

# REFINAMENTO DE PLANTAS PLANIMÉTRICAS A PARTIR DE MEDIDAS LINEARES DIRETAS E RESTRIÇÕES DE COLINEARIDADE

*Planimetric cartographic database refinement from direct linear measures and  
colinearity constraints*

ROBERTO DA SILVA RUY <sup>1</sup>

Prof. Dr. ANTONIO MARIA GARCIA TOMMASELLI <sup>2</sup>

Prof. Dr. PAULO DE OLIVEIRA CAMARGO <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Bolsista FAPESP – Curso de Graduação em Engenharia Cartográfica

<sup>2</sup> Professor Doutor – Departamento de Cartografia

FCT / UNESP – Departamento de Cartografia

Rua Roberto Simonsen, 305 – CP 467

19060-900 - Presidente Prudente - S.P.

e- mail: {rruy, tomaseli, paulo}@prudente.unesp.br

## RESUMO

Um dos maiores problemas das administrações municipais é o estabelecimento e a manutenção de bases cartográficas planimétricas da malha urbana, particularmente de plantas de quadra. Nas prefeituras de cidades de pequeno porte, isto se deve à falta de recursos, profissionais especializados e uma visão de planejamento direcionada ao cadastro. Uma alternativa seria o Aerolevanteamento, mas esta técnica é inacessível para pequenas prefeituras, exceto nas escalas médias e pequenas, normalmente custeadas pela administração Estadual ou Federal. Estas escalas, entretanto, são inadequadas ao planejamento e ao cadastro. Por outro lado, freqüentemente são feitos levantamentos a trena das testadas dos imóveis e, se forem tomadas algumas medidas de distâncias adicionais, é possível realizar um ajustamento em rede envolvendo todos os vértices das quadras. Do ponto de vista prático, a idéia é que uma planta planimétrica em escala média seja refinada através da introdução de medidas lineares entre os vértices das quadras e informações adicionais sobre a colinearidade entre estes vértices. Um programa de ajustamento foi implementado em linguagem C, que permite a leitura e escrita em arquivos DXF, tornado possível a integração com alguns softwares CAD, e alguns testes

práticos foram conduzidos. Nesses testes, uma planta urbana digitalizada na escala 1:10.000 foi usada e várias distâncias entre os vértices das quadras foram medidas diretamente no campo, com uso de trena. Algumas restrições de colinearidade foram introduzidas e a rede foi ajustada. Os diversos experimentos conduzidos permitem afirmar que o método atende aos objetivos propostos.

### ABSTRACT

Municipal governments do not have access to updated planimetric cartographic databases suitable to cadastral scales, mainly due to the lack of a technical staff and problems to maintain surveying instruments properly working. An alternative could be the aerial surveying but this technique is expensive for most small municipalities. The proposal of this work is the use of directly measured lengths with measuring tapes linking all block corners, some additional colinearity constraints, and endpoints coordinates extracted from a medium scale map, which enables a network adjustment using all endpoints coordinates as unknowns. This approach enables the refinement of medium scale maps in order to fit the standards for large scale maps. The adjustment algorithms were implemented in C language and the software can read and write DXF files, enabling integration to any CAD system, ensuring proper visualization and edition of the adjusted network. Experiments using a 1:10.000 scale map were performed and suitable results were obtained with the proposed approach.

## 1 INTRODUÇÃO

Um dos maiores problemas das administrações municipais é o estabelecimento e manutenção de bases cartográficas planimétricas da malha urbana, particularmente de plantas de quadra. Isto se deve à inexistência de pessoal especializado, além da falta de visão para o planejamento cartográfico e cadastral.

Uma alternativa seria o Aerolevantamento, mas esta técnica é inacessível para pequenas prefeituras, exceto nas escalas médias e pequenas, normalmente custeadas pela administração estadual ou federal. Estas escalas, entretanto, são inadequadas ao cadastro e ao planejamento.

