoidal, por serem as mais frequentemente utilizadas por sua simplicidades e eficiência. A construção dos conjuntos Fuzzy, aqui considerados, está relacionada apenas com a definição dos intervalos, já determinados anteriormente, e do núcleo de cada conjunto, ou seja, o ponto com o mais alto valor de pertinência, conforme ilustra a Figura 2, e se apresentam, na Tabela 1, as respectivas definições dos intervalos de domínio, largura e núcleo de cada conjunto Fuzzy.

Figura 2 – Sistema de Conjuntos Fuzzy para um Elemento Genérico X

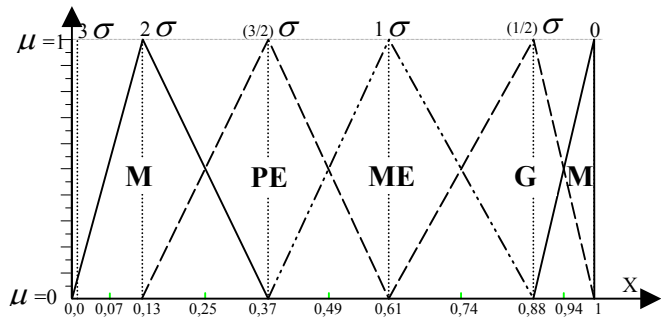


Tabela 1- Definição dos Conjuntos Fuzzy

Conjunto	Intervalo de domínio	Largura	Núcleo
MP	0,00 – 0,37	0,07 – 0,25	0,13
PE	0,13 – 0,61	0,25 – 0,49	0,37
ME	0,37 – 0,88	0,49 – 0,74	0,61
GR	0,61 – 1,00	0,74 – 0,94	0,88
MG	0,88 – 1,00	0,94 – 1,00	1,00

#### 4. INDICADOR DE GENERALIZAÇÃO PLANIMÉTRICA (IGP)

O Indicador de Generalização Planimétrica (IGP) considera a generalização efetuada nas feições planimétricas. Embora o processo de generalização requirite grande habilidade da mente humana em como representar as feições cartográficas, padrões quantitativos sempre serão convenientes para auxiliar as atividades de tomada de decisão. Assim, uma possibilidade é utilizar a relação entre as escalas para se estabelecer os critérios quantitativos da generalização cartográfica. Por exemplo: na generalização de um documento cartográfico em escala 1:5.000, tendo sido originado de um documento em escala 1:1.000, há um fator de redução de escala igual a 0,2, obtido da relação entre as escala 1:1.000 e 1:5.000. Partindo-se deste raciocínio, algumas convenções são estabelecidas a seguir:

a) **Eo** – denominador da escala origem;

b) **Ed** – denominador da escala derivada (destino);

c) **Xo** - quantidade de unidades de feição representada na escala origem;

d) **Xd** - quantidade de unidades de feição representada na escala de destino (do documento generalizado);

e) **Fr = Eo/Ed** (4)

fator de redução de escalas, dado pela relação entre o denominador da escala origem e o denominador da escala derivada, ou seja, do documento generalizado;

f) **Fr<sub>r</sub> = Xd/Xo** (5)

fator de redução (real) de unidades de feição representadas no documento derivado e no documento origem.

Com isto, para se obter a quantidade de unidades de feição a ser representada no documento generalizado, efetua-se o produto entre a quantidade de unidades de feição representada no documento de origem (Xo) e o fator de redução de escalas (Fr). Esta operação determina um número que equivale à mesma densidade de unidades de feição representadas no documento original. Assim, tem-se que:

**Xd = Xo\*Fr** (6)

Portanto, considerando-se as escalas de origem igual a 1:2.000 e de destino igual a 1:5.000, tem-se que o fator de redução de escalas (Fr) é igual a 0,4. Supondo que o número de unidades de feição existente no documento original (Xo) seja 30, então, pela equação (6) determina-se o número de unidades de feição no documento generalizado (Xd), o qual corresponde à mesma densidade desta informação representada no documento original. Neste caso, o número correspondente de unidades de feição no documento generalizado (Xd) é igual a 12. Com isto, pode-se classificar o documento generalizado comparativamente ao número encontrado para Xd, ou seja, se o documento generalizado apresentar um número maior que 12, entende-se haver uma sub generalização comparativamente à densidade desta informação no documento original. Da mesma forma, se o documento generalizado apresentar um número de unidades de feição inferior a 12, entende-se que houve



