

**COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE MÁXIMA  
VEROSSIMILHANÇA, DISTÂNCIA MÍNIMA E O MÉTODO  
DE FISHER PARA RECONHECIMENTO DE PADRÕES EM  
IMAGENS COLORIDAS**

Sonia Isoldi Marty Gama Müller  
Instituto Tecnológico da Aeronáutica  
Departamento de Organização  
São José dos Campos – SP  
E-mail: sonia@mec.ita.cta.br  
Fone: (012) 340-5966

Quintino Dalmolin  
Hideo Araki  
Universidade Federal do Paraná  
Departamento de Geomática  
Centro Politécnico – Jardim das Américas  
CEP 81531-990 – Curitiba – PR  
E-mail: dalmolin@geoc.ufpr.br  
Fone: (041) 361-3148

**RESUMO**

Uma das grandes preocupações no processo de automação em Fotogrametria está relacionado com os algoritmos de reconhecimento de padrões. Apesar da metodologia ter avançado significativamente nos últimos anos, principalmente no que se refere ao tom de cinza, o reconhecimento de padrões de cores reais em imagens coloridas ainda se encontra em fase de desenvolvimento. Neste sentido objetiva-se realizar uma série de ensaios com dados (cores) controlados e também com dados reais para comparar a performance dos métodos estatísticos de Máxima Verossimilhança, Distância Mínima e de Fisher para reconhecimento das cores reais. A comparação entre os métodos estatísticos foi feita controlando o processo de classificação, ou seja, utilizando amostras determinísticas para treinamento das funções discriminantes e criando imagens para classificação no software (MATLAB). Com intuito de que a comparação pudesse ser feita sem controle da imagem a ser classificada e das amostras, utilizou-se uma imagem retirada de uma foto digitalizada, para verificar a performance dos métodos frente a um caso real. A análise

de desempenho dos métodos foi observada pela estatística kappa e a comparação pelo teste Z apropriado. Os resultados indicam que o Método de Distância Mínima foi o melhor para classificação de cores reais sob todos os aspectos estudados.

#### ABSTRACT

One of the main issues in the photogrammetry automation process is related to pattern recognition algorithms. Although there were significant advances in the last years, mainly in regard to the gray tones, color pattern recognition in colored images is still in a developmental stage. In this sense, a series of tests with controlled data (colors) and also with real data is made to compare the performance of the statistical methods: Maximum Likelihood, Minimum Distance, and Fisher's method in their ability to recognize real colors. The comparison among the statistical methods was performed by controlling the classification process, that is, using deterministic samples for the training of discriminant functions and test images created by a software (MATLAB). For the case of real images, the statistical methods were compared without controlling both the sample and the image by the utilization of an image extracted from a digitized picture. The methods performance was analyzed using the kappa statistic and the Z test. The results indicated that the Minimum Distance Method was the best method to classify real colors under all assumptions.

## 1. INTRODUÇÃO

Reconhecimento de padrões em imagens tem sido objeto de muitos estudos nos últimos anos, principalmente no que se refere a imagens em tom de cinza e falsa-cor. O estudo de reconhecimento de cores reais ainda se encontra em fase de desenvolvimento, porém é de muita importância atualmente devido ao avanço tecnológico das câmeras digitais de vídeo.

Métodos estatísticos de reconhecimento de padrões têm sido explorados para classificação de imagens, principalmente em sensoriamento remoto, com aplicações na agricultura, reflorestamento, planejamento urbano, etc. Também, outras aplicações podem ser citadas na área da medicina, arquitetura e robótica (visão de máquina) (ARGIALAS & HARLOW, 1990; GREEN, 1989; SONKA, HLAVAC & BOYLE, 1993; GROOVER, WEISS, NADEL & ODREY, 1989).

Dos métodos estatísticos utilizados, observa-se que o de máxima Verossimilhança é o mais popular devido principalmente a sua performance, sendo por esta razão, que muitas das novas técnicas apresentadas são comparadas com este método (BOLSTAD & LILLESAND, 1990).