Por outro lado, freqüentemente são feitos levantamentos a trena das testadas dos imóveis e, por conseguinte, são conhecidas medidas lineares precisas das quadras. Se algumas medidas adicionais forem realizadas, ligando os vértices das quadras entre si, é possível realizar um ajustamento simultâneo envolvendo todos estes vértices, através do método paramétrico. O método proposto baseia-se no refinamento das coordenadas dos vértices das quadras, que podem ser obtidas a partir de um aerolevantamento em escala média, da digitalização de fotografias aéreas ou de mapas existentes nas prefeituras.

Com a disseminação da informática e a diminuição dos custos de “hardware” e “software”, praticamente todas as pequenas prefeituras tem disponível um ou mais computadores de pequeno porte, que podem hospedar programas gráficos de

domínio público. Nestes sistemas poderão ser manuseadas e processadas as bases cartográficas digitais planimétricas, a serem desenvolvidas com a metodologia proposta neste trabalho.

## 2 METODOLOGIA

A proposta deste trabalho é o refinamento de plantas em escalas médias para que atinjam os patamares de exatidão das plantas em escalas grandes. Para tanto, parte-se da hipótese que uma planta de quadras pré-existente e digitalizada forneça as coordenadas dos vértices das quadras, formando uma malha de pontos.

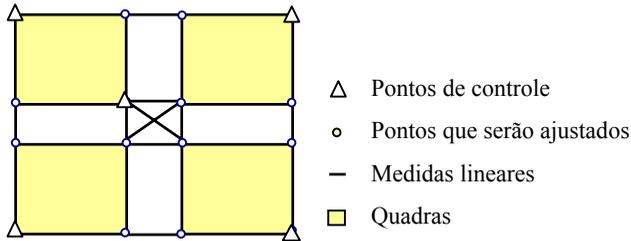
Algumas relações entre os pontos da malha podem ser estabelecidas a partir de medidas de distâncias em campo, e da verificação da colinearidade entre os vértices. As relações, distâncias e colinearidades entre vértices, são usadas como observações e injunções, respectivamente, em um ajustamento pelo método paramétrico. As coordenadas dos vértices também são levadas em consideração como injunções relativas de posição. Uma característica importante desta metodologia é que todas as informações são introduzidas graficamente, usando qualquer sistema CAD que exporta um arquivo gráfico do tipo DXF, a ser lido pelo programa de refinamento.

A metodologia empregada no desenvolvimento do trabalho pode ser resumida na seguinte seqüência:

1. Coleta das coordenadas dos vértices das quadras (arquivo gráfico);
2. Coleta das distâncias, verificação de colinearidade entre os vértices, e levantamento de pontos de controle em campo;
3. Edição do arquivo gráfico com a introdução das distâncias e coordenadas dos pontos de controle sob a forma de texto;
4. Edição, com a marcação em nível próprio, dos vértices colineares;
5. Exportação do arquivo gráfico para o formato DXF;
6. Execução do programa de refinamento que:
  - 6.1 Lê o arquivo DXF;
  - 6.2 Extrai as coordenadas dos vértices;
  - 6.3 Extrai as coordenadas dos pontos de apoio;
  - 6.4 Extrai as distâncias entre os vértices medidas em campo;
  - 6.5 Extrai as relações de colinearidade;
  - 6.6 Realiza o ajuste em rede;
  - 6.7 Salva novamente o arquivo no formato DXF, agora com as coordenadas refinadas.

O arquivo gráfico contendo a planta de quadras pode ser obtido através da digitalização de cartas ou fotografias aéreas da área. As distâncias entre os vértices são medidas em campo, com o uso de trena. Tais medidas correspondem às faces de quadras e distâncias entre vértices de quadras distintas, que visam ligar as quadras entre si e garantir a rigidez da rede, evitando assim, um deslocamento relativo entre

as quadras. Os pontos colineares são selecionados após a verificação em campo. Após esta verificação, são assinalados ternos de vértices que estão dispostos aproximadamente numa mesma reta, respeitando uma tolerância pré-estabelecida pelo usuário. Os pontos de controle são pontos correspondentes a alguns vértices de quadras, cujas coordenadas são determinadas com alta precisão, usando, por exemplo, receptores GPS (*Global Positioning System*). Estes pontos possuem a finalidade de fixar o referencial da rede com alta precisão, os quais devem estar bem distribuídos pela malha. A figura 1 mostra o esquema geométrico para a coleta de dados.



