

DETERMINAÇÃO E ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS PARÂMETROS ENVOLVIDOS NO MONITORAMENTO DE DEFORMAÇÕES

*Determining and analysing statistics from parameter involved in
deformation monitoring*

NIEL NASCIMENTO TEIXEIRA
LUIZ DANILO DAMASCENO FERREIRA

Universidade Federal do Paraná
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
Departamento de Geomática – Laboratório de Geodésia Espacial
nielnt@geoc.ufpr.br ; danilo@geoc.ufpr.br

RESUMO

Uma rede geodésica local é ocupada em duas épocas distintas, com o propósito de detectar possíveis deslocamentos. Após a coleta dos dados, inicia-se a fase de estimação dos parâmetros de deformação na rede. No entanto, esta fase não é fácil porque envolve o conhecimento em diferentes áreas, como por exemplo a Mecânica dos Materiais, Ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados e Análise Estatística. Este trabalho tem como objetivo apresentar e aplicar estes conceitos na rede geodésica GPS da COPEL (Companhia Paranaense de Energia Elétrica).

ABSTRACT

A local geodetic network is used in two different periods of time, in order to detect possible displacements in the network. After data collection, the phase of the deformation parameters estimation in the network is started. However, this phase is not easy because it involves knowledge in different areas such as: Mechanics of Material, Least Squares Adjustment and Statistical Analysis. This paper presents these concepts applied in the GPS geodetic network of COPEL (Electricity Company of States of Paraná).

1 INTRODUÇÃO

Deformações referem-se às modificações que um corpo sofre em sua forma, dimensão e posição. Assim, qualquer objeto natural ou artificial sofre modificações no espaço e no tempo. A determinação, quantificação e interpretação destas são os

principais objetivos do monitoramento de estruturas, uma vez que, fornecem uma gama variada de dados, que podem prevenir desastres, sendo úteis à segurança de vidas humanas e de estruturas de engenharia. O monitoramento de deformações provê não somente a posição geométrica do objeto deformado, mas também valiosas informações a respeito de tensões provocadas por cargas. Estes dados propiciam um melhor entendimento dos mecanismos de deformações e, também permitem a verificação de várias hipóteses teóricas a respeito do comportamento do objeto deformado

Deformações podem ser classificadas como sendo de escala local, regional ou continental e global (Secord, 1985). Deformações locais podem incluir aquelas que ocorrem em estruturas feitas pelo homem, ou por ele modificadas, como por exemplo:

- Extração de água subterrâneas, petróleo e minérios;
- Construção de grandes reservatórios;
- Dentre outras.

Deformações regionais ou continentais são aquelas associadas aos limites entre placas tectônicas, como no monitoramento de deformações devido ao atrito provocado pelo movimento entre duas delas, ao movimento precursores de terremotos e aos associados a vulcanismo. Pode-se citar como exemplo de deformações globais aquelas provocadas pelo movimento relativo entre as placas tectônicas, movimento do pólo instantâneo e variação na rotação da Terra.

De acordo com Santos (1999), deformações de estruturas do ponto de vista geodésico, dois propósitos podem ser considerados como os principais. Inicialmente, a própria detecção, análise e monitoramento de deformações, quer sejam em aspectos locais, regionais ou globais. E as mesmas técnicas utilizadas para a análise de deformações podem ser empregadas na análise da robustez da redes geodésicas. Um segundo propósito diz respeito ao estabelecimento de redes geodésicas, incluindo-se aí aquelas com o propósito de controle de deformações. Neste caso, inclui-se o que se conhece na literatura geodésica como otimização de redes geodésicas, envolvendo a pré-análise (verificação de erros ou efeitos geométricos no posicionamento) e a integração de observações heterogêneas. No entanto, para ambos os propósitos podem ser utilizados os conceitos inerentes a Mecânica dos Materiais aplicados ao estudo de deformações. Deste modo, este trabalho se atém aos conceitos da mecânica dos materiais que são aplicados na Geodésia, mais especificamente tensão e deformação.