uma super generalização. Na sequência deste processo, observa-se a necessidade de se estabelecer um limite superior e um inferior para os possíveis valores de  $X_d$ . Assim, adota-se como limite superior de  $X_d$ , o produto de  $X_o$  com o dobro do fator de redução ( $2Fr$ ) correspondendo à sub-generalização, e como limite inferior de  $X_d$  o produto de  $X_o$  com a metade do fator de redução ( $(1/2)Fr$ ) correspondendo à super generalização. Estes limites foram estabelecidos com base na observação de que para uma dada escala ao documento generalizado e sendo  $1/x$  a escala do documento de origem tem-se que, o valor de  $Fr$  é igual a  $y$  e o valor de  $X_d$  é igual a  $z$ , então sendo  $1/2x$  (duas vezes menor) a escala de origem o valor de  $Fr$  é igual a  $2y$  e o valor de  $X_d$  é igual  $2z$ , e sendo  $1/(x/2)$  (duas vezes maior) a escala de origem o valor de  $Fr$  é igual a  $y/2$  e o valor de  $X_d$  é igual a  $z/2$ . Com isto, observa-se que a variação múltipla de  $E_o$  corresponde à mesma variação múltipla de  $Fr$  e de  $X_d$ .

Para os casos em que o dobro do fator de redução de escala ( $2Fr$ ) for maior que 1, então, o fator de redução 'Fr' assumirá o valor 1 e não haverá generalização, pois, pela equação (6),  $X_d$  será igual a  $X_o$ , o que determina o número máximo de elementos a serem representados no processo de generalização. Com isto, ficam estabelecidas as seguintes considerações:

- a)  $[(1/2)Fr$  a  $2Fr]$ : intervalo de classificação da Generalização Cartográfica Planimétrica;
- b)  $X_d = X_o * Fr$ : quantidade média de unidades de feição a ser representada no documento generalizado;
- c)  $X_d = X_o * 2Fr$ : quantidade máxima de unidades de feição a ser representada no documento cartográfico generalizado. Para os caso em que  $2Fr$  resultar um valor maior que 1, então assume-se o valor 1 para  $Fr$  ( $Fr=1$ );
- d)  $X_d = X_o * (1/2)Fr$ : quantidade mínima de unidades de feição a ser representada no documento cartográfico generalizado;
- e) se  $X_d < 1$ , a representação não poderá ser feita com a preservação das dimensões reais da unidade de feição, então se houver necessidade daquela representação, esta, deverá ser feita por meio de símbolo;
- f) se  $X_d$  for um número fracionário, então a quantidade de unidades de feição a ser representada será igual ao primeiro inteiro seguinte. Exemplo: se  $X_d = 3,4$ , então o próximo inteiro é 4 ( $X_d = 4$ ).

Na Tabela 2 é determinado o número de unidades de feição a ser representada  $X_d$ , segundo os padrões adotados em função do fator de redução entre as escalas consideradas  $Fr$ . Ou seja, são representadas as quantidades  $X_d$  tanto para a relação estabelecida pelo fator de redução  $Fr$ , definida como quantidade média, como também para os limites: superior ( $2Fr$ ) e inferior ( $(1/2)Fr$ ).

Tabela 2- Unidades de feição 'Xd' em função do fator de redução de escala 'Fr'

Eo	Ed	Fr	Se $X_o = 30$ $X_d = Fr * X_o$ (Médio)	Sub-gener. $X_d = 2Fr * X_o$ (Máximo)	Super-gener. $X_d = (1/2)Fr * X_o$ (Mínimo)
1:2.000	1:3.000	0,67	20	30*	10
	1:5.000	0,40	12	24	6
	1:10.000	0,20	6	12	3
	1:15.000	0,13	4	8	2
	1:20.000	0,10	3	6	2
	1:50.000	0,04	2**	3**	1**
	1:100.000	0,02	1**	2**	1**

\*Neste caso,  $Fr = 0,67$ , portanto  $2Fr > 1$ , então assume-se  $Fr = 1$

\*\*Nestes casos,  $X_d$  é fracionário, então assume-se o próximo inteiro.

É oportuno observar que em casos de haver grande afastamento entre as unidades de feição, pode ocorrer situações em que no processo de generalização cartográfica seja possível a representação de uma quantidade de unidades de feição maior do que a estabelecida pelo limite máximo, dado por  $X_d = X_o * 2Fr$ , ou até mesmo de se representar a totalidade delas. Assim observa-se que tanto a metodologia aqui apresentada como várias outras, apenas serão úteis nos casos em que se fizerem necessárias ou convenientes aos objetivos e propósitos da aplicação. Com isto, conclui-se que o processo de generalização não deve ocorrer de modo totalmente automatizado, pois, a intervenção humana ainda é necessária.

