

VISIBILIDADE ENTRE SATÉLITES GPS E UM SATÉLITE ALVO

Sergio Mauri Fabri*
Luiz Danilo Damasceno Ferreira **

Universidade Federal do Paraná
* Departamento de Física, CP: 19081

** Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, CP: 19001
CEP: 81530-900 Curitiba PR Brasil

RESUMO

A possibilidade da determinação autônoma da posição e da atitude de um satélite artificial alvo é um componente chave do uso do GPS no espaço. As características do sistema GPS satisfazem o estudo do movimento de um satélite artificial, tanto no caso da estabilização por rotação quanto no caso da estabilização em três eixos. A propagação das órbitas dos 24 satélites GPS e do satélite alvo, permite o conhecimento do posicionamento da constelação, a construção dos gráficos de visibilidade e o cálculo do fator PDOP para o caso da determinação da posição. Este trabalho apresenta um estudo da visibilidade entre um satélite alvo e os satélites da constelação GPS e o cálculo do fator PDOP, relativo à geometria de visibilidade.

ABSTRACT

A key component for employing GPS on outer space is the possibility of an autonomous determination of position and attitude of a target artificial satellite. The GPS characteristics permit the study of the motion of an artificial satellite being it stabilized by rotation or in a three-axis stabilization procedure. The propagation of the orbits of the 24 GPS satellites along with the target satellite allows, by knowing the constellation's position, the construction of visibility plots and the computation of the PDOP factor. This paper presents a study concerning the visibility among a target satellite and the GPS satellites, and the computation of the PDOP factor related to the geometric of that visibility.

1. INTRODUÇÃO

Um **sistema de navegação por satélites**, associado a um sistema terrestre e um equipamento à bordo do satélite é destinado a fixar a posição do satélite em um sistema de referência conhecido, a qualquer tempo (em intervalos determinados) e sob quaisquer condições meteorológicas. Tal sistema de navegação deve também possuir capacidade de transmissão constante e alta estabilidade em presença de interferências naturais e artificiais.

Desta forma, a questão da visibilidade entre um satélite alvo e os satélites da constelação GPS torna-se objeto de interesse.

2. SENSOR GPS

O GPS está revolucionando as operações espaciais, mesmo sabendo-se que o receptor GPS pode ser considerado um sensor simples. No entanto é um sensor capaz de diversas funções, muitas das quais têm sido realizadas por componentes de voo completamente separados e não relacionados. Aplicável à navegação, guiagem em malha fechada, controle de atitude e à transferência de tempo com precisão atômica $O(10^{-13})$, o GPS é um sensor *deca*-dimensional, fornecendo Posição (3 dimensões), Velocidade (3 dimensões), Tempo (1 dimensão) e Atitude (3 dimensões) (PVTa). Com o amadurecimento da tecnologia do GPS, o custo do receptor, tamanho, massa e consumo de potência decrescem rapidamente.

Este trabalho trata apenas dos requisitos de visibilidade e de geometria instantânea, não levando em conta nenhum aspecto de determinação de atitude.

3. VISIBILIDADE POTENCIAL

De acordo com a Figura 1, a condição para que o satélite alvo seja visível a um satélite da constelação GPS, é (Paiva, 1988):

$$\kappa \geq \pi, \quad (1)$$

onde κ é o ângulo formado pelas tangentes à superfície da Terra, dos dois satélites. Da trigonometria tem-se que:

$$\kappa = 2\pi - (\gamma + \gamma_1 + \gamma_2), \quad (2)$$

onde γ_1 e γ_2 são os raios angulares da Terra em relação ao satélite alvo e ao *g*-ésimo satélite GPS, respectivamente e γ é o ângulo formado pelos raios vetores instantâneos dos dois satélites.