2 PARÂMETROS BÁSICOS DE DEFORMAÇÃO E O MODELO DE DEFORMAÇÕES

2.1 Estimativa da Função Deslocamento

A deformação de um corpo é suficientemente descrita em três dimensões se 9 parâmetros de deformações, 6 componentes de tensão e 3 de rotação diferencial, podem ser determinados em cada ponto. Além disso, componentes de movimento relativo de corpos rígidos podem também ser determinados se existem descontinuidades no corpo. Os parâmetros de deformação, acima mencionados, podem ser calculados se uma função deslocamento $d(x, y, z, t - t_0)$ é conhecida Chen (1983).

A função de deslocamento pode ser expressa por (Kuang, 1996, p. 176 – 177):

$$\mathbf{d}(x, y, z, t - t_0) = \mathbf{B}(x, y, z, t - t_0)\mathbf{e} \quad , \quad (2.1)$$

onde: $\mathbf{d}$ é o vetor de deslocamento do ponto de coordenadas (x, y, z) em uma época t em relação a época t_0 ; $\mathbf{B}$ é uma matriz de funções de base e, $\mathbf{e}$ o vetor incógnito de parâmetros de deformação.

Os componentes da equação (2.1) podem ser expressos por:

$$\mathbf{d}(x, y, z, t - t_0) = \begin{bmatrix} u(x, y, z, t - t_0) \\ v(x, y, z, t - t_0) \\ w(x, y, z, t - t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_u(x, y, z, t - t_0)e_u \\ B_v(x, y, z, t - t_0)e_v \\ B_w(x, y, z, t - t_0)e_w \end{bmatrix} \quad , \quad (2.2)$$

onde: u , v e w representam os componentes dos deslocamento nas direções X , Y e Z , respectivamente, e são funções da posição e do tempo.

O deslocamento das componentes u , v e w nas direções X , Y e Z , respectivamente, podem ser estimados por um polinômio geral, como se segue (Chen, 1983):

$$\mathbf{d}(x, y, z, t - t_0) = \sum_j \sum_i \sum_h x^h y^i z^j e_{hij} \quad , \quad (2.3)$$

O número de coeficientes deste polinômio é determinado pela seguinte equação:

$$m = (k + 1)^2 \quad , \quad (2.4)$$

onde k é o grau do polinômio.

Desenvolvendo o polinômio da equação (2.3) em função das componentes u , v e w , até o segundo grau (com 9 coeficientes) têm-se as equações:

$$u(x, y, z, t - t_0) = a_0 + a_1x + a_2xy + a_3xyz + a_4x^2 + a_5x^2y + a_6x^2y^2 + a_7x^2y^2z + a_8x^2y^2z^2 \quad (2.5)$$

$$v(x, y, z, t - t_0) = b_0 + b_1x + b_2xy + b_3xyz + b_4x^2 + b_5x^2y + b_6x^2y^2 + b_7x^2y^2z + b_8x^2y^2z^2 \quad (2.6)$$

$$w(x, y, z, t - t_0) = c_0 + c_1x + c_2xy + c_3xyz + c_4x^2 + c_5x^2y + c_6x^2y^2 + c_7x^2y^2z + c_8x^2y^2z^2 \quad (2.7)$$

A determinação dos coeficientes das equações (2.5), (2.6) e (2.7) será tratado na próxima seção.

2.1.1 Determinação do Vetor de Parâmetros de Deformações

No caso de redundância de observações, os coeficientes das equações (2.5), (2.6) e (2.7) e o vetor $\mathbf{e}$ da equação (2.2) são estimados por meio de um ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (M.M.Q.). Para o caso de duas épocas de observações, os parâmetros são estimados por (Chrzanowski et al., 1986):

