

ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE REDES GEODÉSICAS

Analysing Geodetic Network Reliability

NIEL NASCIMENTO TEIXEIRA
LUIZ DANILO DAMASCENO FERREIRA

Universidade Federal do Paraná
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
Departamento de Geomática – Laboratório de Geodésia Espacial
nielnt@geoc.ufpr.br ; danilo@geoc.ufpr.br

RESUMO

A qualidade de uma rede geodésica tem sido, tradicionalmente, descrita pelas medidas de precisão de coordenada, as quais são obtidas com as quantidades da matriz de covariâncias das coordenadas estimadas. No entanto, as quantidades contidas nesta matriz não possibilitam a detecção de erros grosseiros nas observações e a estimação dos efeitos destes erros nas coordenadas estimadas. Deste modo, as medidas de confiabilidade, cujo conceito se subdivide em confiabilidade interna e confiabilidade externa, realizam a tarefa de detectar tais erros a um nível de confiança ($1-\alpha$) e poder de teste ($1-\beta$), bem como estimam suas influências nas coordenadas a partir de matrizes oriundas do ajustamento de rede geodésica pelo método dos mínimos quadrados. Por isso, estas medidas indicam o quanto as observações são confiáveis. Em geral, a confiabilidade de uma rede geodésica depende de sua geometria, caracterizada pela matriz de redundância obtida do ajustamento, e da precisão de suas observações. Portanto, o propósito deste trabalho é apresentar e discutir a teoria envolvida nas medidas de confiabilidade. Apresenta-se também, a aplicação desta teoria em uma campanha de levantamentos GPS realizada na rede geodésica da Companhia Paranaense de Energia Elétrica (COPEL), onde os resultados obtidos são descritos e analisados. E ao final, são feitas as devidas considerações.

Palavras-chave: detecção de erros; medidas de confiabilidade; confiabilidade interna; confiabilidade externa.

ABSTRACT

Traditionally, the quality of a geodetic network has been described by the measures of its precision, in that the main element is the covariances matrix of estimated

coordinates. However, the quantities contained in this matrix do not enable blunders detection in the observations and in the estimation of the effects of these blunders of estimated coordinates. In this way, the reliability measures, whose concept is subdivided in internal reliability and external reliability, accomplished the mentioned task to detect these blunders with confidence level $(1-\alpha)$ and power of the test $(1-\beta)$, as well as to estimate its influences in the coordinates using the Least – Squares Adjustment. Therefore, these measures denote as much as the observations are reliable. In general, the reliability of a geodetic network depends on its geometry that is characterized by the redundancies matrix and of the precision of its observations. This paper aims at presenting and discussing the theory related to reliability measures. A practical experiment accomplished in the GPS geodetic network of COPEL (Electricity Company of State of Paraná, Brazil) is also presented, whose results obtained are described and analyzed. Finally, some related considerations are done.

Keywords: blunders detection; reliability measures; internal reliability; external reliability

1. INTRODUÇÃO

Uma rede geodésica é constituída por um conjunto de pontos materializados no terreno, com suas posições referenciadas a um sistema de coordenadas. As medições geodésicas, como por exemplo, observações de distâncias e direções, feitas nestes pontos, permitem a determinação de suas posições mediante um ajustamento pelo Método do Mínimos Quadrados.

Em seguida, a análise da qualidade do ajustamento, bem como, a localização de possíveis erros embutidos nas observações, são realizadas por meio de testes estatísticos. Deste modo, utiliza-se o teste global com o propósito de verificar a compatibilidade das observações com o modelo matemático (funcional e estocástico) empregado. Este teste indica a qualidade do ajustamento, se apresenta ou não um bom desempenho. A estatística do teste para a i -ésima observação é dada pelo teste *data snooping* de Baarda (BAARDA, 1968), que tem como objetivo principal a localização de possíveis erros embutidos nas observações. No entanto, estes dois testes requerem que a precisão das observações sejam conhecidas. Todavia, há casos em que se tem um conjunto de observações para ajustar, em que a precisão das observações não são conhecidas. Nestes casos, após o ajustamento não é realizado o teste global, mas somente o teste tau, que é uma adaptação do teste *data snooping* com vistas à se adequar a esta situação (POPE, 1976; KAVOURAS, 1982; KUANG, 1996).

Embora, os testes global, *data snooping* ou o teste tau sejam benéficos às análises pós-ajustamento, eles não quantificam a magnitude dos erros contidos nas observações. Tais erros ocasionam a alteração dos resultados, como por exemplo., a alteração das coordenadas dos pontos da rede geodésica. Sendo assim, é necessária a

utilização das medidas que indiquem o quanto as observações são confiáveis. Essas medidas são chamadas medidas de confiabilidade.

A teoria envolvida nas medidas de confiabilidade servem para a decisão se um erro é detectável e qual influência tem o erro não-detectável nos resultados do ajustamento. Pode-se afirmar ainda, que esta teoria descreve como a rede reage a erros mínimos nas observações, e visa determiná-los a um nível de confiança $(1-\alpha)$ e poder de teste $(1-\beta)$ (KUANG, 1996).

O conceito de medidas de confiabilidade se subdivide em confiabilidade interna e confiabilidade externa. A confiabilidade interna quantifica a menor porção do erro existente na observação que pode ser localizado com uma dada probabilidade, enquanto que a confiabilidade externa quantifica a influência dos erros não-detectáveis nas coordenadas dos pontos (MORAES, 2001).