**Figura 1:** Representação dos elementos obtidos na coleta de dados.

Utilizando um sistema CAD (*Computer Aided Design*), a planta digital pode ser preparada para o ajustamento em rede dos vértices da quadra. As medidas lineares entre os vértices são assinaladas no desenho e atribuídos os valores das medidas em campo. Existem várias possibilidades para armazenar as distâncias medidas diretamente, que são, evidentemente, diferentes das distâncias calculadas a partir de coordenadas. Optou-se pela introdução de texto conectado à entidade linear que conecta os vértices. Os pontos colineares e os de controle são também indicados no desenho por meio de entidades do tipo texto. Ao final, todas estas informações adicionais, juntamente com as coordenadas aproximadas dos vértices, estarão disponíveis em um arquivo DXF.

Em seguida, é realizado o ajustamento de todo o bloco utilizando as informações adicionais obtidas na etapa de coleta de dados. Este processamento é feito através do programa desenvolvido em linguagem C, que utiliza o método paramétrico com injunções relativas para realizar o ajustamento simultâneo das coordenadas dos vértices de quadras. As coordenadas aproximadas, os pontos de controle e as equações de colinearidade são introduzidos como injunções relativas, enquanto que as medidas lineares formam equações de observações.

A seguir serão detalhadas as equações envolvidas no processo de ajustamento.

### **Equações de Observação**

As equações de observação são escritas como equações de distância entre dois vértices:

$$d^a = \sqrt{(X_j^a - X_i^a)^2 + (Y_j^a - Y_i^a)^2}, \quad (1)$$

onde:

$d$  – distância linear entre os pontos  $i$  e  $j$ ;

$X_i^a$ ,  $Y_i^a$  e  $X_j^a$ ,  $Y_j^a$  - coordenadas ajustadas dos vértices  $i$  e  $j$  correspondentes à distância medida;

### Equações de inunção

As coordenadas dos vértices, tanto as obtidas da carta digitalizada, quanto as levantadas em campo, são utilizadas como inunções posicionais (equações de coordenadas), para um determinado ponto  $i$ , tem-se:

$$\begin{aligned} X_i^a &= X_i^a \\ Y_i^a &= Y_i^a \end{aligned} \quad (2)$$

As relações de colinearidade entre os vértices ( $i$ ,  $j$  e  $k$ ) são estabelecidas por meio da equação de colinearidade:

$$\begin{vmatrix} X_i^a & Y_i^a & 1 \\ X_j^a & Y_j^a & 1 \\ X_k^a & Y_k^a & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

que corresponde a:

$$(X_i^a * Y_j^a) + (X_j^a * Y_k^a) + (X_k^a * Y_i^a) - (X_i^a * Y_k^a) - (X_j^a * Y_i^a) - (X_k^a * Y_j^a) = 0, \quad (4)$$

onde  $(X_i^a, Y_i^a)$ ,  $(X_j^a, Y_j^a)$ ,  $(X_k^a, Y_k^a)$  são as coordenadas de três vértices pertencentes à mesma reta (colineares).

As coordenadas dos vértices são ajustadas em rede usando o método paramétrico com inunções (Gemael, 1994). Os valores inicialmente atribuídos, oriundos da planta digitalizada, são refinados para atender às equações de observação e às de inunções, tanto as correspondentes aos pontos de apoio, quanto às de colinearidade. As coordenadas extraídas da carta, também são usadas como inunções, embora com um peso menor do que as dos pontos de controle.