$$\mathbf{e} = (B^T P_d B)^{-1} B^T P_d \mathbf{d} \quad , \quad (2.8)$$

onde: $\mathbf{d}$ é o vetor de deslocamentos, calculados a partir do processo de estimativa de deslocamentos (Teixeira, 2001) e, P_d é a sua respectiva matriz de pesos; B é a matriz de funções de base ou matriz de deformação com seus elementos sendo funções da posição dos pontos de observação e do tempo. A matriz B é da forma:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial a_0} & \frac{\partial u}{\partial a_1} & \frac{\partial u}{\partial a_2} & \frac{\partial u}{\partial a_3} & \frac{\partial u}{\partial a_4} & \frac{\partial u}{\partial a_5} & \frac{\partial u}{\partial a_6} & \frac{\partial u}{\partial a_7} & \frac{\partial u}{\partial a_8} \\ \frac{\partial v}{\partial a_0} & \frac{\partial v}{\partial a_1} & \frac{\partial v}{\partial a_2} & \frac{\partial v}{\partial a_3} & \frac{\partial v}{\partial a_4} & \frac{\partial v}{\partial a_5} & \frac{\partial v}{\partial a_6} & \frac{\partial v}{\partial a_7} & \frac{\partial v}{\partial a_8} \\ \frac{\partial w}{\partial a_0} & \frac{\partial w}{\partial a_1} & \frac{\partial w}{\partial a_2} & \frac{\partial w}{\partial a_3} & \frac{\partial w}{\partial a_4} & \frac{\partial w}{\partial a_5} & \frac{\partial w}{\partial a_6} & \frac{\partial w}{\partial a_7} & \frac{\partial w}{\partial a_8} \end{bmatrix} \quad . \quad (2.9)$$

Aqui, é importante salientar que para a determinação da matriz B é tomada como referência a época de coordenadas t_0 . As dimensões da equação (2.8) são:

$${}_m \mathbf{e}_1 = ({}_m B_{n \ n}^T P_{dn \ n} B_m)^{-1} {}_m B_{n \ n}^T P_{dn \ n} \mathbf{d}_1 \quad , \quad (2.10)$$

onde: m é o número de coeficientes a serem determinados (equações 2.5, 2.6 e 2.7) e, n representa o número de observações.

Substituindo-se os coeficientes calculados pela equação (2.8) nas equações (2.5), (2.6) e (2.7) têm-se a função deslocamento da estrutura monitorada. A Matriz Variância-Covariância (MVC) dos parâmetros de deformação ($\mathbf{e}$) é calculada por:

$$\Sigma_e = \sigma_{0e}^2 (B^T P_d B)^{-1}, \quad (2.11)$$

onde: σ_{0e}^2 é o fator de variância a priori.

Quando pretende-se analisar simultaneamente várias épocas de observações (por exemplo, k épocas), a solução geral para o vetor $\mathbf{e}$ pode ser (Chen, 1983):

$$\mathbf{e} = \left[\sum_{i=2}^k B_i^T P_i B_i - \sum_{i=2}^k B_i^T P_i \left(\sum_{i=1}^k P_i \right)^{-1} \sum_{i=2}^k P_i B_i \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{i=2}^k B_i^T P_i B_i L_{B_i} - \sum_{i=2}^k B_i^T P_i \left(\sum_{i=1}^k P_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^k P_i B_i L_{B_i} \right] \quad (2.12)$$

onde: L_{B_i} e P_i , são o vetor de observações e sua respectiva matriz dos pesos na época i .

A Matriz Variância-Covariância (MVC) dos parâmetros de deformação ($\mathbf{e}$) pode ser obtida por:

$$\Sigma_e = \sigma_{0e}^2 \left[\sum_{i=2}^k B_i^T P_i B_i - \sum_{i=2}^k B_i^T P_i \left(\sum_{i=1}^k P_i \right)^{-1} \sum_{i=2}^k P_i B_i \right]^{-1}. \quad (2.13)$$

2.1.2 Teste Estatístico Aplicado à Função Deslocamento

O principal objetivo de se testar estatisticamente a função deslocamento é o de verificar o quanto ela é adequada. Esta verificação envolve: a) um teste global para indicar a qualidade do modelo ajustado; e b) um teste de significância de cada um dos parâmetros de deformações existentes no modelo.

2.1.2.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado

O teste estatístico que analisa a qualidade do modelo ajustado é realizado de acordo com a seguinte hipótese básica (H_0) (Kuang, 1996):

$$H_0 : E\{\mathbf{L}_{B_1}\} = E\{\mathbf{L}_{B_0}\} + \mathbf{d}(x; y; z; t - t_0). \quad (2.14)$$