Apesar de a confiabilidade interna e a confiabilidade externa quantificarem a porção ou influência dos erros contidos em grandezas distintas (observações e coordenadas), a confiabilidade de uma rede geodésica, em geral, está atrelada a sua geometria e a precisão das observações.

Em vista disso, este trabalho tem como objetivo apresentar a teoria envolvida nas medidas de confiabilidade, tratando os aspectos intrínsecos da confiabilidade interna e confiabilidade externa, e aplicá-las em uma campanha de levantamentos com o Global Positioning System (GPS) realizada na rede geodésica da Companhia Paranaense de Energia Elétrica (COPEL). Os resultados alcançados serão descritos e analisados, sendo ao final, feitas as devidas considerações.

2. MEDIDAS DE CONFIABILIDADE

2.1 CONFIABILIDADE INTERNA

A confiabilidade interna quantifica a menor porção do erro existente na observação que pode ser localizado com uma dada probabilidade, ou seja, indica o erro mínimo que se encontra em uma observação que é sensível ao teste (FÖRSTNER, 1979; BENNING, 1983; GRIMM-PITZINGER e HANKE, 1988, KUANG, 1996).

Estima-se estatisticamente o valor mínimo do erro detectável (∇l_{0i}) na observação (l_i), pela equação (LEICK, 1995):

$$\nabla l_{0i} = \left| \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \sigma_{l_i} \right|, (i = 1, \dots, n) \quad (1)$$

em que: δ_0 , σ_{l_i} e r_i são respectivamente, o parâmetro de não-centralidade, o desvio padrão da i -ésima observação e sua respectiva redundância parcial.

A equação (1) mostra que ∇l_{0i} depende (FÖRSTNER 1979; BENNING 1983):

- a) da precisão das observações, a qual é descrita pelo desvio padrão σ_{l_i} ;
- b) da geometria da rede, caracterizada pela redundância parcial r_i ;
- c) do nível de significância α ;
- d) da qualidade ou poder de teste, como por exemplo, a probabilidade para detectar a observação com erro grosseiro; e do parâmetro de não-centralidade.

A matriz $\mathbf{R}$, é uma matriz onde estão as redundâncias parciais (r_i), que pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{\hat{\sigma}_0^2} \sum \mathbf{v} \mathbf{P}, \quad (2)$$

onde $\hat{\sigma}_0^2$, $\sum \mathbf{v}$ e $\mathbf{P}$ são respectivamente, a unidade de variância a posteriori, a matriz de covariâncias dos resíduos e a matriz dos pesos.

As redundâncias parciais (r_i), calculadas a partir da equação (2), são benéficas ao controle das observações. Estas grandezas variam de 0 a 1 (LEICK, 1995). Os valores de redundância próximos de zero, podem indicar erros significativos, uma vez que o resíduo não reflete suficientemente o possível erro embutido na observação. Na tabela 1 estão os intervalos recomendados para a orientação da decisão sobre a controlabilidade de observações mediante as redundâncias parciais.

Tabela 1 – Controle de observações por meio de redundâncias parciais

INTERVALO	CONTROLABILIDADE
$0 \leq r_i < 0,01$	Não Há
$0,01 \leq r_i < 0,1$	Ruim
$0,1 \leq r_i \leq 0,3$	Suficiente
$0,3 \leq r_i < 1$	Boa

Fonte: Mürle E Bill (1984, P. 48).

O parâmetro de não-centralidade (δ_0) é obtido por meio da distribuição normal reduzida, o qual pode ser calculado pela seguinte expressão (KUANG, 1996):

$$\delta_0 = Z_{\frac{\alpha}{2}} - \theta_{\beta_0}^{-1}, \quad (3)$$

em que: $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ significa o valor crítico ao nível de significância α , valor este, que

indica um dos limites do intervalo de confiança $(1-\alpha)$ e, $\theta_{\beta_0}^{-1}$ é a função de probabilidade inversa da distribuição normal reduzida. A tabela 2 apresenta alguns parâmetros de não – centralidade calculados em função do poder de teste $(1-\beta_0)$ e do nível de significância (α_0) para 10 graus de liberdade.

Tabela 2 – Parâmetro de não-centralidade em função do poder de teste $(1-\beta_0)$ e nível de significância (α_0)

Poder de Teste ($1-\beta_0$)	Nível de Significância (α_0)			
	$\alpha_0=0,01\%$	$\alpha_0=0,10\%$	$\alpha_0=1\%$	$\alpha_0=5\%$
50%	3,72	3,29	2,58	1,96
70%	4,41	3,82	3,10	2,48
80%	4,73	4,13	3,42	2,80
90%	5,17	4,57	3,86	3,24
95%	5,54	4,94	4,22	3,61
99%	6,22	5,62	4,90	4,29
99,90%	6,98	6,38	5,67	5,05

Fonte: Kuang, 1996.

Em seguida estima-se o possível erro embutido nas observações, pela expressão:

$$\nabla l_i = \frac{|v_i|}{r_i}, \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4)$$

onde v_i é o resíduo da i -ésima observação.