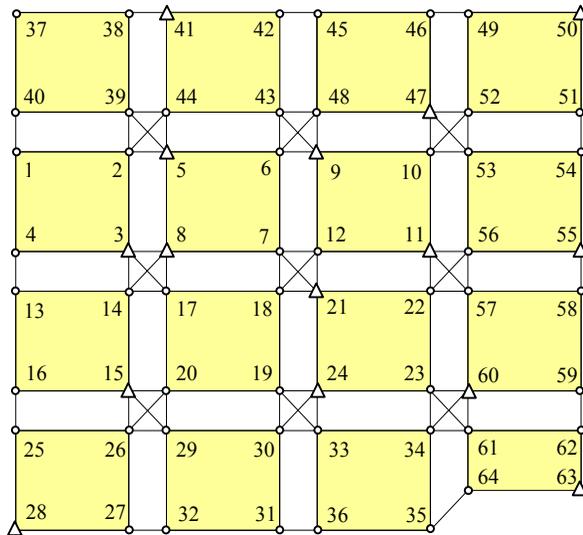
Estas coordenadas ajustadas são introduzidas no arquivo DXF sobrescrevendo as coordenadas originais. Este novo arquivo gerado pode ser carregado em um CAD para utilização como uma planta em escala grande.

### 3 EXPERIMENTOS

Para a realização dos testes foi utilizada uma carta digitalizada na escala 1:10000 da cidade de Presidente Prudente, localizada a oeste do estado de São Paulo. A região de estudo corresponde a dezesseis quadras do bairro Jardim

Bongiovani, de acordo com o esquema mostrado na figura 2.

Nesta área foram coletados os dados necessários para a realização dos experimentos. As medidas de distâncias, correspondentes às faces de quadras e ligação entre vértices, foram efetuadas com uma trena. Alguns pontos de controle foram coletados, usando o receptor GPS Trimble 4600SL, com a finalidade de se analisar a quantidade necessária destes para atingir a exatidão requerida, obtendo-se uma precisão da ordem de 10cm para as componentes planimétricas.



**Figura 2:** Representação da área de estudo e dados coletados.

Na figura 2, os pontos numerados de 1 a 64 correspondem aos vértices cujas coordenadas serão refinadas no ajustamento. As distâncias medidas estão representadas pelas linhas contínuas e os pontos marcados com triângulos, indicam os pontos de controle coletados com o receptor GPS.

As distâncias foram medidas em campo de tal forma que a trena permanecesse na posição horizontal, minimizando os erros no levantamento. A precisão das distâncias foi estimada usando a expressão (7) (Comastri, 1977):

$$\sigma_d = 0,015 * \sqrt{d} . \quad (5)$$

Para a estimativa da exatidão das coordenadas extraídas da carta digitalizada, foi utilizado o PEC (Padrão de Exatidão Cartográfico):

$$\sigma_c = 0,3\text{mm} * D , \quad (6)$$

onde  $D$  corresponde ao denominador da escala da carta. Assim, para a escala 1:10000, a exatidão esperada é de 3m.

A tabela 1 mostra as discrepâncias entre os pontos de controle e seus correspondentes extraídos da carta digitalizada e o erro médio quadrático destas discrepâncias. Através destas discrepâncias iniciais e dos resultados obtidos ao final do ajustamento, é possível fazer uma comparação da exatidão dos vértices, antes e depois do ajustamento.

**Tabela 1:** Discrepâncias entre as coordenadas planimétricas dos pontos de controle e as extraídas da carta na escala 1:10.000.

Ponto	Discrepâncias	
	$\Delta E$ (m)	$\Delta N$ (m)
3	-2,945	8,005
5	-2,597	10,517
8	-4,014	8,461
9	-4,501	10,703
11	-6,876	7,800
15	-2,343	8,808
21	-4,595	9,103
24	-10,010	11,990
28	-0,411	6,336
41	-1,907	11,142
47	-6,285	10,030
50	-3,568	10,481
55	-7,617	6,614
60	-6,957	8,763
63	-8,076	6,779
<b>EMQ</b>	<b>5,498</b>	<b>9,191</b>