A estatística do teste (w_e), sob a hipótese nula (H_0) (equação 2.14), segue distribuição de Fisher $F(r_e, r)$ (Kuang, 1996, p. 190)

$$w_e = \frac{\hat{\sigma}_e^2}{\hat{\sigma}_0^2} \in F(r_e, r) \quad , \quad (2.15)$$

onde: $\hat{\sigma}_e^2$ e r_e são respectivamente, o fator de variância a posteriori e os graus de liberdade do modelo associado a estimação dos parâmetros de deformações; $\hat{\sigma}_0^2$ e r são respectivamente, o fator de variância dos pesos e os graus de liberdade associados aos ajustamentos das observações da rede realizadas em diferentes épocas. Esses valores podem ser calculados por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{r_{00}\hat{\sigma}_{00}^2 + r_1\hat{\sigma}_{01}^2 + \dots + r_k\hat{\sigma}_{0k}^2}{r_0 + r_1 + \dots + r_k} \quad , \text{ e} \quad (2.16a)$$

$$r = r_0 + r_1 + \dots + r_k \quad , \quad (2.16b)$$

onde: $\hat{\sigma}_{0i}^2$ e r_i são o fator de variância a posteriori e os graus de liberdade obtidos pelo ajustamento das observações da época i ($i = 0, 1, \dots, k$), respectivamente.

Deste modo, considerando-se um nível de significância α , a hipótese é aceita se:

$$w_e \leq F_{1-\alpha}(r_e, r) \quad . \quad (2.17)$$

No caso em que $w_e \geq F_{1-\alpha}(r_e, r)$, deve-se realizar o teste da significância dos parâmetros de deformações individuais, o qual será visto na próxima seção.

2.1.2.2 Teste da Significância dos Parâmetros de Deformações Individuais

A significância de um parâmetro de deformação individual e_i ou um conjunto de u_i parâmetros $\mathbf{e}_i$, o qual é um subconjunto de $\mathbf{e}$, é realizado utilizando, respectivamente, os seguintes testes estatísticos:

$$y_i = \frac{e_i^2}{\sigma_{e_i}^2 \cdot \hat{\sigma}_0^2} \quad , \quad (2.18)$$

$$y_e = \frac{\mathbf{e}_i^T \cdot (\sum \mathbf{e}_{ii})^{-1} \cdot \mathbf{e}}{u_i \cdot \hat{\sigma}_0^2} \quad , \quad (2.19)$$

onde os valores de $\sigma_{e_i}^2$ e $\sum e_{ii}$ podem ser extraídos da matriz Σe (equação 2.11).

O teste estatístico é realizado de acordo com a hipótese básica (H_0):

$$H_0 : E\{e_i\} = 0 \text{ , ou} \quad (2.20a)$$

$$H_0 : E\{\mathbf{e}_i\} = \mathbf{0} \text{ .} \quad (2.20b)$$

Da mesma maneira que o teste descrito na seção 2.1.2.1, este também, segue a distribuição de Fisher $F(1, r)$ e $F(u_i, r)$, para as estatísticas y_i e y_e , respectivamente.

Deste modo, considerando-se um nível de confiança de $(1-\alpha)$, a hipótese básica deverá ser rejeitada se:

$$y_i > F_{1-\alpha}(1, r) \text{ ou} \quad (2.21)$$

$$y_e > F_{1-\alpha}(u_i, r) \text{ .} \quad (2.22)$$

Neste caso, os parâmetros testados são considerados significantes. No caso de detecção de parâmetros insignificantes, estes são retirados da função deslocamento e, uma nova função é re-estimada e reavaliada. Este processo continua até que os todos os parâmetros envolvidos são estatisticamente significantes.

2.2 Parâmetros Básicos de Deformação

Os parâmetros básicos de deformação são calculados a partir da função deslocamento $[u(x; y; z; t - t_0), v(x; y; z; t - t_0), w(x; y; z; t - t_0)]$. Como mencionado anteriormente, a deformação de um corpo é suficientemente descrita em três dimensões se 9 parâmetros de deformação, 6 componentes de tensão e 3 de rotação diferencial, podem ser determinados em cada ponto.