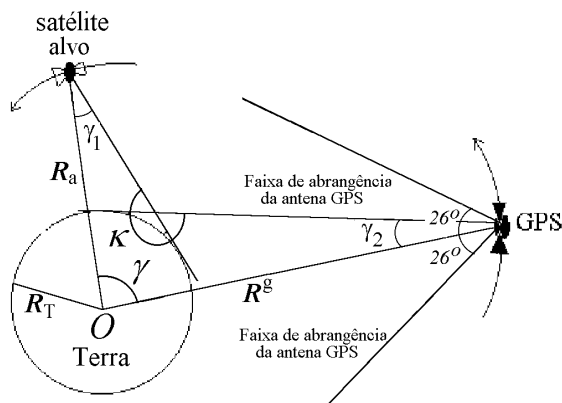


Figura 1: Ângulo de visibilidade entre satélites.

A condição de visibilidade pode ser escrita como $\kappa - \pi \geq 0$, e a Equação (2) toma a forma:

$$\kappa = \pi - (\gamma + \gamma_1 + \gamma_2) \geq 0. \quad (3)$$

Os ângulos γ , γ_1 e γ_2 são calculados através das relações:

$$\cos \gamma = \frac{\vec{R}_a \cdot \vec{R}^g}{R_a R^g}, \quad \sin \gamma_1 = \frac{R_T}{R_a}, \quad \sin \gamma_2 = \frac{R_T}{R^g},$$

onde \vec{R}_a é o raio vetor instantâneo do satélite alvo, \vec{R}^g é o raio vetor instantâneo do satélite GPS, R_a é o módulo de \vec{R}_a , R^g o módulo de \vec{R}^g e R_T o raio da Terra.

Como pode ser observado na Figura (1), um satélite GPS transmite sinais abrangendo uma faixa de 26° em meio cone. O satélite alvo, para os objetivos deste estudo é um satélite de órbita baixa, não sendo afetado por essa limitação na transmissão dos sinais.

Numa idéia realista da questão da visibilidade, apresenta-se, num primeiro estudo, uma simulação digital sem levar-se em conta a posição e a geometria das antenas a serem instaladas no satélite alvo. O objetivo do teste é verificar o número de satélites GPS visíveis, sem um estudo prévio da geometria dos satélites GPS no espaço (PDOP) [Figura 2], nos intervalos de visibilidade.

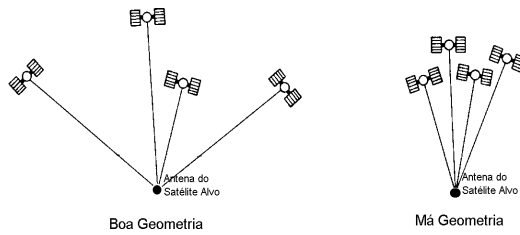


Figura 2: Geometria dos satélites GPS.

Fonte: Seeber, 1993.

Os elementos keplerianos do satélite alvo considerado para essa simulação, são : $a = 7000000,00$ m (semi-eixo maior), $e = 0,02$ (excentricidade), $i = 45^\circ$ (inclinação), $\Omega = 32,761^\circ$ (longitude do nodo ascendente), $\omega = 45,82^\circ$ (argumento do perigeu) e $M = 29,993^\circ$ (anomalia média), escolhidos arbitrariamente.

O gráfico de visibilidade é apresentado na Figura 3, construído após a propagação das órbitas dos 25 satélites com passo de 20 segundos, durante 200 segundos.

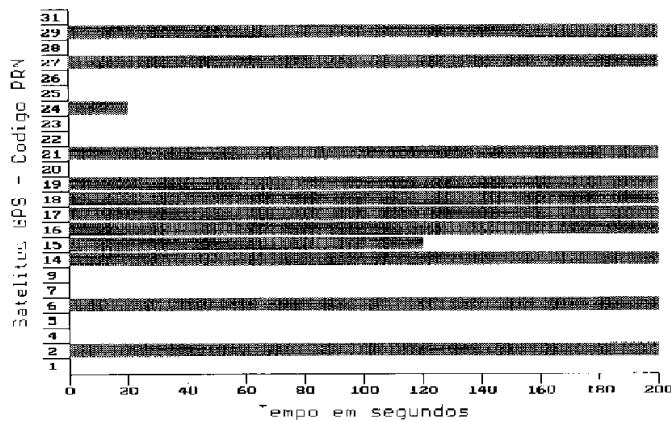


Figura 3: Visibilidade potencial.