Tendo-se definido o intervalo  $[(1/2)Fr - 2Fr]$  para o conjunto universo de classificação do Indicador Generalização Planimétrica (IGP), com base na definição de conjuntos Fuzzy estabelecidos no item 3, determinam-se os intervalos de classes para o IGP necessários ao processamento do SIF. Sendo o valor padrão de  $Fr$  o valor de referência, tal que valores acima ou abaixo deste caracteriza, respectivamente, uma sub generalização ou uma super generalização, assume-se, então, que o valor de  $Fr$  designa-se à classe MÉDIA do intervalo considerado. Esta classe MÉDIA não se encontra em um ponto central do intervalo considerado  $[(1/2)Fr à 2Fr]$ . A parte esquerda do intervalo  $[(1/2)Fr à Fr]$  é menor do que a parte da direita  $[Fr à 2Fr]$ . Assim, divide-se ao meio cada uma das partes obtendo-se mais duas classes de cada lado da classe MÉDIA, totalizando o número pré-estabelecido de cinco intervalos de classe para o Indicador de Generalização Planimétrica (IGP). As classes são definidas pela largura dos conjuntos Fuzzy que refere-se ao intervalo de maior significância da classe dentro do seu intervalo de domínio. A Tabela 3 apresenta as classes e respectivas larguras e intervalos de domínio.

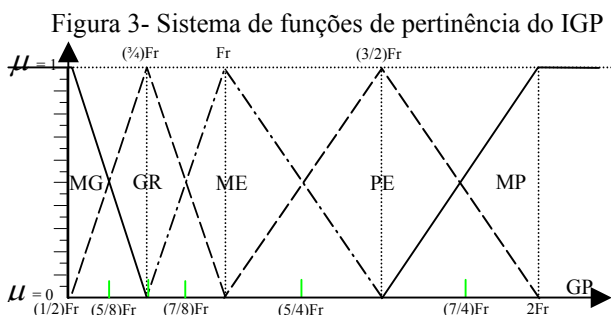
Tabela 3- Classificação do IGP

Classes do 'IGP'	Largura	Domínio
Muito Grande – MG	$[\leq (5/8)Fr]$	$\{\leq (3/4)Fr\}$
Grande – GR	$[(5/8)Fr - (7/8)Fr]$	$\{(1/2)Fr, Fr\}$
Média – ME	$[(7/8)Fr - (5/4)Fr]$	$\{(3/4)Fr, (3/2)Fr\}$
Pequena – PE	$[(5/4)Fr - (7/4)Fr]$	$\{Fr, 2Fr\}$
Muito Pequena – MP	$[> (7/4)Fr]$	$\{> (3/2)Fr\}$

Segundo a classificação apresentada na Tabela 3, os conjuntos Fuzzy para o Indicador de Generalização Planimétrica (IGP), definidos pelo intervalo de domínio, são construídos da seguinte forma:

- $U_{IGP} = \{(1/2)Fr, 2Fr\}$ ; sendo que os intervalos são definidos em função do fator de redução de escalas Fr;
- as funções de pertinência adotadas são triangulares e triangulares abertas nos extremos devido à possibilidade de ocorrer valores além do limite considerado;
- as classes são: MUITO GRANDE (MG), GRANDE (GR), MÉDIA (ME), PEQUENA (PE), MUITO PEQUENA (MP);
- cada conjunto Fuzzy do IGP é definido da seguinte forma:
  - MG:  $\{\leq (3/4)Fr\}$ : com núcleo em  $x = (1/2)Fr$ ;
  - GR:  $\{(1/2)Fr, Fr\}$ : com núcleo em  $x = (3/4)Fr$ ;
  - ME:  $\{(3/4)Fr, (3/2)Fr\}$ : com núcleo em  $x = Fr$ ;
  - PE:  $\{Fr, 2Fr\}$ : com núcleo em  $x = (3/2)Fr$ ;
  - MP:  $\{> (3/2)Fr\}$ : com núcleo em  $x = 2Fr$ .

Com isto, constrói-se o sistema de funções de pertinência relativo ao IGP que está representado da Figura 3.



Cabe considerar que cada Nível de Informação (NI) pode ter um fator de redução (Fr) diferente, classificando-os diferentemente quanto ao IGP. Essa diferença pode ser procedente dos objetivos do usuário ou características da região

e, portanto, necessita ser considerada nesta classificação. Então, para se obter um único valor para o IGP, efetua-se a média ponderada entre os valores de cada classe considerada, conforme se segue:

- a)  $PNI_i$ : peso dos NI planimétricos considerados na avaliação;
- b)  $CIGP_i$ : classificação do IGP de cada NI;
- c)  $MIGP$ : média ponderada da classificação do IGP.