Pode-se organizar os elementos básicos das expressões dos parâmetros de deformação em forma da matriz E , o qual é chamada de tensor de deformação não-translacional (de Segunda Ordem) (Vanicek e Krakiwisky, 1986; Santos, 1999; Ferreira e Garnés, 2000):

$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \text{ .} \quad (2.23)$$

A deformação pode ser decomposta analiticamente usando-se de uma propriedade dos tensores de segunda ordem que diz que todo tensor de segunda ordem pode ser decomposto na soma de outros dois tensores, sendo um simétrico e outro anti-simétrico (Vanicek e Krakiwisky, 1986). Para o caso tridimensional, têm-se :

$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ & & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) & -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

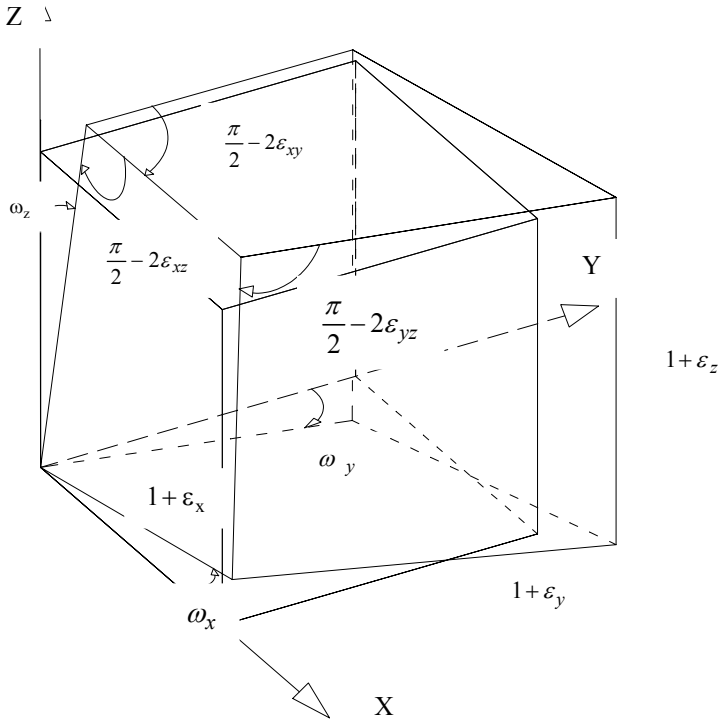
ou de forma mais compacta:

$$E = \varepsilon + \omega \quad (2.25)$$

A matriz ε é chamada de tensor de deformação simétrica e responde pelo cisalhamento puro (deformação pura), ao passo que ω é o tensor de deformação anti-simétrica, representando analiticamente o ângulo de cisalhamento (rotação do corpo).

Os nove parâmetros que descrevem a deformação de um corpo em três dimensões são: três deformações específicas ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$), três deformações de cisalhamento ($\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$) e três rotações diferenciais ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$) em torno dos eixos X, Y e Z, respectivamente. A Figura 2.1 apresenta estes parâmetros em um corpo que sofreu deformação.

Figura 2.1 – Interpretação geométrica dos parâmetros de deformação



Os elementos das expressões dos parâmetros de deformação estão dispostos na matriz E (equação 2.23). Deste modo, as expressões da deformação específica, na direção dos eixos X, Y e Z, são respectivamente:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.26)$$

a deformação de cisalhamento fica expresso por:

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \quad \epsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right); \quad \epsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad (2.27)$$

e as rotações diferenciais em torno dos eixos X, Y e Z são expressas, respectivamente por:

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right); \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right); \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) . \tag{2.28}$$

3 RESULTADOS NUMÉRICOS

Com o objetivo de aplicar a teoria descrita neste trabalho, analisar-se-á os deslocamentos obtidos com o GPS (Global Positioning System) em um experimento realizado sobre a rede geodésica GPS/COPEL (Companhia Paranaense de Energia Elétrica). Tais deslocamentos foram simulados por meio de um dispositivo mecânico projetado para esta finalidade. As estações relativas foram posicionadas em função da estação PARA (pertencente a RBMC), por isso, utilizou-se os vetores de posição de cada estação relativa, como sendo suas coordenadas. Na tabela 3.1 podem ser vistos as coordenadas cartesianas tridimensionais de cinco estações pertencentes a esta rede, bem como, os deslocamentos estimados (Teixeira, 2001), com seus respectivos desvios padrão.