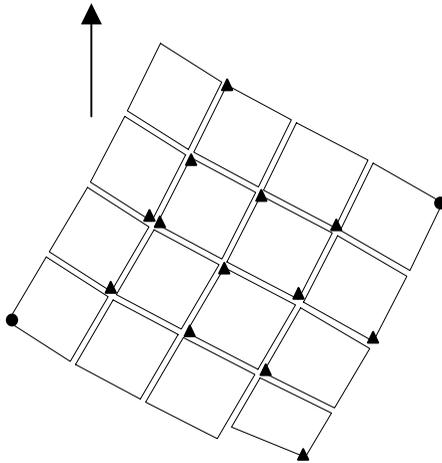
Vale ressaltar, que as coordenadas obtidas da carta e as dos pontos de controle estão referenciadas ao sistema de projeção UTM. As distâncias medidas em campo foram reduzidas ao plano UTM, utilizando um fator de escala médio para toda a área, devido à reduzida dimensão da área piloto. Para distâncias de 100 m a diferença é da ordem de 3,7 cm, o que pode acarretar uma variação mesma ordem de grandeza nas coordenadas ajustadas.

Os testes foram realizados na área de estudo, procurando variar o número e distribuição dos pontos de controle e equações de colinearidade, para dessa forma, analisar o comportamento da rede nas diversas situações. Os pontos não utilizados

como controle nos testes, serviram como pontos de verificação.

É importante ressaltar que o uso de apenas um ponto de apoio não significa que o referencial não foi fixado adequadamente, uma vez que todos os demais vértices foram também injuncionados, embora com peso menor, devido à sua menor precisão. Isto significa apenas que o referencial foi fixado com qualidade inferior à que seria obtida com um número maior de pontos de apoio.

### ✓ Experimento 1



● Pontos de controle

▲ Pontos de verificação

**Tabela 2:** Erros nos pontos de verificação e erro médio quadrático para o experimento 1.

Ponto	$\Delta E$ (m)	$\Delta N$ (m)
3	4,759	-10,091
5	5,018	-10,011
8	4,797	-10,172
9	5,258	-9,089
11	5,853	-7,261
15	0,280	-6,946
21	4,865	-9,359
24	6,413	-9,822
41	4,297	-9,457
47	6,088	-7,392
55	5,195	-9,114
60	1,457	-4,792
63	2,322	-7,064
<b>EMQ</b>	<b>4,704</b>	<b>8,652</b>

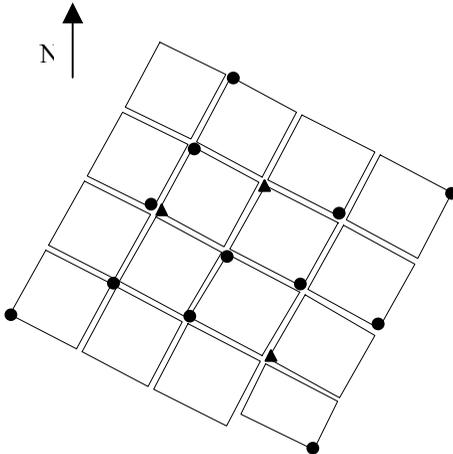
**Figura 3:** Experimento 1: 2 pontos de controle e 32 equações de colinearidade.

Neste experimento foram utilizados 2 pontos de controle (Pontos 28 e 50) e 32 equações de colinearidade em todas as faces longitudinais à rede, ou seja aproximadamente na direção norte. Neste teste, os pontos colineares foram escolhidos três a três repetindo-se o último vértice do conjunto de pontos anterior (Figura 3). A tabela 2 mostra os erros nos pontos de verificação, e o erro médio quadrático, correspondentes ao experimento 1.

Com a realização deste experimento, pôde-se notar uma deformação da rede, devido ao uso de apenas 2 pontos de controle e utilização de injunções de colinearidade em uma única direção.

✓ **Experimento 2**

Para este experimento, foram utilizados 12 pontos de controle (3, 5, 11, 15, 21, 24, 28, 41, 47, 50, 55 e 63) e apenas 11 equações de colinearidade, correspondentes às faces no entorno da rede (Figura 4). Na Tabela 3 são mostrados os resultados numéricos obtidos.