4. VISIBILIDADE EFETIVA

O espaço disponível e o custo são fatores que limitam a colocação de múltiplas antenas em um satélite artificial. Seis ou oito antenas dariam ao satélite alvo uma visibilidade constante, qualquer que fosse sua posição no espaço.

Optou-se nesse trabalho, pela colocação de apenas duas antenas receptoras na face positiva de rotação do satélite alvo que é estabilizado por rotação. A escolha da disposição das antenas restringe o ângulo de aspecto (ângulo formado pelo eixo

de rotação e o sinal emitido pelo satélite GPS) a uma amplitude entre 0^0 e 90^0 [Figura 6].

O sistema de referência local (X_a, Y_a, Z_a) do satélite alvo relaciona-se por rotação de eixos, com o sistema de referência pseudo-inercial (X_I, Y_I, Z_I) paralelo ao sistema de referência inercial externo (X, Y, Z). O sistema local não é necessariamente paralelo aos outros dois [Figura 4].

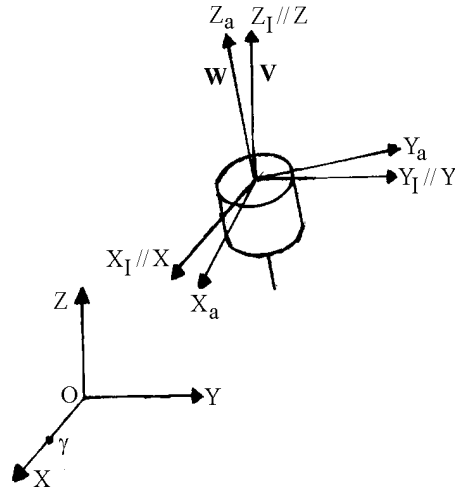


Figura 4: Sistemas de referência.

Para levar o sistema local ao sistema pseudo-inercial, deve-se efetuar uma rotação 313 dos ângulos de Euler [Figura 5], tal que (Wertz, 1978):

$$\vec{W} = R_{313}(\varphi, \theta, \phi) \vec{V}, \quad (4)$$

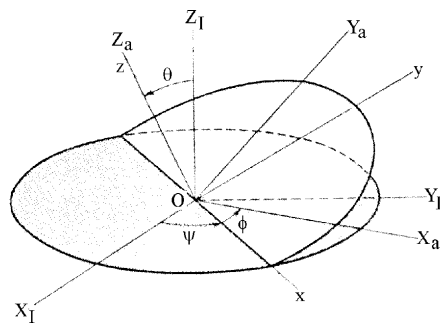


Figura 5: Ângulos de Euler.

onde $\vec{W} = W_x \hat{X}_a + W_y \hat{Y}_a + W_z \hat{Z}_a$ e $\vec{V} = V_x \hat{X}_I + V_y \hat{Y}_I + V_z \hat{Z}_I$.

Nesta transformação os ângulos de Euler $\phi(0,2\pi)$, $\varphi(0,2\pi)$ e $\theta(0,\pi)$, são tomados arbitrários, o vetor de rotação é calculado através da relação,

$$\vec{W} = w \hat{Z}_a, \quad (5)$$

e o ângulo de aspecto α_a^g é dado pela expressão:

$$\vec{W} \cdot \vec{R}_a^g = w R \cos \alpha_a^g(t_k), \quad (6)$$

na qual, $\vec{R}_a^g = \vec{R}^g - \vec{R}_a$, w é o módulo do vetor \vec{W} , R_a^g é o módulo do vetor \vec{R}_a^g e t_k é o instante da observação.

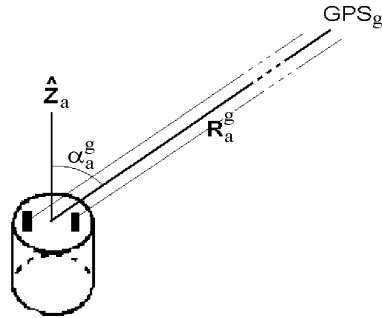


Figura 6: Ângulo de aspecto entre o eixo de rotação e a direção do sinal GPS.