Tabela 3.1 – Coordenadas cartesianas tridimensionais, deslocamentos e seus respectivos desvios padrão

EST.	COORDENADAS (m)		DESLOC. (m)	DESVIOS PADRÃO (m)
CRSJ	X	326,17660	-0,02773	0,01271
	Y	5.744,51796	0,00943	0,01367
	Z	-8620,03810	0,01487	0,01025
CRCN	X	4.205,33381	0,14007	0,02269
	Y	161,09131	-0,1445	0,02267
	Z	5.516,28993	-0,08623	0,02225
TMA	X	2.773,47124	0,00948	0,00725
	Y	1.427,95118	-0,02979	0,00759
	Z	1.631,16987	-0,03033	0,00553
PHO	X	-6.419,98167	0,05849	0,00763
	Y	86,79237	-0,09193	0,00801
	Z	-8.924,14413	-0,07659	0,00591
BTA	X	-21.788,67085	0,14251	0,08821
	Y	-20.913,20619	-0,06990	0,08886
	Z	3.451,02111	-0,08261	0,08802

FONTE: Teixeira, 2001.

Neste trabalho, a função deslocamento será representada pelo polinômio geral descrito na equação (2.3), desenvolvido até o 1º grau, com 4 coeficientes. Na referida rede, têm-se 5 observações (n=5) e, no caso de um polinômio de 2º grau têm-se 9 coeficientes (m=9). Para o ajustamento, teria-se então, r_c=5-9=-4 graus de

liberdade, o que impossibilitaria o ajustamento. No entanto, para um polinômio de 1º grau, têm-se $r_e = 5 - 4 = 1$ grau de liberdade, o que explica a utilização deste polinômio. Para o deslocamento da componente u (direção x), por exemplo, o modelo é:

$$u(x; y; z; t - t_0) = a_0 + a_1x + a_2xy + a_3xyz \quad (3.1)$$

Utilizando-se os dados contidos na tabela 3.1, e aplicando-os na teoria descrita na seção 2.1.1, obteve-se, respectivamente, os coeficientes da função deslocamento (em suas componentes u, v e w) e seus desvios padrão, bem como, o fator de variância a posteriori ($\hat{\sigma}_{0e}^2$). Estes valores podem ser vistos na tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Coeficientes da função deslocamento

COMPONENTE u		COMPONENTE v		COMPONENTE w	
Coeficiente a_i	σ	Coeficiente b_i	σ	Coeficiente c_i	σ
$a_0 = 1,38426\text{E-}2$	0,0073	$b_0 = 1,0065\text{E-}2$	0,00777	$c_0 = -1,87293\text{E-}2$	5,99E-3
$a_1 = -5,66736\text{E-}6$	1,30E-6	$b_1 = -1,2261\text{E-}5$	1,37E-6	$c_1 = 7,79317\text{E-}6$	1,05E-6
$a_2 = 3,60837\text{E-}9$	1,83E-9	$b_2 = 7,4866\text{E-}9$	1,95E-9	$c_2 = -6,23874\text{E-}9$	1,48E-9
$a_3 = 1,0524\text{E-}12$	5,4E-13	$b_3 = 2,381\text{E-}12$	5,7E-13	$c_3 = -1,8817\text{E-}12$	4,3E-13
$\hat{\sigma}_{0e}^2 = 47,75$		$\hat{\sigma}_{0e}^2 = 32,39$		$\hat{\sigma}_{0e}^2 = 18,02$	

Desta maneira, realizou-se três ajustamentos para a obtenção dos coeficientes de cada uma das três componentes. É importante ressaltar também, que os coeficientes são adimensionais.

3.1 Estatística Aplicada à Função Deslocamento

Com o objetivo de verificar a qualidade dos parâmetros de deformações ajustados, aplicou-se os testes estatísticos descritos na seção 2.1.2. Como mencionado anteriormente, esta etapa será dividida em duas fases:

- Teste global para verificar a qualidade do modelo ajustado (parâmetros de deformação (coeficientes da tabela 3.2)); e
- Teste da significância dos parâmetros de deformações individuais.

3.1.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado

Aplicando-se a teoria do teste estatístico, conforme descrito na seção 2.1.2.1, foram analisados a qualidade dos parâmetros ajustados em suas direções u, v e w, a um nível de confiança $(1-\alpha)$ de 95%. O fator de variância dos pesos e os graus de liberdade associados aos ajustamentos das observações feitas em diferentes épocas, são: $\hat{\sigma}_{0e}^2 = 0,791$ e $r = 30$, respectivamente. Na tabela 3.3 observa-se as estatísticas que indicam a qualidade dos ajustamentos.