$$MIGP = \sum_{i=1}^n (PNI_i * CIGP) / \sum_{i=1}^n PNI_i \quad (7)$$

## 5. INDICADOR DA GENERALIZAÇÃO ALTIMÉTRICA (IGA)

O Indicador de Generalização Altimétrica (IGA) considera a generalização das feições altimétricas relativas às curvas de nível. As feições altimétricas pontuais não serão consideradas neste item, pois, para efeito de generalização, quando for o caso, pode-se considerar os mesmos critérios adotados para as feições planimétricas. O critério estabelecido para a classificação da generalização referente às curvas de nível é a equidistância gráfica. Em função da equidistância gráfica, cujos valores mais utilizados segundo UNL (2002) e INETI (2005), são 0,4 e 0,5, adotam-se estes valores como padrão e determinam-se as equidistâncias das curvas de nível através da relação:

$$e = Eq/Esc \quad (8)$$

onde:

e = equidistância gráfica;

Eq = equidistância das curvas de nível;

Esc = denominador da escala de representação, sendo: Eo para a escala do documento origem e Ed para a escala do documento derivado.

Em função da equidistância gráfica (e) das curvas de nível (equação 8) estabelece-se a classificação para o Indicador de Generalização Altimétrica (IGA). A esta se estabelecem as cinco classes: MUITO PEQUENA, PEQUENA, MÉDIA, GRANDE e MUITO GRANDE, que inicialmente devem variar num intervalo ente 0 e 1. Porém, como os valores de intervalo são definidos em função do valor da equidistância gráfica (e), o extremo inferior (zero) deve ser substituído pelo primeiro valor significativo acima de zero, para que a equidistância gráfica ‘e’ não assuma o valor zero e torne a equação (8) nula. Com isso, o limite inferior do intervalo é estabelecido com o valor da equidistância gráfica (e) igual a 0,1, e o limite superior, com o valor da equidistância gráfica (e) igual a 1. Para a equidistância gráfica padrão, assumindo que varia de 0,4 à 0,5, defini-se a classe MÉDIA. Então, para os valores da classe MUITO GRANDE se estabelece a equidistância gráfica igual a 1 e para os valores da classe MUITO PEQUENA, se estabelece a equidistância gráfica igual a 0,1. Para as classes intermediárias PEQUENA e GRANDE, atribuem-se os valores intermediários 0,25 e 0,75, respectivamente. A Tabela 4 apresenta as classes e respectivas larguras e intervalos

de domínio do Indicador de Generalização Altimétrica (IGA).

Tabela 4- Classificação do IGA

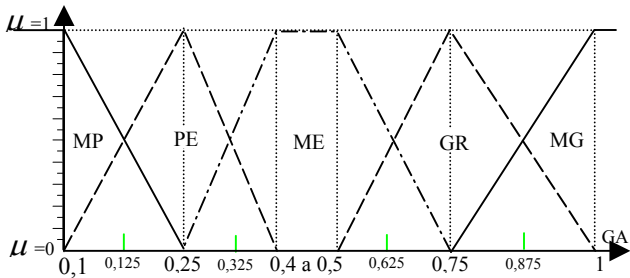
Classes da 'GA'	Largura	Domínio
Muito Grande – MG	$[e > 0,875]$	$\{e < 0,25\}$
Grande – GR	$[0,625 < e < 0,875]$	$\{0,1 < e < 0,4\}$
Média – ME	$[0,325 < e < 0,625]$	$\{0,25 < e < 0,75\}$
Pequena – PE	$[0,125 < e < 0,325]$	$\{0,5 < e < 1\}$
Muito Pequena – MP	$[e < 0,125]$	$\{e > 0,75\}$

Segundo os intervalos de classe definidos na Tabela 4, os conjuntos Fuzzy para o Indicador de Generalização Altimétrica (IGA) são construídos de forma similar aos do Indicador de Generalização Planimétrica (IGP), conforme se segue:

- a)  $U_{IGA} = \{0,1 \text{ e menores, } 1 \text{ e maiores}\}$ ; sendo que os intervalos estão em função da equidistância gráfica (e), considerando o intervalo de variação de 'e' entre 0,1 e 1;
- b) as funções de pertinência adotadas são trapezoidal para o conjunto central por apresentar o intervalo de valores de 0,4 à 0,5; triangulares para as classes intermediárias; e triangulares abertas para as classes extremas, por admitirem valores além dos limites estabelecidos;
- c) as classes são: MUITO GRANDE (MG), GRANDE (GR), MÉDIA (ME), PEQUENA (PE) e MUITO PEQUENA (MP);
- d) cada conjuntos Fuzzy de IGA é definido da seguinte forma:
  - MP:  $\{e < 0,25\}$ , com núcleo em  $x = 0,1$ ;
  - PE:  $\{0,1 < e < 0,4\}$ , com núcleo em  $x = 0,25$ ;
  - ME:  $\{0,25 < e < 0,75\}$ , com núcleo no intervalo de  $x = 0,4$  e  $x = 0,5$ ;
  - GR:  $\{0,5 < e < 1\}$ , com núcleo em  $x = 0,75$ ;
  - MG:  $\{e > 0,75\}$ : com núcleo em  $x = 1$ .