Finalmente, compara-se a equação (1) com a equação (4). É provado estatisticamente que a observação (l_i) possui um erro significativo se (KUANG, 1996):

$$\nabla l_i \geq \nabla l_{0i} \quad (5)$$

2.2 CONFIABILIDADE EXTERNA

A confiabilidade externa trata somente da influência dos erros não detectáveis nas coordenadas dos pontos. Deste modo, o vetor das correções $\mathbf{X}$ na presença de um erro grosseiro ∇l_i é expresso por

$$\hat{\mathbf{X}} = -\mathbf{N}\mathbf{A}^T\mathbf{P}(\mathbf{L} - \mathbf{I}_i\nabla l_i) = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{L} + \mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{I}_i\nabla l_i = -\mathbf{X} + \nabla\mathbf{X}, \quad (6)$$

em que:

$\mathbf{N}$: matriz dos coeficientes das equações normais;

$\mathbf{A}$: Matriz das derivadas das equações de observação em relação às incógnitas;

$\mathbf{P}$: Matriz dos pesos das observações;

$\mathbf{L}$: Vetor da diferença entre o vetor dos valores calculados e o vetor dos valores observados;

$\mathbf{I}_i$: i-ésima coluna de uma matriz identidade $n \times n$.

Assim, o efeito do erro grosseiro ∇l_i no vetor solução é dado por:

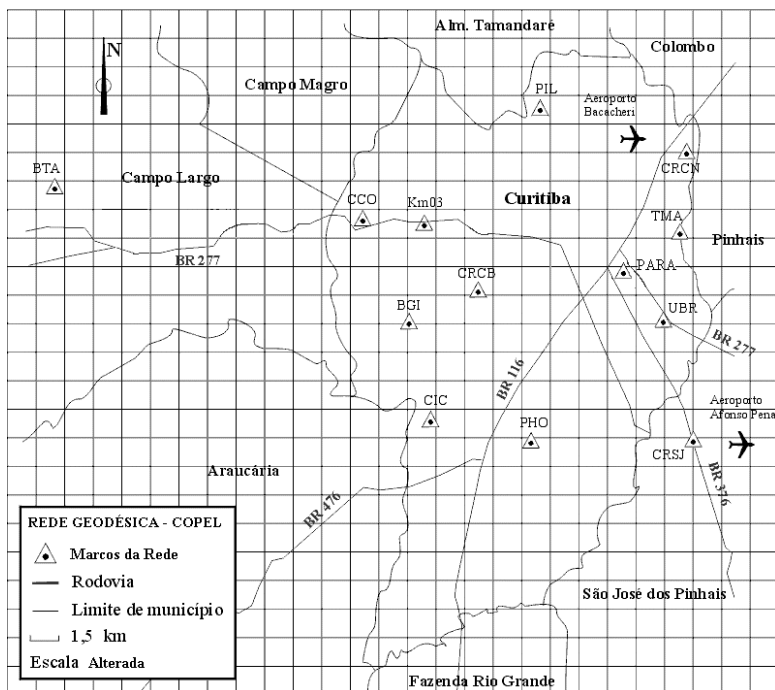
$$\nabla\mathbf{x} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{I}_i\nabla l_i \quad (7)$$

3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

3.1 DESCRIÇÃO, PLANEJAMENTO E EXECUÇÃO DA CAMPANHA

Com o propósito de aplicar os conceitos de medidas de confiabilidade, utilizar-se-á os dados provenientes de uma campanha GPS realizada no período de 16 a 24 de julho de 2001, sobre a rede geodésica da Companhia Paranaense de Energia Elétrica (COPEL), que é composta de 15 estações. No entanto, devido à dificuldades técnicas utilizou-se apenas 10 estações, sendo que destas, uma foi utilizada como estação base. Esta rede está localizada nos municípios de Curitiba, São José dos Pinhais, Colombo e Paranaguá. A figura 1 ilustra a distribuição geométrica das estações da rede geodésica da COPEL, utilizadas neste trabalho.

Figura 1 – Distribuição geométrica dos marcos da rede.



Esta rede foi implantada com o objetivo de que suas estações servissem de referência para os levantamentos cadastrais de postes e de linhas de transmissão com o uso do GPS. Por isso, estas estações se encontram em subestações e prédios dos centros regionais da COPEL. Nas subestações, estas estações foram materializadas diretamente no solo por meio de estruturas tronco-piramidais de concreto (figura 2), enquanto que nos prédios dos centros regionais elas foram materializadas em pilares de centragem forçada (figura 3).

Figura 2 – Estação no Solo



Figura 3 – Pilar de Centragem Forçada



Para o posicionamento das estações desta rede, foram utilizadas duas estações base, a KM03, pertencente a COPEL, e a PARA, pertencente a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC). A técnica de posicionamento utilizada foi a estática, empregando-se três receptores geodésicos (2 Ashtech Z-XII e 1 Trimble SSI). Utilizou-se uma taxa de coleta de dados de 15 segundos, ângulo de elevação mínimo de 15 graus e período de ocupação em cada estação foi de aproximadamente 120 minutos.

As linhas de bases formadas e seus respectivos comprimentos, podem ser vistos na tabela 3.

Tabela 3 – Comprimento das linhas de base

EST. BASE	EST. RELAT.	CLB (KM)	EST. BASE	EST. RELAT.	CLB (KM)
PARA	UBR	3,838	KM03	UBR	14,149
	TMA	3,519		TMA	14,068
	PHO	10,899		PHO	12,998
	CCO	14,098		CCO	2,894
	CRSJ	10,362		CRSJ	18,753
	PIL	9,523		PIL	9,378
	CRCN	6,937		CRCN	15,001
	CRCB	7,875		CRCB	4,699
	BTA	30,391		BTA	19,238

NOTA: CLB = Comprimento da Linha de Base.