Tabela 3.3 – Teste da qualidade dos parâmetros ajustados

COMP.	ESTATÍSTICA CALCULADA	$F_{95\%}(1, 30) = 4,17$ $W_e \leq 4,17$
	W_e	
u	60,37	Não Aceita
v	40,95	Não Aceita
w	22,78	Não Aceita

Por meio deste teste, verifica-se que nenhum dos três ajustamentos obteve qualidade satisfatória. No entanto, realizar-se-á o teste de significância dos parâmetros de deformações individuais, para verificar a qualidade de cada um dos parâmetros estimados.

3.1.2 Teste de Significância dos Parâmetros de Deformações Individuais

Seguindo a teoria do teste descrita na seção 2.1.2.2 analisou-se a significância de cada um dos parâmetros de deformações individuais à um nível de confiança $(1-\alpha)$ de 95%. Estes valores podem ser vistos na tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Teste de significância dos parâmetros de deformações individuais

COMP. u		COMP. v		COMP. w		ACEITAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES $Y_i > F_{95\%}(1\ 30) = 4,17$		
Coef.	y_i	Coef.	y_i	Coef.	y_i			
a_0	4,55	b_0	2,12	c_0	12,36	Aceita	Não	Aceita
a_1	24,07	b_1	101,27	c_1	69,64	Aceita	Aceita	Aceita
a_2	4,92	b_2	18,63	c_2	22,46	Aceita	Aceita	Aceita
a_3	4,64	b_3	22,07	c_3	24,10	Aceita	Aceita	Aceita

Como pode ser visto na tabela 3.4 todos os parâmetros estimados foram aceitos como significantes, com exceção do parâmetro b_0 , os quais serão compostos na função deslocamento (equação 3.1). No entanto, para a componente v, retirar-se-á o parâmetro b_0 para a realização de um reajustamento, e em seguida proceder-se-á aos testes estatísticos, realizados anteriormente, com os novos parâmetros estimados. Os valores dos novos coeficientes estimados da função deslocamento $[v(x; y; z; t - t_0)]$ com seus respectivos desvios padrão, podem ser vistos na tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Valores dos coeficientes da componente v obtidos por meio de reajustamento e seus respectivos desvios padrão

COMPONENTE v	
Coeficientes b_i	Desvios Padrão (σ)
$b_1 = 1,078822E-5$	$1,1460E-6$
$b_2 = -1,074623E-8$	$1,2870E-9$
$b_3 = -3,21751E-12$	$3,7730E-13$

A estatística da qualidade dos parâmetros de deformação reajustados e de significância dos parâmetros individuais podem ser vistos na tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Estatística aplicada à função deslocamento

QUALIDADE DO REAJUSTAMENTO		TESTE DE SIGNIFICÂNCIA	
W_e	$F_{95\%}(2, 30)=3,32$ $W_e \leq 3,32$	Coeficientes	$Y_i > F_{95\%}(1, 30)= 4,17$
		$b_1 = 112,04$	Aceita
79,52	Não Aceita	$b_2 = 88,14$	Aceita
$\hat{\sigma}_e^2 = 62,90$		$b_3 = 91,94$	Aceita

Como pode ser visto na tabela 3.6, a qualidade do reajustamento não se mostrou satisfatória, no entanto, todos os coeficientes foram aceitos dentro do nível de significância de 95%, os quais serão integrados na função deslocamento $[v(x; y; z; t - t_0)]$. Deste modo, a função deslocamento com relação as componentes u, v e w, respectivamente, são:

$$u(x; y; z; t - t_0) = 1,3842603 \cdot 10^{-2} - 5,6673694 \cdot 10^{-6}(X) + 3,60837449 \cdot 10^{-9}(XY) + 1,0524488 \cdot 10^{-12}(XYZ) , \quad (3.2)$$

$$v(x; y; z; t - t_0) = 1,078822 \cdot 10^{-5}(X) - 1,074623 \cdot 10^{-8}(XY) - 3,21751 \cdot 10^{-12}(XYZ) , \quad (3.3)$$

$$w(x; y; z; t - t_0) = -1,872927 \cdot 10^{-2} + 7,793173 \cdot 10^{-6}(X) - 6,238741 \cdot 10^{-9}(XY) - 1,881664 \cdot 10^{-12}(XYZ) . \quad (3.4)$$