Com a limitação do ângulo de aspecto [Figura (6)] ao intervalo entre 0^0 e 90^0 , os ângulos de Euler escolhidos tais que, $\varphi = 50^0$, $\phi = 40^0$ e $\theta = 30^0$, a velocidade de rotação w do satélite alvo fixada em $30rpm$ e $t_k = 20s$ (fixo para cada passo de integração), o gráfico de visibilidade é apresentado na Figura (7):

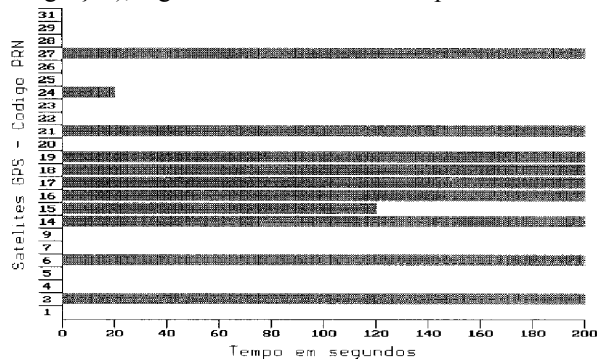


Figura 7: Visibilidade efetiva.

Com a limitação do ângulo de aspecto, nessa simulação, há a perda de visibilidade do satélite GPS (PRN 29). Todos os demais permanecem visíveis em seus respectivos intervalos.

5. DILUIÇÃO DA PRECISÃO DE POSIÇÃO (PDOP)

Dois importantes tipos de observações GPS são efetuados: as observações de *pseudo-distâncias* e as observações das *fases das portadoras*, mas, para a navegação, as técnicas de pseudo-distância são as mais usadas (Leick, 1994).

A pseudo-distância é a medida da distância entre o satélite GPS e o satélite alvo nas épocas de transmissão e recepção dos sinais. O tempo de deslocamento dos sinais é medido comparando-se códigos PRN (*pseudo random noise*) idênticos, gerados pelo satélite GPS e pelo receptor do satélite alvo. A técnica de pseudo-distância pode ser aplicada para códigos P ou para códigos C/A. Os atrasos nas propagações na troposfera e na ionosfera afetam diretamente as medidas de pseudo-distância mas não são tratadas nesse trabalho. A expressão geral da técnica de pseudo-distância é:

$$P_a^g = (t_a - t^g)c = R_a^g + (dt^g - dt_a)c + I_a^g + T_a^g. \quad (7)$$

Nessa equação, o índice a refere-se ao satélite alvo, o índice superior g refere-se aos satélites GPS, t_a é o tempo nominal do receptor instalado no satélite alvo, t^g é o tempo nominal transmitido pelos satélites GPS, I_a^g é o atraso ionosférico, T_a^g é o atraso troposférico, c é a velocidade da luz e R_a^g é a distância entre o satélite alvo e o satélite GPS, dada por:

$$R_a^g = \sqrt{(X^g - X_a)^2 + (Y^g - Y_a)^2 + (Z^g - Z_a)^2}, \quad (8)$$

onde (X^g, Y^g, Z^g) e (X_a, Y_a, Z_a) são as coordenadas cartesianas dos satélites GPS e alvo, respectivamente, no sistema pseudo-inercial.

Como as órbitas dos satélites GPS e do satélite alvo são conhecidas, persistem ainda, na Equação (7), quatro valores não conhecidos: dois erros de relógios e os atrasos na propagação da ionosfera e da troposfera. O efeito dos erros dos relógios dos satélites GPS é negligenciável em casos típicos de solução de navegação, particularmente considerando-se que os erros de tempo são indistinguíveis em presença dos atrasos ionosférico e troposférico. O termo desconhecido dt_a (erro do relógio do receptor do satélite alvo) é resolvido simultaneamente com a posição do receptor para cada época de observação, através de quatro pseudo-distâncias:

$$P_a^g = \sqrt{(X^g - X_a)^2 + (Y^g - Y_a)^2 + (Z^g - Z_a)^2} + cdt_a, \quad (9)$$

onde o índice superior $g = 1, 2, 3, 4$.