3.2 PROCESSAMENTO E AJUSTAMENTO DOS DADOS

Os dados coletados, conforme descrito na seção anterior, foram pós-processados utilizando-se o programa PRISM IITM (*Ashtech Precision GPS Surveying Software*), por meio do qual foram realizadas a preparação dos dados brutos e o processamento deles. Porém, o ajustamento de cada estação relativa foi realizado separadamente, por meio de uma rotina desenvolvida no MATLAB, versão 5.3. Durante a fase de processamento das linhas de base, retirou-se os satélites que apresentavam resíduos altos. É importante mencionar, também, que todas as linhas de base tiveram as ambigüidades resolvidas e fixadas. As Figuras 4 e 5, mostram, respectivamente, os desvios padrão das coordenadas X, Y e Z (WGS-84) das linhas de base formadas entre as estações base PARA e KM03, e as estações relativas.

Figura 4 – Desvio padrão em X, Y e Z (WGS-84) das estações relativas tendo como referência a estação PARA

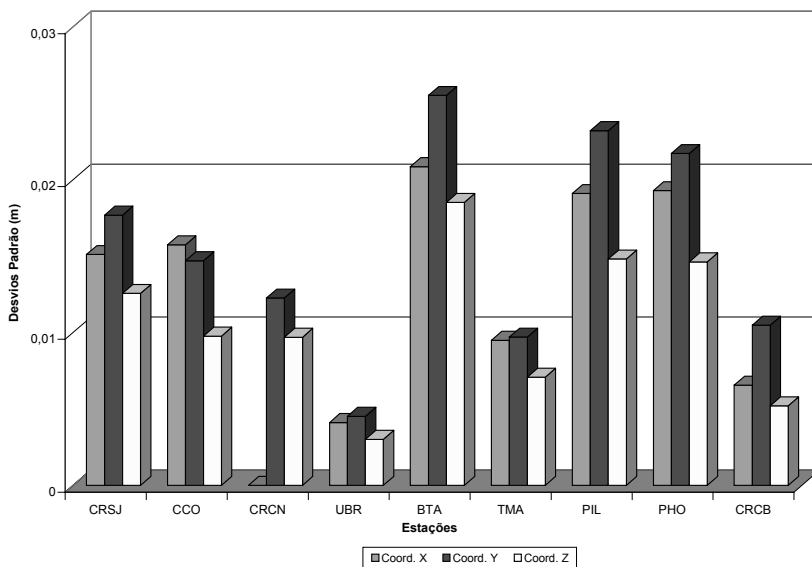
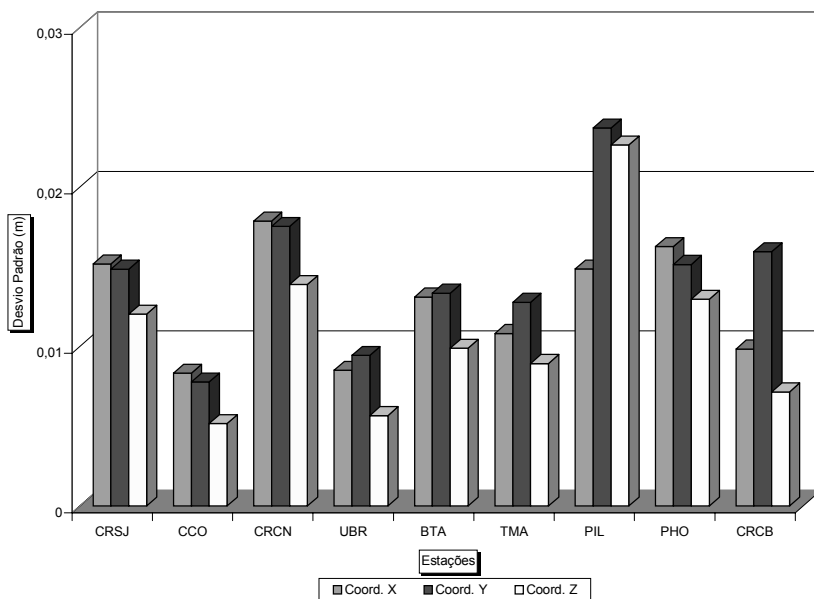


Figura 5 – Desvio padrão em X, Y e Z (WGS-84) das estações relativas tendo como referência a estação KM03



Cada estação relativa foi posicionada em função de duas estações base, sendo assim, formadas duas linhas de base (como já visto anteriormente) e gerados seis vetores de posição, três vetores ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) para cada linha de base. Deste modo, estes vetores são considerados como observações e as coordenadas das estações relativas são os parâmetros a serem determinados no ajustamento pelo método dos mínimos quadrados.

As observações ajustadas (vetores posições) com seus respectivos desvios padrão, podem ser vistos na tabela 4.