Introduziu-se neste trabalho o método de Fisher, não sendo este aplicado em reconhecimento de falsa-cor, por conceber que as variâncias das amostras são

iguais. No caso de cores reais este métodos não sofre nenhuma restrição no seu uso, verificando-se ser uma boa alternativa para classificação de imagens.

O método de Distância Mínima (um caso particular do método de Máxima Verossimilhança) também foi analisado neste trabalho, pois considera que as matrizes de covariância de todas as classes (cores) são diagonais e iguais e as variâncias de cada componente da cor são idênticas ou relativamente próximas, que é pertinente no caso de cores reais.

Com intuito de procurar um método estatístico que apresentasse uma boa performance na classificação de cores reais em uma imagem, comparou-se os métodos de Máxima Verossimilhança, Distância Mínima e de Fisher.

## 2. MÉTODOS

### 2.1. MÉTODO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Muito utilizado para classificação de dados multiespectrais de sensoriamento remoto, o método de Máxima Verossimilhança tem obtido bons resultados na discriminação de falsa-cor.

Neste método, sendo FOODY, MCCULLOCH & YATES (1995), concebe-se que as classes ou populações tenham distribuições normais multivariadas, como mostra a figura 2.1 apresentada por LILLESAND & KIEFER (1994), onde foram obtidas classes a partir de duas bandas espectrais (sensoriamento remoto) e plotados os valores de probabilidades em um gráfico tridimensional.

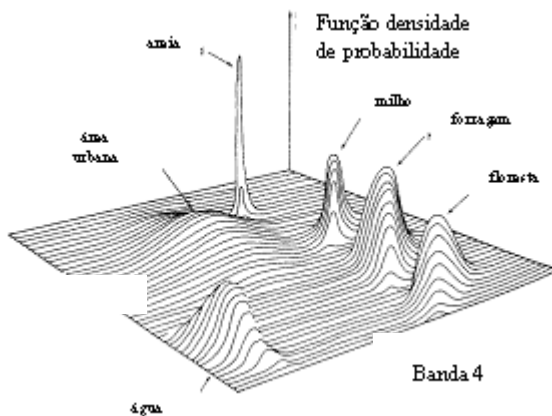


Figura 2.1: FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DEFINIDA POR MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA  
Fonte: LILLESAND & KIEFER (1994)

O desenvolvimento do método se baseia, segundo RICHARDS (1986), na função penalidade, que avalia as decisões incorretas, chegando a seguinte regra de decisão:

$$x \in \pi_i \text{ se } -\ln|S_i| - (x_0 - \bar{x}_i)' S_i^{-1} (x_0 - \bar{x}_i) > -\ln|S_j| - (x_0 - \bar{x}_j)' S_j^{-1} (x_0 - \bar{x}_j), \quad (2.1)$$

$$\forall j \neq i \quad i, j = 1, 2, \dots, m$$

Então, neste trabalho, as classes  $\pi_i$  designadas acima são as várias cores que se deseja discriminar e o vetor médio das observações  $\bar{x}_i$  (correspondente as componentes RGB) são obtidos a partir das amostras das respectivas cores, e conseqüentemente  $S_i$  serão as matrizes de covariância para cada tipo de amostra. Assim, quando se tem um vetor multivariado  $x_0$ , que corresponde a um pixel na imagem, com o qual se deseja alocar em um das classes ou cores, utiliza-se a regra acima.

## 2.2. MÉTODO DE DISTÂNCIA MÍNIMA

Este método é um caso particular do método de Máxima Verossimilhança descrito anteriormente, pois considera as matrizes de covariância de todas as classes como diagonais e iguais (RICHARDS, 1986).

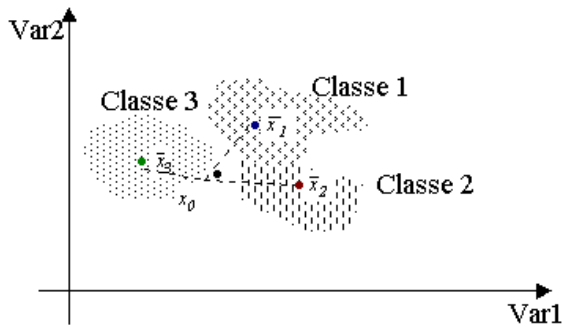
Assim a classificação ficaria mais simplificada e pode se utilizar a seguinte regra:

$$x \in \pi_i \text{ se } (x_0 - \bar{x}_i)' (x_0 - \bar{x}_i) < (x_0 - \bar{x}_j)' (x_0 - \bar{x}_j) \quad \forall j \neq i \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (2.2)$$

ou

$$x \in \pi_i \text{ se } d(x_0, \bar{x}_i)^2 < d(x_0, \bar{x}_j)^2 \quad \forall j \neq i \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (2.3)$$