A técnica de posicionamento de pseudo-distância depende da precisão das efemérides dos satélites GPS pois suas coordenadas, bem como as do satélite alvo, são consideradas conhecidas. A precisão da solução de navegação situa-se tipicamente em torno de $10m$ a $20m$ se o código P for usado mas essa precisão piora com o uso do código C/A (para antenas fixas em terra) (Leick, 1994).

É comum o uso dos fatores de *diluição de precisão* (DOP) para descrever o efeito da distribuição geométrica dos satélites GPS em relação ao satélite alvo. Os fatores DOP são simples funções dos elementos da diagonal da matriz covariância dos parâmetros ajustados. Em geral, $\sigma = DOP \cdot \sigma_0$, onde σ_0 é o desvio padrão das pseudo-distâncias observadas e σ é o desvio padrão, por exemplo, da posição horizontal ou da posição vertical. Para esses cálculos, as observações de pseudo-distâncias são consideradas não correlacionadas e a matriz peso é $P = \sigma_0^2 I$. Como o modelo matemático é dado pelo sistema de Equações (9), a matriz de geometria resulta:

$$A = - \begin{bmatrix} \frac{X^1 - X_a}{R_a^1} & \dots & \frac{Z^1 - Z_a}{R_a^1} & c \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{X^4 - X_a}{R_a^4} & \dots & \frac{Z^4 - Z_a}{R_a^4} & c \end{bmatrix},$$

e a matriz cofatora das posições ajustadas do satélite alvo e do relógio do receptor é:

$$Q_x = (A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \dots & \sigma_{14}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{41}^2 & \dots & \sigma_{44}^2 \end{bmatrix}.$$

Os fatores DOP não são outra coisa que a soma de elementos específicos da diagonal da matriz cofatora das posições ajustadas e desta forma, o fator de interesse nesse trabalho, o fator PDOP (*diluição da precisão de posição*) é calculado através da expressão:

$$PDOP = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2}. \quad (10)$$

6. TESTES E CONCLUSÃO

Bol. Ciênc. Geod., Curitiba, v. 4, p.3-13, 1999.

Os elementos keplerianos do satélite alvo (escolhidos arbitrariamente) e os elementos keplerianos dos satélites GPS, convertidos dos arquivos RINEX (Mog, 1995), permitiram o conhecimento das órbitas do conjunto de 25 satélites, para os casos de testes.

A propagação dos elementos keplerianos dos 24 satélites GPS e do satélite alvo durante 200 segundos, com passo de propagação de 20 segundos proporciona a construção do gráfico de visibilidade. Quando a posição das antenas receptoras é definida na face superior de rotação do satélite alvo, o gráfico de visibilidade apresenta ou não redução de satélites GPS conservando, no entanto, o número mínimo de quatro satélites em todo o intervalo de observação. É importante evidenciar que a visibilidade de satélites no espaço não sofre as interrupções comuns aos receptores em terra (morros, árvores, edifícios, etc.).

Uma vez garantida a visibilidade dos satélites GPS, pelo satélite alvo, é feito o cálculo do fator PDOP, conforme o algoritmo apresentado por Leick (1994). Os resultados apresentados a seguir dão uma idéia do trabalho de cálculo. No intervalo de propagação entre 120 e 140 segundos, tem-se um total de cento e vinte e seis combinações, quatro a quatro. Desprezando-se os valores de PDOP maiores que 4, o resultado é apresentado na Tabela (1).

Este trabalho pode ser complementado por um tratamento específico para o caso da determinação de atitude de satélites artificiais onde, ao invés do tratamento das observações de *pseudo-distâncias*, tomam-se como observações, as *fases das portadoras* e calcula-se o fator ADOP (*diluição da precisão para a atitude*) no lugar do cálculo do fator PDOP.

Tabela 1: Valores de PDOP para o intervalo de 120 a 140 segundos.