Tabela 4 – Vetores posições ajustados com seus respectivos desvios padrão

EST. BASE	EST. REL.	VETORES DE POSIÇÃO AJUSTADOS			DESVIOS PADRÃO		
		ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)	σ_x (m)	σ_y (m)	σ_z (m)
PARA	CRSJ	326,14887	5744,52739	-8620,02323	0,01192	0,01397	0,00991
KM03		8211,01127	13500,98319	-10104,4442	0,01192	0,01397	0,00991
PARA	CRCN	4205,47388	160,94686	5516,20370	0,03075	0,03075	0,03075
KM03		12090,33628	7917,40266	4031,78270	0,03075	0,03075	0,03075
PARA	UBR	873,36383	2514,26337	-2766,18085	0,02408	0,02408	0,02408
KM03		8758,22623	10270,71917	-4250,60184	0,02408	0,07614	0,02408
PARA	TMA	2773,48072	1427,92138	1631,13954	0,00855	0,00874	0,00638
KM03		10658,34312	9184,37718	146,71854	0,00855	0,00874	0,00638
PARA	BTA	-21788,5283	-20913,2760	3450,93850	0,00952	0,03782	0,02759
KM03		-13903,6659	-13156,8202	1966,51750	0,00952	0,01196	0,00873
PARA	PHO	-6419,92318	86,70044	-8924,22072	0,01057	0,00985	0,00843
KM03		1464,93922	7843,15624	-10408,6417	0,01057	0,00985	0,00843
PARA	CRCB	-6300,73458	-4484,00715	-1494,44193	0,01057	0,00985	0,00334
KM03		1584,12782	3272,44865	-2978,86293	0,01057	0,00985	0,00334
PARA	PIL	-1030,65887	-5710,89871	7522,83417	0,00433	0,02304	0,01469
KM03		6854,20362	2045,55709	6068,43907	0,01894	0,02304	0,01469
PARA	CCO	-9951,92583	-9801,49186	1861,98743	0,00607	0,01007	0,00692
KM03		-2067,06343	-2045,03606	377,56643	0,00607	0,01007	0,00692

Os resíduos estimados com seus respectivos desvios padrão, podem ser vistos na tabela 5.

Tabela 5 – Resíduos estimados com seus respectivos desvios padrão

EST. BASE	EST. RELAT.	RESÍDUOS ESTIMADOS			DESVIOS PADRÃO		
		ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)	σ_x (m)	σ_y (m)	σ_z (m)
PARA	CRSJ	-0,00732	0,00828	0,00617	0,00566	0,00662	0,00471
KM03		0,01207	-0,01371	-0,01013	0,00933	0,01096	0,00774
PARA	CRCN	-0,01025	0,01835	0,01400	0,01156	0,01156	0,01156
KM03		0,02868	-0,05154	-0,03930	0,01026	0,01026	0,01026
PARA	UBR	0,00293	0,00007	-0,00355	0,00566	0,00566	0,00566
KM03		-0,01376	-0,00033	0,01665	0,00840	0,00840	0,00840
PARA	TMA	-0,00248	-0,00242	-0,00096	0,00107	0,00109	0,00080
KM03		0,01071	0,01038	0,00409	0,00146	0,00148	0,00108
PARA	BTA	-0,01383	-0,0395	-0,03400	0,04795	0,05995	0,04346
KM03		0,003861	0,0111	0,00970	0,01337	0,01686	0,01239
PARA	PHO	-0,00707	-0,0005	0,00508	0,00076	0,00091	0,00056
KM03		0,00532	0,0003	-0,00381	0,00061	0,00076	0,00045
PARA	CRCB	0,03521	-0,00695	-0,03413	0,04531	0,04591	0,04697
KM03		-0,01998	0,00395	0,01937	0,03138	0,03226	0,03371
PARA	PIL	0,00322	0,00249	-0,00094	0,00215	0,00258	0,00167
KM03		-0,18767	-0,15011	0,05416	0,00397	0,00491	0,00307
PARA	CCO	0,00777	-0,0050	-0,00017	0,00336	0,00564	0,00038
KM03		-0,00582	0,0036	0,01243	0,00252	0,00414	0,02847

Na tabela 6 observam-se as coordenadas das estações relativas ajustadas com seus respectivos desvios padrão.

Tabela 6 – Coordenadas ajustadas com seus respectivos desvios padrão

EST. RELAT.	X (m)	σ_x (m)	Y (m)	σ_Y (m)	Z (m)	σ_z (m)
CRSJ	3764077,7888	0,01192	-4359369,2401	0,01397	-2733024,77743	0,00991
CRCN	3767957,1138	0,03075	-4364952,8206	0,03075	-2718888,55050	0,03075
UBR	3764625,0038	0,00803	-4362599,5041	0,00803	-2727170,93505	0,00803
TMA	3766525,1207	0,00855	-4363685,8461	0,00874	-2722773,61466	0,00638
BTA	3741963,1116	0,00952	-4386027,0435	0,01196	-2720953,81570	0,00873
PHO	3757331,7168	0,01264	-4365027,0670	0,01425	-2733328,97492	0,00958
CRCB	3757450,9054	0,01549	-4369597,7746	0,01549	-2725899,19613	0,01549
PIL	3762720,9812	0,01894	-4370824,6662	0,02304	-2716851,89414	0,01469
CCO	3753799,7141	0,00607	-4374915,2593	0,01007	-2722542,76677	0,00692

Visando a análise estatística de cada ajustamento, aplicou-se o teste global (GEMAEL, 1994), onde foram analisados as variâncias da unidade de peso a posteriori a um nível de confiança $(1 - \alpha)$ de 95%. Estas análises foram feitas mediante o cálculo das estatísticas Qui-Quadrado (χ^2). Os valores destas estatísticas, bem como, os resultados dos testes globais podem ser vistos na tabela 7.