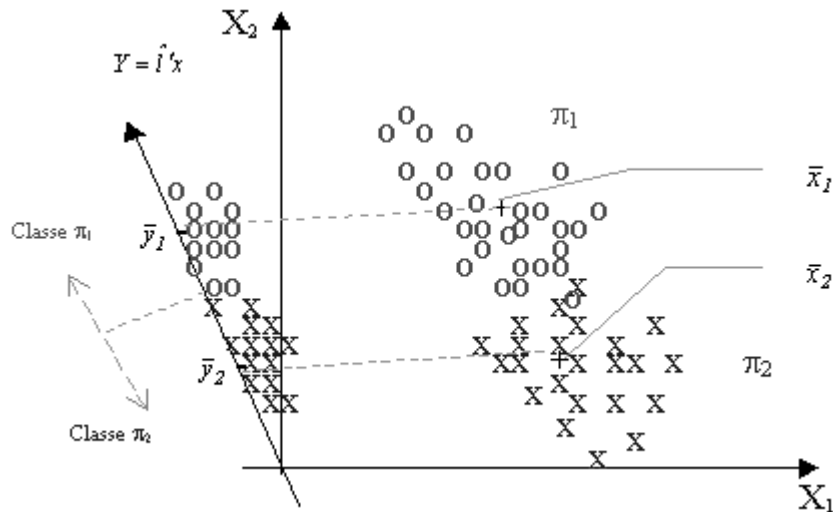
A classificação de um novo pixel pelo método de Distância Mínima é obtido a partir da menor distância entre o pixel a ser classificado ( $x_0$ ) e os valores médios obtidos das amostras treinadas ( $\bar{x}_1, \bar{x}_2$  e  $\bar{x}_3$ ) como mostra a figura 2.2 para um caso bivariado.



**Figura 2.2:** REPRESENTAÇÃO BIDIMENSIONAL DO MÉTODO DE DISTÂNCIA MÍNIMA

## 2.3. MÉTODO DE FISHER

O método de Fisher considera que as classes provêm de uma mesma população qualquer, não necessariamente com distribuição normal. A idéia principal deste método é de transformar observações multivariadas em univariadas, fazendo uma combinação linear entre elas, com o intuito de reduzir a dimensão. Pode-se observar na figura 2.3 a representação gráfica do método para o caso bivariado, onde  $\bar{x}_1$  e  $\bar{x}_2$  são respectivamente as médias das duas classes que se deseja discriminar ( $\pi_1$  e  $\pi_2$ ) e  $y = \hat{l}'x$  é a combinação linear obtida a partir de amostras (JOHNSON & WICHERN, 1985)



**Figura 2.3:** REPRESENTAÇÃO DO PROCEDIMENTO DE FISHER PARA DUAS CLASSES  
Fonte: JOHNSON & WICHERN (1985)

A regra de discriminação para várias classes ou populações é definida por JOHNSON & WICHERN (1985) como segue:

Seja  $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_s > 0$  os autovalores não nulos de  $W^{-1}\hat{B}_0$ , onde  $W^{-1}$  é a inversa da matriz soma de produtos cruzados “dentro” dos grupos amostrais e  $\hat{B}_0$  é a estimativa da matriz soma dos produtos cruzados “entre” os grupos, e seja os correspondentes autovetores  $\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_s$ .