Tempo em segundos	Satélites GPS PRN	PDOP	Tempo em segundos	Satélite GPS PRN	PDOP
120-140	6,17,18,21	3,46	120-140	6,17,21,27	3,18
“	6,18,2,21	3,47	“	6,18,16,21	3,63
“	6,18,19,21	3,87	“	6,2,14,27	3,83
“	6,2,21,27	3,00	“	6,14,16,27	3,95
“	6,14,19,27	3,95	“	6,16,19,21	3,84
“	6,16,21,27	3,45	“	6,19,21,27	3,24
“	17,18,2,21	3,00	“	17,18,19,21	3,74
“	17,2,14,27	3,51	“	17,2,21,27	2,59
“	17,19,21,273	3,43	“	18,2,14,16	3,84
“	18,2,16,21	2,83	“	18,16,19,21	3,68
“	2,14,16,27	3,05	“	2,16,19,21	3,83
“	2,16,21,27	2,50	“	2,19,21,27	3,81
“	14,16,19,27	3,95	“	16,19,21,27	3,37

Vinte e seis valores situam-se abaixo do valor 4: segundo Seeber (1993), os valores do melhor PDOP permanecem a maior parte do tempo, abaixo do valor 3 e

segundo Leick (1994) este valor deve ser aproximadamente 2,83. Note-se no entanto, que os valores preconizados pelos dois autores foram calculados para uma estação receptora fixa em terra. No caso dos testes, a estação receptora encontra-se em órbita. Nesse caso, o valor para o melhor PDOP foi escolhido como o menor valor da tabela e situa-se em torno de 2,50. A Tabela (2) mostra todos os valores escolhidos para todos os passos de observação.

Tabela 2: Valores de PDOP para 200 segundos de observação.

Tempo em segundos	Satélite GPS PRN	PDOP
0-20	27,24,16,2	2,39
20-40	27,21,16,2	2,52
40-60	“	2,51
60-80	“	2,51
80-100	“	2,50
100-120	“	2,50
120-140	“	2,50
140-160	“	2,50
160-180	“	2,50
180-200	“	2,49

Cabe ainda ressaltar que esses resultados foram obtidos levando-se em conta apenas a perturbação devida ao geopotencial e sem as correções dos erros provocados pela propagação na atmosfera e pelo relógio do receptor. Outras perturbações inerentes ao sistema, como a radiação solar e a atração luni-solar, entre outras, não foram levadas em conta, visto que, este trabalho visou mais o aspecto qualitativo da visibilidade.

A análise dos resultados de visibilidade efetiva e do fator PDOP confirma a possibilidade de uso do receptor GPS como sensor de satélites artificiais, nos casos de determinação de órbita e de atitude (respeitadas as peculiaridades de cada caso e de cada missão), possibilidade essa que vem somar-se às tantas outras aplicações do sistema GPS nas áreas de dinâmica de órbitas e de geodésia.

7. AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal do Paraná (UFPR) através do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (CPGCG) e ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) através da Divisão de Mecânica Espacial e Controle (DEM), pela oportunidade criada através do convênio de cooperação técnico-científica, firmado entre as duas instituições e, principalmente ao Dr. Ulisses Thadeu Vieira Guedes do INPE, pelo inestimável auxílio na parte computacional.

BIBLIOGRAFIA

Bol. Ciênc. Geod., Curitiba, v. 4, p.3-13, 1999.

- LEICK, Alfred. *GPS Satellite Surveying*. New York: John Wiley & Sons, 2 ed., 1994.
- MOG, Darvin É. *Determinação de órbita dos Satélites NAVSTAR-GPS*. Curitiba, 1995. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas), Universidade Federal do Paraná.
- PAIVA, Ricardo Negreiros de. *Determinação autônoma de Órbita Usando o GPS*. São José dos Campos, 1988. Tese (Doutorado em Ciência Espacial), Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais [INPE-4815-TDL/361].
- SEEBER, Günter. *Satellite Geodesy. Foundations, Methods and Applications*. New York: deGruyter, 1993.
- WERTZ, James R. *Spacecraft Attitude Determination and Control*. Boston: D. Reidel, 1978.

(Recebido em 03/09/97. Aceito para publicação em 06/01/98.)