Tabela 7 – Resultados dos testes globais das estações relativas

ESTAÇÕES RELATIVAS	σ_0^2	$\hat{\sigma}_0^2$	χ^2	Intervalo ($\alpha = 5\%$) $\chi^2 < 7,82$
CRSJ	1	0,61	1,84	ACEITA
CRCN	1	0,63	1,89	ACEITA
UBR	1	0,51	1,54	ACEITA
TMA	1	0,26	0,79	ACEITA
BTA	1	2,66	7,79	ACEITA
PHO	1	0,15	0,45	ACEITA
CRCB	1	1,93	5,80	ACEITA
PIL	1	0,87	2,62	ACEITA
CCO	1	0,48	1,45	ACEITA

Na tabela anterior, σ_0^2 representa a variância a priori, que foi considerada igual a 1 para a realização dos ajustamentos. Pode-se observar por esta tabela que os ajustamentos das estações relativas apresentaram bom desempenho.

3.3 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DA REDE

3.3.1 Análise da Confiabilidade Interna

Conforme descrito na seção 2.1 o teste de confiabilidade interna quantifica a menor porção do erro existente na observação que pode ser localizado com uma

dada probabilidade. No trabalho proposto, o teste de confiabilidade foi realizado com um nível de confiança $(1-\alpha_0)$ de 99,90% e poder de teste $(1-\beta_0)$ de 80%. Estes valores estatísticos são indicados por KUANG (1996) para análise da confiabilidade de redes geodésicas. Por meio destes valores estatísticos pode-se estimar o parâmetro de não-centralidade (δ_0) que, no caso do presente trabalho, encontra-se na tabela 2.

Inicialmente calculou-se as redundâncias parciais de todas as observações, por meio da equação (2). Com estes valores efetuou-se o controle das observações. Os valores das redundâncias parciais, com sua respectiva decisão sobre a controlabilidade das observações, podem ser vistos na tabela 8. Os intervalos recomendados para a orientação sobre a controlabilidade de observações mediante as redundâncias parciais encontram-se na tabela 1.

Tabela 8 – Redundâncias parciais e respectiva decisão sobre a controlabilidade das observações

EST. BASE	EST. RELAT.	REDUNDÂNCIAS PARCIAIS			CONTROLABILIDADE		
		ΔX	ΔY	ΔZ	ΔX	ΔY	ΔZ
PARA	CRSJ	0,59	0,62	0,62	Boa	Boa	Boa
KM03		1,00	1,00	1,00	Boa	Boa	Boa
PARA	CRCN	0,42	0,42	0,42	Boa	Boa	Boa
KM03		0,12	0,12	0,12	Suficiente	Suficiente	Suficiente
PARA	UBR	0,34	0,34	0,34	Boa	Boa	Boa
KM03		0,16	0,16	0,16	Suficiente	Suficiente	Suficiente
PARA	TMA	0,72	0,73	0,73	Boa	Boa	Boa
KM03		0,31	0,31	0,31	Boa	Boa	Boa
PARA	BTA	0,29	0,29	0,29	Suficiente	Suficiente	Suficiente
KM03		0,08	0,08	0,08	Ruim	Ruim	Ruim
PARA	PHO	0,47	0,53	0,45	Boa	Boa	Boa
KM03		0,40	0,49	0,37	Boa	Boa	Boa
PARA	CRCB	0,43	0,44	0,46	Boa	Boa	Boa
KM03		0,37	0,39	0,43	Boa	Boa	Boa
PARA	PIL	0,03	0,05	0,02	Ruim	Ruim	Ruim
KM03		0,12	0,18	0,07	Suficiente	Suficiente	Ruim
PARA	CCO	0,53	0,53	0,01	Boa	Boa	Ruim
KM03		0,40	0,39	0,91	Boa	Boa	Boa

Analisando a tabela 8, observa-se que algumas estações tiveram valores de redundância próximos de zero, tendo os valores mais críticos as estações BTA, PIL e CCO. No entanto, o teste de confiabilidade interna, efetuado na sequência, decidirá se essas redundâncias com valores próximos de zero refletirão em erros significativos.

Os valores dos possíveis erros significativos (∇l_i) obtidos pela equação (5) e seus respectivos valores mínimos (∇l_0), podem ser vistos na tabela 9. As observações que possuem erros significativos não são aceitas.