Então, o vetor de coeficientes  $\hat{l}$  que maximiza a razão  $\frac{\hat{l}'\hat{B}_0\hat{l}}{\hat{l}'W\hat{l}}$  é dado por

$\hat{l}_1 = \hat{e}_1$  e a combinação linear  $\hat{l}'_1 x_0 = \hat{e}_1' x_0$  é chamada de 1º Discriminante Amostral;  $\hat{l}_2 = \hat{e}_2$  produz o 2º Discriminante Amostral  $\hat{l}'_2 x_0 = \hat{e}_2' x_0$ . Generalizando tem-se que

$\hat{l}_k = \hat{e}_k$  produz o k-ésimo Discriminante Amostral  $\hat{l}'_k x_0 = \hat{e}_k x_0$  para  $k \leq s$ , onde  $x_0$  é o vetor a ser alocado em uma das classes  $\pi_i$ .

Este resultado fornece subsídios para classificar o novo vetor na classe, cuja combinação linear tenha menor distância quadrática da média das combinações lineares das classes observadas.

Assim pode-se alocar  $x_0$  na população  $\pi_k$  se:

$$\sum_{j=1}^r (\hat{y}_j - \bar{y}_{kj})^2 = \sum_{j=1}^r [\hat{l}'_j (x_0 - \bar{x}_k)]^2 \leq \sum_{j=1}^r [\hat{l}'_j (x_0 - \bar{x}_i)]^2, \quad \forall i \neq k \quad (2.4)$$

onde:

$$\hat{y}_j = \hat{l}_j x_0 \quad \text{e} \quad (2.5)$$

$$\bar{y}_{kj} = \hat{l}_j \bar{x}_k, \quad \text{com} \quad r \leq s \quad (2.6)$$

As populações  $\pi_k$  mencionadas aqui se referem, no propósito deste trabalho, as cores à serem discriminadas. Assim,  $x_0$  e  $\bar{x}_k$  representam respectivamente o vetor que corresponderia ao pixel analisado e a média da amostra tomada para determinar cada cor.

Desta feita, aloca-se um novo pixel à classe (cor) que tenha a menor distância quadrática entre as combinações lineares do ponto com um valor médio obtido pelos dados treinados.

### 3. METODOLOGIA

Para comparar o método de Fisher com os outros já citados foi necessário gerar imagens digitais coloridas controladas através do *software* Matlab com Processamento de Imagem. Também parte de uma foto digitalizada foi amostrada e classificada pelos métodos, a fim de que se pudesse observar o desempenho dos mesmos frente a uma imagem cujas variáveis se apresentassem com caracter aleatório.

Utilizou-se a estatística *kappa* de COHEN (1960) e o respectivo teste estatístico (Z) para a comparação do desempenho dos métodos.

Foram escolhidas quinze cores para o reconhecimento. Seis corresponderiam a variações de tons de verde, escolhidas com o objetivo de simular cores “próximas” umas das outras. E outras nove cores chamadas de “diversas” que podem ser encontradas comumente na natureza, como azul, vermelho, amarelo, cianico, magenta, cinza, etc.

Os experimentos foram aplicados em dois casos: no primeiro considerou-se a dependência entre as componentes da cor (RGB) e no segundo considerou-se a independência entre elas, fazendo com que os métodos de Máxima Verossimilhança e de Fisher sofressem uma modificação na matriz de covariância. O método de

Distância Mínima não sofreu alterações porque não utiliza as matrizes de covariância na discriminação.

Para cada caso foram feitos seis experimentos: no experimento 1 verificou-se a sensibilidade dos métodos frente as variações das médias das amostras; no experimento 2 estudou-se a influência das variâncias das amostras na classificação; no experimento 3 foi verificado se o número de cores discriminadas simultaneamente afetava os resultados; no experimento 4 verificou-se o tempo médio de processamento comparativo entre os métodos; no experimento 5 criou-se uma imagem com as 15 cores propostas, onde os classificadores selecionaram apenas 6 tonalidades de verde; e no experimento 6 aplicou-se a metodologia a uma amostra de imagem digitalizada para verificar o desempenho dos métodos frente a um caso totalmente aleatório.

#### 4. RESULTADOS

No primeiro caso, onde se considerou a dependência entre as componentes da cor (RGB), observou-se que o percentual de erros de classificação apresentado foi grande para o método de Máxima Verossimilhança, pequeno para o método de Fisher e nulo para o método de Distância Mínima. Para cada experimento conduzido neste caso obteve-se os seguintes resultados:

##### Experimento 1:

Neste experimento foram observados os percentuais de erro de classificação em função das variações possíveis de ocorrer com o vetor médio das amostras observadas, como vemos na tabela 4.1.