Com isto, constrói-se o sistema das funções de pertinência relativo ao IGA que está representado da Figura 4.

Figura 4- Sistema de funções de pertinência do IGA



6. INDICADOR DA GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA (IGC)

O Indicador de Generalização Cartográfica (IGC) é determinado pela interseção dos conjuntos referentes ao Indicador de Generalização Planimétrica (IGP) e o Indicador de Generalização Altimétrica (IGA). Esta operação pode ser expressa pela seguinte equação:

IGC = IGP ∩ IGA (9)

Para a classificação do Indicador de Generalização Cartográfica (IGC) são estabelecidas as cinco classes definidas no item 3. Assim, adota-se o intervalo de variação de 0 à 1, porém, neste caso, as extremidades do conjunto universo do IGC (U<sub>IGC</sub>), são abertas para contemplar valores maiores que 1 e menores que 0. A Tabela 5, mostra as classes e respectivas larguras e intervalos de domínio.

Tabela 5– Classificação do IGC

Classes do ‘IGC’	Largura	Domínio
Muito Pequena – MP	[0,00 – 0,25]	{< 0,37}
Pequena – PE	[0,25 – 0,49]	{0,13, 0,61}
Média – ME	[0,49 – 0,74]	{0,37, 0,88}
Grande – GR	[0,74 – 0,94]	{0,61, 1,00}
Muito Grande – MG	[0,94 – 1]	{> 0,88}

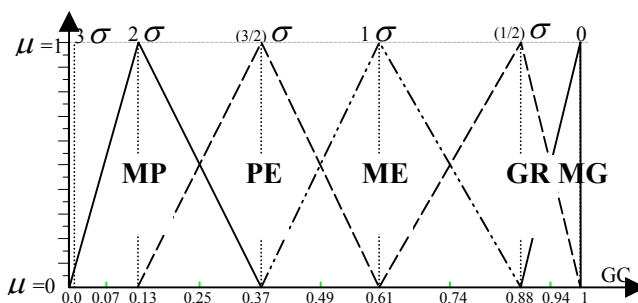
Segundo a classificação apresentada na Tabela 5, analogamente aos conjuntos referentes ao IGP e IGA, os conjuntos Fuzzy para o IGC são definidos pelo intervalo de domínio, da seguinte forma:

- a) U<sub>IGC</sub> = {0, 1};
- b) as funções de pertinência adotadas são triangulares, e triangulares abertas nos extremos, por admitirem valores de generalização além dos limites estabelecidos;
- c) as classes são: MUITO PEQUENA (MP), PEQUENA (PE), MÉDIA (ME), GRANDE (GR), MUITO GRANDE (MG);
- d) cada conjunto Fuzzy do ‘IGC’ é definido da seguinte forma:

- MP:  $\{< 0,37\}$ : com núcleo em  $x = 0,13$ ;
- PE:  $\{0,13, 0,61\}$ : com núcleo em  $x = 0,37$ ;
- ME:  $\{0,37, 0,88\}$ : com núcleo em  $x = 0,61$ ;
- GR:  $\{0,61, 1,00\}$ : com núcleo em  $x = 0,88$ ;
- MG:  $\{> 0,88\}$ : com núcleo em  $x = 1,0$ .

Com isto, constrói-se o sistema das funções de pertinência relativo ao IGC que está representado da Figura 5.

Figura 5- Sistema de funções de pertinência do IGC



### 6.1 Exemplo de determinação dos valores de IGP, IGA e IGC

Considerando uma aplicação cujas atividades destacam como principais NI os seguintes: Edificação, Lote, Quadra, Curvas de Nível e Arruamento, nesta ordem de importância, em escala 1:2.000 generalizadas para a escala 1:10.000. Assume-se que tais documentos cartográficos já existam e serão avaliados pelo sistema proposto. Assim, pode-se detectar uma situação conforme mostra a Tabela 6, onde:

- a) Eq.o = equidistância das CN no documento origem;
- b) Eq.d = equidistância teórica das CN no documento generalizado (derivado), onde  $Eq.d = e \cdot Esc$ ;
- c)  $Eq.d_r$  = equidistância (real) das curvas de nível no documento generalizado;
- d)  $e_r$  = equidistância gráfica definida pela razão entre a equidistância (real) das curvas de nível no documento generalizado e a escala deste documento ( $e_r = Eq.d_r / Esc$ ).

Tabela 6– Exemplo: Generalização Cartográfica de cinco níveis de informação da escala 1:2.000 para a escala 1:10.000.