Tabela 9 – Análise da confiabilidade interna

EST. BASE	EST. RELAT.	$(\alpha_0 = 0,1\%, \beta_0 = 20\%, \delta_0 = 4,13)$						ACEITAÇÃO DAS OBSERV.		
		(∇l_0) Δ_X (m)	(∇l_0) Δ_Y (m)	(∇l_0) Δ_Z (m)	(∇l_i) Δ_X (m)	(∇l_i) Δ_Y (m)	(∇l_i) Δ_Z (m)	Δ_X	Δ_Y	Δ_Z
PARA	CRSJ	0,064	0,073	0,052	0,012	0,013	0,001	Sim	Sim	Sim
KM03		0,049	0,058	0,041	0,012	0,013	0,010	Sim	Sim	Sim
PARA	CRCN	0,196	0,196	0,196	0,024	0,044	0,033	Sim	Sim	Sim
KM03		0,367	0,367	0,367	0,024	0,123	0,327	Sim	Sim	Sim
PARA	UBR	0,171	0,171	0,171	0,009	0,0002	0,010	Sim	Sim	Sim
KM03		0,249	0,249	0,249	0,086	0,002	0,104	Sim	Sim	Sim
PARA	TMA	0,042	0,042	0,031	0,003	0,003	0,001	Sim	Sim	Sim
KM03		0,063	0,065	0,047	0,035	0,033	0,013	Sim	Sim	Sim
PARA	BTA	0,073	0,290	0,212	0,048	0,136	0,117	Sim	Sim	Sim
KM03		0,139	0,175	0,127	0,048	0,138	0,121	Sim	Sim	Sim
PARA	PHO	0,064	0,056	0,052	0,015	0,001	0,011	Sim	Sim	Sim
KM03		0,069	0,058	0,057	0,013	0,0007	0,010	Sim	Sim	Sim
PARA	CRCB	0,067	0,061	0,051	0,088	0,016	0,074	Não	Sim	Não
KM03		0,073	0,067	0,053	0,054	0,010	0,045	Sim	Sim	Sim
PARA	PIL	0,103	0,425	0,429	0,107	0,050	0,047	Não	Sim	Sim
KM03		0,226	0,224	0,229	1,564	0,834	0,774	Não	Não	Não
PARA	CCO	0,034	0,057	0,286	0,015	0,009	0,017	Sim	Sim	Sim
KM03		0,040	0,067	0,030	0,015	0,009	0,014	Sim	Sim	Sim

Observando a tabela 9, verifica-se que seis observações, duas da estação CRCB e quatro da estação PIL, foram reprovadas no teste de confiabilidade. Para a tarefa de detecção de erros, as redundâncias parciais tiveram importante participação, como por exemplo nas observações ΔX , ΔY e ΔZ , referentes a linha de base KM03 – BTA as quais obtiveram controlabilidade ruim (tabela 8); no entanto, não refletiram os erros significativos devido aos valores relativamente baixos encontrados em seus resíduos correspondentes (tabela 5). De outra maneira têm-se como exemplo, as observações ΔX e ΔZ , da linha de base PARA – CRCB, as quais tiveram controlabilidade boa (tabela 8); contudo, encontrou-se erros significativos em suas correspondentes observações, devido ao fato de possuírem resíduos relativamente altos (tabela 5). Fato semelhante ocorreu com a estação PIL, em que foram reprovadas as observações com resíduos relativamente altos.

3.3.2 Confiabilidade Externa

Foram calculadas as medidas de confiabilidade externa (equação 7) das estações, cujas observações foram reprovadas no teste de confiabilidade interna,

com o objetivo de verificar a influência destes erros nas coordenadas. Estas influências podem ser vistas na tabela 10.

Tabela 10 – Medida de confiabilidade externa

Est. Relativa	X (m)	Y (m)	Z (m)
PIL	0,33787	0,32350	0,32800
CRCB	0,07083	0,06483	0,05228

Por meio desta tabela pode-se observar as propagações dos erros significativos nas coordenadas. Observa-se ainda que, principalmente na estação PIL, os erros estimados foram muito altos.

No entanto, as estações reprovadas no teste de confiabilidade, não são necessariamente rejeitadas. Elas podem ser ainda aproveitadas, desde que sejam reajustadas, utilizando apenas as observações aprovadas no teste de confiabilidade, e também obtenham aprovação nos testes estatísticos.

3.3.3 Análise das Estações Rejeitadas no Tese de Confiabilidade

A condição para a realização de reajustamento é a existência de graus de liberdade (W). Verifica-se por meio da tabela 9, que das estações reprovadas no teste de confiabilidade, somente a estação CRCB possui graus de liberdade para a realização de reajustamento. Deste modo, realizou-se o reajustamento desta estação. Nas tabelas 11 e 12, observam-se, respectivamente, as coordenadas e os vetores de posição ajustados da estação CRCB com seus respectivos desvios padrão.

Tabela 11 – Coordenadas ajustadas da estação CRCB com seus respectivos desvios padrão

EST.	X (m)	σ_x (m)	Y (m)	σ_y (m)	Z (m)	σ_z (m)
CRCB	3757450,9254	0,03199	-4369597,7746	0,02555	-2.725899,2155	0,03134

Tabela 12 – Vetores de posição ajustados da estação CRCB com seus respectivos desvios padrão

EST. BASE	EST. REL.	VETORES POSIÇÕES AJUSTADOS			DESVIOS PADRÃO		
		ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)	σ_x (m)	σ_y (m)	σ_z (m)
PARA KM03	CRCB	-----	-4484,00715	-----	-----	0,02555	-----
		1584,14780	3272,44860	-2978,8823	0,03199	0,02555	0,03134

Na tabela 12, os espaços em branco representam as observações reprovadas no teste de confiabilidade. A variância da unidade de peso a posteriori ($\hat{\sigma}_O^2$), juntamente com o teste global da estação CRCB, estão indicados na tabela 13.

Tabela 13 – Resultado do teste global da estação CRCB

ESTAÇÕES RELATIVAS	σ_0^2	$\hat{\sigma}_0^2$	χ^{*2}	Intervalo ($\alpha = 5\%$) $W = 1 ; \chi^{*2} < 3,84$
CRCB	1	2,72	2,72	ACEITA

Pode-se observar que o ajustamento da estação CRCB apresentou bom desempenho. No entanto, com objetivo de quantificar a menor porção do erro existente nas observações realizou-se o teste de confiabilidade, cujo resultado pode ser visto na tabela 14.