3.2 Determinação dos Parâmetros de Deformação

Como mencionado anteriormente, pode-se organizar os elementos básicos das expressões dos parâmetros em forma da matriz E (equação 2.23). Desta maneira, aplicando-se as equações 3.2, 3.3 e 3.4 na equação 2.23, obtêm-se os elementos da matriz E, os quais são:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -5,6673694 \cdot 10^{-6} + 3,60837449 \cdot 10^{-9}(Y) + 1,0524488 \cdot 10^{-12}(YZ) , \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 3,60837449.10^{-9}(X) + 1,0524488.10^{-12}(XZ) , \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 1,0524488.10^{-12}(XY) , \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 1,078822.10^{-5} - 1,074623.10^{-8}(Y) - 3,21751.10^{-12}(YZ) , \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -1,074623.10^{-8}(X) - 3,21751.10^{-12}(XZ) , \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -3,21751.10^{-12}(XY) , \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 7,793173.10^{-6} - 6,238741.10^{-9}(Y) - 1,881664.10^{-12}(YZ) , \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = -6,238741.10^{-9}(X) - 1,881664.10^{-12}(XZ) , \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -1,881664.10^{-12}(XY) . \quad (3.13)$$

Por meio destes elementos pode-se calcular os parâmetros básicos de deformação (equações 2.26 a 2.33) de cada uma das estações envolvidas no monitoramento, bem como de pontos interpolados.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização dos conceitos de Mecânica dos Materiais, juntamente com a teoria de Ajustamento pelo M.M.Q., foram eficazes na determinação dos elementos básicos das expressões dos parâmetros de deformações, bem como, na determinação da função deslocamento. No entanto, a utilização de testes estatísticos foi de primordial importância no processo de aceite destes valores.

A reprovação dos três ajustamentos realizados, em suas componentes u, v e w, respectivamente, no teste da qualidade dos parâmetros ajustados (teste global), indicam a má qualidade das observações originais, mesmo com a aprovação de aproximadamente 92% dos coeficientes da função deslocamento (parâmetros de deformação) no teste de significância dos parâmetros de deformações individuais.

No entanto, a aplicação da teoria, descrita neste trabalho, em sistemas de monitoramento de alta precisão, propicia um melhor entendimento dos mecanismos de deformações, permitindo então, prevenir catástrofes e indicar medidas mitigatórias.

5 AGRADECIMENTOS

A Teotonio Marques da Silva Filho, aluno do Curso de Engenharia Cartográfica, pelo desenho da Figura 2.1 no AutoCad.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHEN, Y. Q.: *Analysis of Deformation Surveys, a Generalized Method*. Department of Surveying Engineering Technical Report, n.º 94, University of New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada, 1983.
- CHYZANOWISKI, A; CHEN, Y.; SECORD, J. M.; ROMERO, P.: *Integration of Geodetic and Geotechnical Deformation Surveys in the Geosciences*. Tectonophysics, v. 130 / 1986, n. 1-4, p. 369-383.
- FERREIRA, L. D. D.; GARNÉS, S. J. A.: *Análise da Deformação de Estruturas de Redes Geodésicas Horizontais*. In: Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, 4º COBRAC. Florianópolis, Anais (CD), 2000.
- KUANG, S.: *Geodetic Network Analysis and Optimal Design: concepts and applications*. Chelsea: Ann Arbor Press, 1996.
- SANTOS, M. C.: *Estabilidade das Estruturas Geodésicas*, Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, PR, 74p., 1999.
- SECORD, J.: *Implementation of a Generalized Method*, Department of Surveying Engineering Technical Report N. 117, University Of New Brunswick, N.B., Canada, 221 p., 1985.
- TEIXEIRA, N. N.: *Deteção e Análise de Deslocamento Vertical Utilizando o Sistema NAVSTAR-GPS*. Dissertação de Mestrado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 112 p., 2001.
- VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J.: *Geodesy: The Concepts*. Second edition. North – Holland Publishing Company, 1986.

(Recebido em 15/08/02. Aceito para publicação em 14/12/02.)