Peso dos NI	NI (Feições)	Unidade de Feição	Xo Unidades Existentes na Eo = 1:2.000	Xd = Unidades existentes na Ed = 1:10.000	Fr <sub>r</sub> = Xd/Xo	Classificação de: IGP (Fr = 0,2) *IGA (e = 0,5)
5	Edificações	m <sup>2</sup>	130.483 m <sup>2</sup>	50.296 m <sup>2</sup>	Fr <sub>r</sub> = 0,3855	MP {> 0,35}
4	Loteamento	Lote	114.173 lotes	15.800 lotes	Fr <sub>r</sub> = 0,1384	GR {0,125 – 0,175}
3	Quadras	Quadra	92.004 quadras	18.200 quadras	Fr <sub>r</sub> = 0,1978	ME {0,175 – 0,250}
*2	Curvas de Nível (CN)	Cada CN	Eo = 1 m	Eq.d <sub>r</sub> = 2,5 m	e <sub>r</sub> = Eq.d <sub>r</sub> / Ed = 0,25	PE {0,125 – 0,325}
1	Arruamento	Trecho: 1km	80.800 km	16.580 km	Fr <sub>r</sub> = 0,2052	ME {0,175 – 0,25}

Para se obter um único valor para o IGP, faz-se a média ponderada dos valores de classificação obtidos em cada NI (Tab. 6), de acordo com a equação (7), conforme exemplificado abaixo:

$$MIGP = [(5*0,3855) + (4*0,1384) + (3*0,1978) + (1*0,2052)] / (5+4+3+1)$$

$$MIGP = 0,252.$$

O Indicador da Generalização Altimétrica (IGA), por ser apenas um item, obtém-se diretamente (e<sub>r</sub>) da Tabela 6: (\*) IGA = 0,25 = e<sub>r</sub>.

### 6.1.1 Base de regras para a determinação do Indicador Generalização Cartográfica – IGC

O Indicador de Generalização Cartográfica (IGC), é determinado pelo Sistema de Inferência Fuzzy (SIF) através da interseção dos conjuntos do IGP e do IGA. A base de regras se dá pela sobreposição dos consequentes (*IF (antecedentes) THEN (consequentes)*) de cada regra, de acordo com o modelo de Mamdani (*IF x<sub>1</sub> is A<sub>1</sub> AND x<sub>2</sub> is A<sub>2</sub> THEN y is B*) (ORTEGA, 2001). Assim, conforme o exemplo anterior, tem-se que: IGP = 0,252, e IGA = 0,25. Estes são os valores de entrada no SIF para a determinação do IGC.

Na combinação dos conjuntos Fuzzy do IGP e do IGA, para o estabelecimento da base de regras, atribui-se um peso maior para as classes referentes ao IGP, por ser a planimetria a componente que envolve o maior número de NI importantes para a aplicação considerada neste exemplo. Assim, a Tabela 7 apresenta as combinações entre os conjuntos Fuzzy referentes ao IGP e ao IGA.



Tabela 7- Interseção dos indicadores ‘IGP’ e ‘IGA’

		IGA				
	-	MG	GR	ME	PE	MP
IGP	MG	MG	MG	GR	ME	PE
	GR	GR	GR	ME	PE	PE
	ME	ME	ME	ME	PE	MP
	PE	ME	ME	PE	PE	MP
	MP	PE	PE	MP	MP	MP

Da Tabela 7 se obtém as combinações entre IGP e IGA que auxiliam a construção da Tabela 8 que se refere à base de regras utilizada na interseção das variáveis de entrada (IGP e IGA) que, de acordo com o modelo de Mamdani (*IF  $x_1$  is  $A_1$  AND  $x_2$  is  $A_2$  THEN  $y$  is  $B$* ), será obtido o valor de IGC.