Designou-se por médias próximas ou afastadas quando as amostras foram tomadas de modo não aleatório com valores próximos ou não da cor desejada, porém sem perda da tonalidade. Médias homogêneas e heterogêneas quando as componentes sofriam variações iguais ou não. Médias iguais quando as amostras foram selecionadas somente com valores próximos ou afastados e médias diferentes quando se incluiu nas amostras valores próximos e iguais.

**Tabela 4.1.** PERCENTUAL DE ERROS DE CLASSIFICAÇÃO POR TIPO DE MÉDIA E MÉTODO

MÉTODOS	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇ A	DISTÂNCIA MÍNIMA	FISHER
Média Próxima	92	0	13
Média Afastada	87	0	12,5
Média Homogênea	90	0	13
Média Heterogênea	32	0	5
Média Iguais	90	0	13
Médias Diferentes	100	0	1,5

Verificou-se que o método de Máxima Verossimilhança foi mais afetado pela variação nas médias das amostras, devido principalmente a grande quantidade de erros apresentados na classificação.

Experimento 2:

Comparou-se, neste experimento, os métodos em função do percentual de erros de classificação apresentados segundo a influência da variância das amostras, como mostra a tabela 4.2.

Semelhante a comparação de médias, denominou-se como variâncias pequena ou grande as amostras tomadas com pouca ou muita variação em suas componentes. Variâncias homogêneas ou heterogêneas quando as componentes sofriam as mesmas variações ou não. Variâncias iguais quando as amostras continham variância pequena ou grande e variâncias diferentes quando a mesma amostra continha os dois tipos de variâncias, isto é, pequena e grande.

**Tabela 4.2.** PERCENTUAL DE ERROS DE CLASSIFICAÇÃO POR TIPO DE VARIÂNCIA E MÉTODO

MÉTODOS	MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA	DISTÂNCIA MÍNIMA	FISHER
Variância Pequena	92	0	13
Variância Grande	82	0	12,5
Variância Homogênea	87	0	13
Variância Heterogênea	32	0	5
Variâncias Iguais	87	0	13
Variâncias Diferentes	100	0	0

De acordo com os resultados obtidos neste experimento, verificou-se que o método de Máxima Verossimilhança sofreu interferência significativa das variâncias das amostra, o método de Fisher também sofreu alguma interferência e que o método de Distância Mínima não sofreu interferência alguma, que era esperado dado que este método não utiliza a variância para classificação.

Experimento 3:

Observou-se, neste experimento, se o número de cores conjuntamente discriminadas afetava na performance dos métodos. Com intuito de obter um melhor resultado separou-se as tonalidades de cores em dois grupos que foram chamadas verdes e diversas, onde o grupo verde foi constituído de 6 tonalidades dessa cor e o grupo diversos de 9 tonalidades de cores observadas na natureza.



Verificou-se, no entanto, em todos os métodos, que quanto mais cores forem discriminadas conjuntamente, maior a chance de classificação correta.

Experimento 4:

Foi executado, neste experimento, apenas uma comparação do tempo de processamento entre os métodos, sem a preocupação de otimizar os algoritmos. Apresenta-se na tabela 4.3 o percentual do tempo que cada método gastou para classificação do tempo total utilizado pelos três métodos, quando a discriminação foi feita com 2, 3, 5, 6, 10 e 15 cores simultaneamente.