Tabela 14 – Análise da confiabilidade interna

EST. BASE	EST. REL.	$(\alpha_0 = 0,1\%, \beta_0 = 20\%, \delta_0 = 4,13)$						ACEITAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES		
		(∇l_0) Δ_x (m)	(∇l_0) Δ_y (m)	(∇l_0) Δ_z (m)	(∇l_i) Δ_x (m)	(∇l_i) Δ_y (m)	(∇l_i) Δ_z (m)	Δ_x	Δ_y	Δ_z
		-----	0,132	-----	-----	0,011	-----	-----	Aceita	-----
PARA	CRCB	-----	0,132	-----	-----	0,011	-----	-----	Aceita	-----
KM03		0,061	0,045	0,038	0,173	0,058	0,068	Não	Não	Não

Deste modo, este teste detectou erros nas observações, que não haviam sido detectados anteriormente. Por isso, com a não aceitação de 3 observações desta estação, que se tornam em número de 5 observações (somando com as 2 observações não aceitas no 1º teste), as coordenadas desta estação, bem como as da estação PIL, não podem ser utilizadas. A solução neste caso, então, seria a da reocupação destas estações, uma vez que está nítida a presença de erros grosseiros em suas observações.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal apresentar e aplicar a teoria envolvida nas medidas de confiabilidade, em que foi tratado os aspectos intrínsecos da confiabilidade interna e confiabilidade externa de rede geodésica. Tal objetivo foi conseguido mediante a campanha de levantamentos GPS realizada sobre a rede geodésica da COPEL.

A confiabilidade interna quantificou a menor porção do erro existente na observações que foram possíveis de serem localizados com um nível de confiança $(1-\alpha_0)$ de 99,90% e poder de teste $(1-\beta_0)$ de 80%. Deste modo, das nove estações da rede geodésica da COPEL analisadas, duas foram rejeitadas no teste de confiabilidade, a CRCB e a PIL. Na estação CRCB verifica-se que os desvios padrão dos resíduos são maiores que os próprios resíduos, enquanto que a estação PIL, contém resíduos relativamente altos. Isto indica existência de erros significativos em suas observações, o que contribuiu para que fossem rejeitadas no teste de confiabilidade interna. Fato este comprovado pelos altos valores,

principalmente da estação PIL (ver tabela 10), da influência destes erros nas coordenadas, estimados pela confiabilidade externa.

As redundâncias parciais foram benéficas às análises de controlabilidade das observações. No entanto, os resultados obtidos mostram que estas análises não podem ser feitas isoladas da confiabilidade interna. Como exemplo, citam-se as observações da linha de base KM03 – BTA que obtiveram a controlabilidade ruim, mas, foram aceitas no teste de confiabilidade interna, ao passo que as observações (ΔX , ΔZ) da linha de base PARA – CRCB obtiveram controlabilidade boa, e foram rejeitadas.

As estações da rede geodésica da COPEL estão localizadas próximas às subestações e linhas de transmissão. Em especial, as estações PIL e CRCB se encontram próximas a uma torre de rádio (telecomunicação) e outra de alta tensão; contudo, não realizou-se experimentos com o objetivo de verificar se há interferência sobre o sinal transmitido pelos satélites e recebido pela antena instalada nas estações supracitadas, o que poderia contribuir para a geração de erros nas observações feitas nestas duas estações.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BENNING, W. (1983). Tunneldurchschlagsprognosen mittels Pseudostrecken. **Zeitschrift für Vermessungswesen**, Stuttgart, v. 108, n. 6, p. 220-226.
- FÖRSTNER, W. (1979). Das Programm TRINA zur Ausgleichung und Güterbeurteilung geodätischer Lagenetze. **Zeitschrift für Vermessungswesen**, Stuttgart, v. 104, n. 2, p. 61-72.
- GEMAE, C. (1994). **Introdução ao Ajustamento de Observações: aplicações geodésicas**. 1ª ed. Curitiba, PR.
- GRIMM-PITZINGER, A.; HANKE, K. (1988). Zur äußeren Zuverlässigkeit in ingenieurgeodätischen Netzen. **Zeitschrift für Vermessungswesen**, Stuttgart, v. 113, n. 3, p. 134-137.
- KUANG, S. (1996). **Geodetic Network Analysis and Optimal Design: concepts and applications**. Chelsea: Ann Arbor Press.
- KAVOURAS, M. (1982). **On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Networks**. Fredericton: University of New Brunswick, Department of Surveying Engineering. Technical Report, n. 87.
- LEICK, A. (1995). **GPS Satellite Surveying**. 2 ed. New York: J. Wiley.
- MORAES, C. V. (2001). **Aprimoramento da Concepção do Modelo Geodésico para a Caracterização de Estremas no Espaço Geométrico**. 277p. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- MÜRLE, M.; BILL, R. (1984). Zuverlässigkeits- und Genauigkeitsuntersuchung ebener geodätischer Netze. **Allgemeine Vermessungs-Nachrichten**, Karlsruhe, v. 91, n. 2, p. 45-62.

- POPE, A. J. (1976). **The Estatistical of Residuals and the Detection of Outliers**. NOAA Technical Report NOS 65 NGS 1, U.S. Department of Commerce, Rockville, MD.
- TEIXEIRA, N. N. (2001). **Detecção e Análise de Deslocamento Vertical Utilizando o Sistema NAVSTAR-GPS**. Dissertação de Mestrado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 112 p.

(Recebido em abril/03. Aceito em agosto/03)