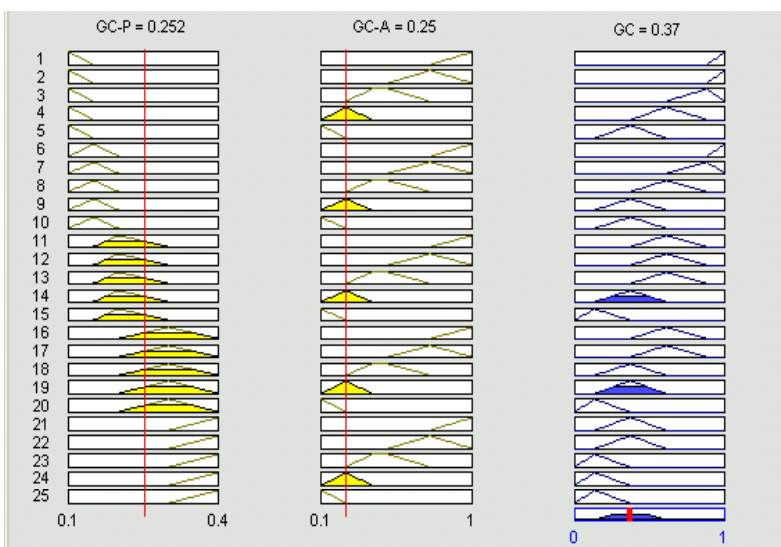
Tabela 8– Base de regras para o IGC

Se	IGP	e	IGA	então	IGC
Se	MG	e	MG	então	MG
Se	MG	e	GR	então	MG
Se	MG	e	ME	então	GR
Se	MG	e	PE	então	ME
Se	MG	e	MP	então	PE
Se	GR	e	MG	então	GR
<u>Se</u>	GR	<u>e</u>	GR	<u>então</u>	GR
<u>Se</u>	GR	<u>e</u>	ME	<u>então</u>	ME
<u>Se</u>	GR	<u>e</u>	PE	<u>então</u>	PE
<u>Se</u>	GR	<u>e</u>	MP	<u>então</u>	PE
Se	IGP	e	IGA	então	IGC
<u>Se</u>	ME	<u>e</u>	MG	<u>então</u>	ME
<u>Se</u>	ME	<u>e</u>	GR	<u>então</u>	ME
<u>Se</u>	ME	<u>e</u>	ME	<u>então</u>	ME
<u>Se</u>	ME	<u>e</u>	PE	<u>então</u>	PE
<u>Se</u>	ME	<u>e</u>	MP	<u>então</u>	MP
<u>Se</u>	PE	<u>e</u>	MG	<u>então</u>	ME
<u>Se</u>	PE	<u>e</u>	GR	<u>então</u>	ME
<u>Se</u>	PE	<u>e</u>	ME	<u>então</u>	PE
<u>Se</u>	PE	<u>e</u>	PE	<u>então</u>	PE
<u>Se</u>	PE	<u>e</u>	MP	<u>então</u>	MP
<u>Se</u>	MP	<u>e</u>	MG	<u>então</u>	PE
<u>Se</u>	MP	<u>e</u>	GR	<u>então</u>	PE
<u>Se</u>	MP	<u>e</u>	ME	<u>então</u>	MP
<u>Se</u>	MP	<u>e</u>	PE	<u>então</u>	MP
<u>Se</u>	MP	<u>e</u>	MP	<u>então</u>	MP

O resultado do processamento da base de regras (Tab.8) relativo à

generalização cartográfica deste exemplo está representado na Figura 6. A figura 6 mostra a interseção dos conjuntos IGP e IGA de acordo como as vinte e cinco combinações estabelecidas na base de regras, e mostra também, que para os dados de entrada:  $IGP = 0,252$ ; e  $IGA = 0,25$  resultou o valor defuzzificado, para IGC, igual a 0,37, lembrando que o defuzzificador é o valor numérico, correspondente, neste caso, ao centróide do conjunto resultante (última linha da coluna relativa ao IGC da Fig.6).

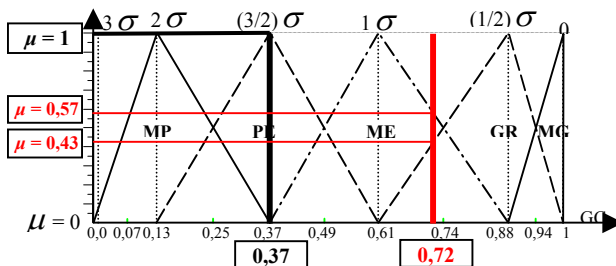
Figura 6– Interseção de: ‘ $IGP = 0,252$ ’ e ‘ $IGA = 0,25$ ’, e o resultado ‘ $IGC = 0,37$ ’



O resultado do defuzzificador, de 0,37, para o IGC, indica que a Generalização Cartográfica deste exemplo de aplicação, se classifica como PEQUENA. Neste caso, o resultado não apresenta grau de pertinência a qualquer outro conjunto, pois o ponto de abscissa 0,37 é coincidente com o núcleo do conjunto que representa a classe PEQUENA, portanto, o grau de pertinência à esta classe é máximo ( $\mu = 1$ ), e o grau de pertinência às classes adjacentes é nula ( $\mu = 0$ ). Apenas para efeito de ilustração, considere-se um valor de, por exemplo, 0,72 como resultado para o IGC. Sendo que dois conjuntos, ME e GR, são interceptados pela vertical que passa pelo ponto de abscissa igual a 0,72, a interpretação do resultado é a seguinte: analisa-se em qual dos dois conjuntos o grau de pertinência é maior. O maior grau de

pertinência, neste caso, ocorre para o conjunto ME, cujo valor de  $\mu$  é igual a 0,57, enquanto que para o conjunto GR o valor de  $\mu$  é igual a 0,43. Então, o suposto resultado de 0,72 para IGC classificaria a Generalização Cartográfica como MÉDIA. A Figura 7 ilustra estes resultados.