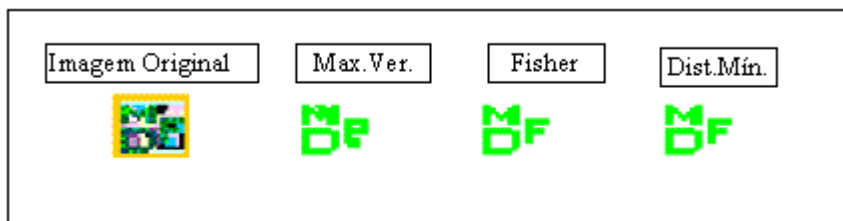
**Tabela 4.3 :** PERCENTUAL DO TEMPO MÉDIO DE PROCESSAMENTO POR MÉTODO E NÚMERO DE CORES SIMULTANEAMENTE DISCRIMINADAS

NÚMERO DE CORES DISCRIMINADAS	MÉTODO			TOTAL
	MÁX. VER.	DIST. MÍN.	FISHER	
2 CORES	59	10	31	100
3 CORES	63	9	27	100
5 CORES	66	11	23	100
6 CORES	63	12	25	100
10 CORES	64	11	25	100
15 CORES	65	10	25	100

Verificou-se que o método mais rápido foi o de Distância Mínima que gastou aproximadamente 10% do tempo total, seguido do método de Fisher que consumiu aproximadamente 30% e do método de Máxima Verossimilhança com aproximadamente 60%.

Experimento 5 :

Na classificação dos tons de verde misturados aos demais constatou-se através do teste da estatística *kappa* que o método de Máxima Verossimilhança apresentou um resultado pouco satisfatório ( $kappa=0,7637$ ) quanto a classificação dos tons de verde, se diferenciando dos demais métodos (Fisher e Distância Mínima) que obtiveram classificação ótima ( $kappa=1,0000$ ), como pode ser visto na figura 4.1.



**Figura 4.1 -** COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS CONSIDERANDO COMPONENTES DEPENDENTES, PARA IMAGEM COM LETRAS.

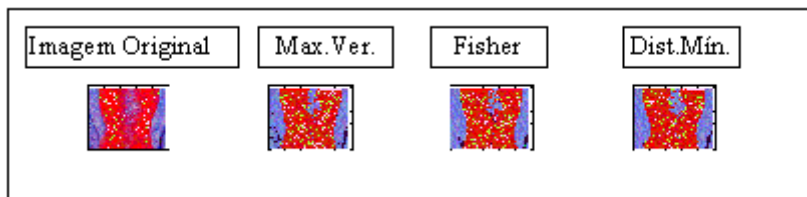
Experimento 6:

Na classificação de parte de uma foto digitalizada onde tudo é aleatório verificou-se, como mostra a figura 4.2, que a performance dos métodos foi diferente, comprovada pelo teste Z de COEHEN (1960), onde observou-se:

$$kappa \text{ (Máxima Verossimilhança)} = 0,8067$$

$$kappa \text{ (Distância Mínima)} = 0,8245$$

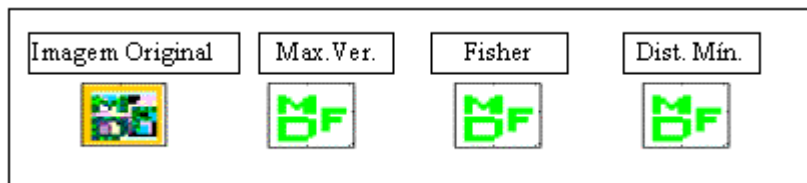
$$kappa \text{ (Fisher)} = 0,7866$$



**Figura 4.2** - COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS CONSIDERANDO COMPONENTES DEPENDENTES, PARA PARTE DA FOTO DIGITALIZADA.

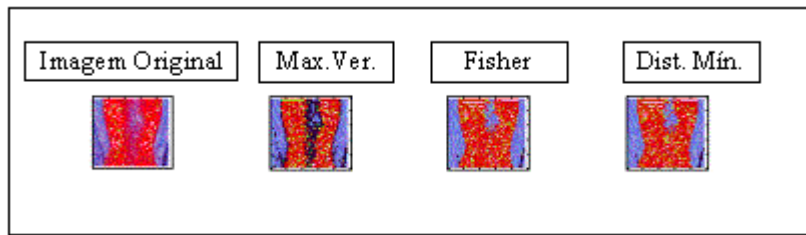
No segundo caso, onde modificou-se os métodos alterando as matrizes de covariância de tal maneira que as componentes das cores fossem consideradas independentes entre si, observou-se que todos os métodos apresentaram solução ótima, isto é, não houve erro nas classificações realizadas quando se controlou as amostras.

Assim, os experimentos 1, 2, 3 e 5 (figura 4.3) não apresentaram erros de classificação e o experimento 4, que se referiu ao tempo de processamento, não mostrou alterações nas proporções do tempo gasto aos métodos, apesar de se observar no total uma maior rapidez de processamento, cerca de 20%, se comparado ao primeiro caso.



**Figura 4.3** - COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS CONSIDERANDO COMPONENTES INDEPENDENTES, PARA IMAGEM COM LETRAS.

Quando se submeteu os métodos ao caso aleatório (experimento 6), o método de Máxima Verossimilhança não apresentou bons resultados apresentando diferenças significativas ao nível de significância de 5%. Analisando a estatística *kappa* de cada um dos métodos resultou em 0,6370 para o método de Máxima Verossimilhança, 0,8245 para o de Distância Mínima e 0,8286 para o método de Fisher. A análise visual pode ser observada na figura 4.4 que segue.



**Figura 4.4** - COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS CONSIDERANDO COMPONENTES INDEPENDENTES, PARA PARTE DA FOTO DIGITALIZADA.

## 5. CONCLUSÃO

Através dos experimentos feitos neste trabalho observou-se que o método de Máxima Verossimilhança não apresentou bons resultados principalmente quando as amostras foram controladas. Porém, no experimento 6 realizado para classificar parte de uma foto digitalizada, verificou-se que este método se comportou satisfatoriamente bem. Sendo assim, pode-se concluir que este método poderia ser utilizado no casos em que os padrões não fossem totalmente conhecidos e que se necessitasse retirar amostras da imagem para determiná-los.

O método de Fisher apresentou bons resultados quando utilizado em sua forma original, isto é, no primeiro caso onde não se alterou as matrizes de covariância supondo assim a dependência entre as componentes da cor, e melhorou ainda mais quando no segundo caso em que as matrizes de covariância foram alteradas (componentes independentes).

O método de Distância Mínima teve excelentes resultados em todos os experimentos controlados e apresentou o melhor desempenho no experimento aleatório.

Conclui-se, então, que o método de Distância Mínima é o mais apropriado para reconhecimento de padrões de cores reais, além ser comprovadamente o mais rápido na classificação entre os métodos estudados, podendo oferecer vantagens quando da necessidade de reconhecimento de cores em tempo real.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARGIALAS, Demetre P. & HALOW, Charles A. Computational Image Interpretation Models: An Overview and a Perspective. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. Vol 56, june 1990, pp. 871-886.
- BOLSTAD, Paul V. & LILLESAND, T. M. Rapid Maximum Likelihood Classification. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. Vol. 57, January 1991, pp. 67-74.
- COHEN, J. A Coefficient of Agreement for Nominal Scales. Educational and Psychological Measurement, vol. XX, No. 1, 1960

- FOODY, Giles M.; McCULLOCH, Mary B. & YATES, William B. Classification of Remotely Sensed Data by an Artificial Neural Network: Issues Related to Training Data Characteristics. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. Vol. 61, No.4, April 1995, pp 391-401.
- GREEN, William B. Digital Image Processing: A Systems Approach. Ed. Van Nostrand Reinhold, New York, 1989.
- GROOVER, Mikell P.; WEISS, Michell; NAGEL, Roger N. & ODREY, Nicholas G. Robótica. Tecnologia e Programação. Ed. McGraw-Hill. São Paulo, 1989.
- JOHNSON, Richard A. & WICHERN, Dean W. Applied Multivariate Statistical Analysis. Ed. Prentice Hall International, 1985.
- LILLESAND, Thomas M & KIEFER, Ralph W. Remote Sensing and Image Interpretation. Ed. John Wiley & Sons, New York, 1994.
- RICHARDS, John A. Remote Sensing Digital Image Analysis. Ed. Springer Verlag Berlin Heidelberg, Alemanha 1986.
- SONKA, Milan; HLAVAC, Vaclav & BOYLE, Roger. Image Processing, Analysis and Machine Vision. Ed. Chapman & Hall, Cambridge, 1993.

(Recebido em 24/03/98. Aceito para publicação em 05/10/98.)