Figura 7 – Representação do resultado do ‘IGC = 0,37’



## 7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O sistema desenvolvido por Indicadores e Sistema de Inferência Fuzzy possibilita avaliar resultados obtidos de processos de generalização cartográfica por intermédio de classificação quantitativa. Os aspectos considerados na classificação quantitativa decorrem da relação entre as escalas de representação envolvidas. O documento cartográfico avaliado por este sistema tanto pode ser um produto derivado de outro documento cartográfico já existente, como também pode ser empregado para os produtos de restituição fotogramétrica, ou seja, para documentos cartográficos provenientes de dados de levantamentos.

A utilização do processamento relativo à Lógica Fuzzy é adequada neste sistema por tratar das incertezas envolvidas no processo classificatório, e efetuar cálculos que combinam diversas proposições, entre os conjuntos envolvidos, simultaneamente. A operação de interseção entre os conjuntos Fuzzy fornece o resultado de mínimo entre as considerações da base de regras, o que é conveniente em avaliações relativas à qualidade de produtos por não considerar resultados otimistas indevidamente.

Recomenda-se como continuidade desta metodologia sua aplicação em casos reais e a investigação de maior número de elementos do processo de generalização que possam ser adicionados aos indicadores propostos de forma a tornar estes indicadores mais abrangentes. Os aspectos referentes às diversas operações de generalização, como, a agregação, combinação, simplificação, exageros, deslocamentos, etc., devem ser também compostos por indicadores para possibilitar uma análise quantitativa mais ampla do processo de generalização.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à UFPR e ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas - CPGCG pela provisão de infraestrutura, e ainda ao CNPq e CAPES pelo apoio financeiro na execução dos estudos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AZEVEDO, F. M.; BRASIL, L. M. & OLIVEIRA, R. C. L. **Redes Neurais – Com aplicações em Controle e em Sistemas Especialistas**. Bookstore Livraria Ltda. Florianópolis – SC. 2000.
- DENT, B. D. **Principles of Thematic Map Design**. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1985.
- INETI- Instituto Nacional de Engenharia, Tecnologia e Inovação, I.P. In: **A Leitura das Cartas Geológicas - Noções Elementares sobre a Base Topográfica**. Disponível em: [http://www.igm.ineti.pt/edicoes\\_online/diversos/cartas/capitulo6.htm](http://www.igm.ineti.pt/edicoes_online/diversos/cartas/capitulo6.htm) Acesso em: 29 de Jun. de 2005.
- KEATES, J. S. **Cartographic Design and Production**. 1.ed. Longman, London and New York, 1973.
- LAZZAROTTO, D. R. **Avaliação da Qualidade de base Cartográfica por meio de Indicadores e Sistema de Inferência Fuzzy**. Curitiba, 2005. 230f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor Ciências da Terra. Universidade Federal do Paraná.
- MIL-HDBK-850 – MILITARY HANDBOOK. **Glossary of Mapping, Charting, and Geodetic Terms**. Superseding. Glosxmcgterms. Fourth Edition 1981. 21 January 1994.
- MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2004.
- ORTEGA, N.R.S. **Aplicação da Teoria de Conjuntos Fuzzy a Problemas da Biomedicina**. São Paulo, 152 f. Tese (Doutorado em Física) - Instituto de Física da Universidade de São Paulo. 2001.
- ROBINSON, A. H.; MORRISON, J. L.; MUEHRCKE, P. C.; KIMERLING, A. J.; GUPTILL, S. C. **Elements of Cartography**. 6.ed. New york: John Wiley & Sons, New York, 1995.
- SIMLEY, J. Improving the Quality of Mass Produced Maps. **Cartography and Geographic Information Science**, Vol.28, No.2, 97-110, 2001.
- TRZESNIAK, P. **Indicadores Quantitativos: Reflexões que Antecedem seu Estabelecimento**. **Ci. Inf.**, Brasília. V.27, n.2, p.159-164, mai/ago 1998. Disponível em: <[www.ibict.br/cionline/270298/27029808.pdf](http://www.ibict.br/cionline/270298/27029808.pdf)> Acessado em 21 set. 2002.
- UNL. Universidade Nova de Lisboa. Departamento de Ciência da Terra. **Modelo Digital de Terreno**. Disponível em: [www.dct.fct.unl.pt/Ensino/](http://www.dct.fct.unl.pt/Ensino/)
- Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 11, nº 1, p.23-43, jan-jun, 2005.

cursos/Disc/SRGG/SRGG\_Cap5.pdf - Resultado suplementar Acesso em:  
9/out/2002.

(Recebido em abril/2005 e aceito em junho/2005)