- Pontos de Controle
- ▲ Pontos de Verificação

**Figura 4:** *Experimento 2:* 12 pontos de controle e 11 equações de colinearidade.

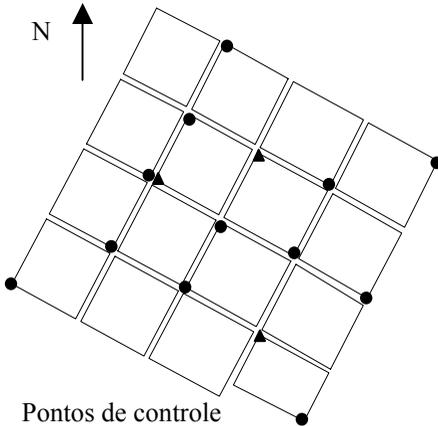
Com 12 pontos de controle, houve uma melhora significativa nos resultados numéricos, como pode-se verificar na tabela 3, embora a geometria visual das quadras apresentem deformações, devido à utilização de um número menor de equações de colinearidade.

**Tabela 3:** Erros nos pontos de verificação e erro médio quadrático para o experimento 2.

Ponto	$\Delta E$ (m)	$\Delta N$ (m)
8	-0,097	0,389
9	-0,858	1,628
60	2,360	-0,927
<b>EMQ</b>	<b>1,450</b>	<b>1,104</b>

### ✓ Experimento 3

No experimento 3 (Figura 5), foram utilizados 12 pontos de controle (3, 5, 11, 15, 21, 24, 28, 41, 47, 50, 55 e 63) e 32 equações de colinearidade, aproximadamente no sentido Norte, envolvendo todas as quadras. Na tabela 4 são apresentados os resultados numéricos obtidos neste experimento.



● Pontos de controle

▲ Pontos de Verificação

**Tabela 4:** Erros nos pontos de verificação e erro médio quadrático para o experimento 3.

Ponto	$\Delta E$ (m)	$\Delta N$ (m)
8	0,030	0,614
9	-0,189	0,703
60	1,100	0,248
<b>EMQ</b>	<b>0,644</b>	<b>0,557</b>

**Figura 5:** Experimento 3: 12 pontos de controle e 32 equações de colinearidade.

Os resultados do experimento 3 mostram uma exatidão adequada, como pode ser observado na tabela 4. A utilização das equações de colinearidade em todas as quadras proporcionou uma melhor configuração final na forma da rede.

## 4 DISCUSSÃO

Com os testes realizados, pode-se notar que os pontos de controle e as equações de colinearidade têm fundamental importância na exatidão final dos vértices ajustados. No experimento 3, pôde-se perceber que a exatidão dos pontos de verificação melhorou significativamente, obtendo-se um resultado compatível com o PEC na escala 1:2.000 (0.6m).

Os pontos de controle em conjunto com as equações de colinearidade exercem um importante papel no controle da deformação da rede, como se pôde perceber com os experimentos apresentados. Com cerca de 20% dos vértices das quadras apoiados, pôde-se atingir o refinamento esperado, ou seja, a partir de uma carta na escala 1:10.000 obter um produto compatível com a escala 1;2.000. Isto é verificado comparando-se o EMQ entre as tabelas 1 e 4.

As injunções de colinearidade possuem a função de manter a forma regular

para a malha ajustada. Nos testes, pôde-se perceber que quanto maior o número de injunções menor a deformação da rede.

## 5 CONCLUSÕES

O procedimento proposto funcionou do modo esperado, mostrando-se que é possível refinar bases cartográficas de baixa precisão, de forma a torná-las compatíveis com escalas cadastrais urbanas.

O desenvolvimento do estudo mostrou que somente as equações de distâncias não são suficientes para refinar a malha, sendo necessárias injunções adicionais, como as de colinearidade, bem como pontos de apoio. O programa de ajustamento fornece resultados satisfatórios, como mostram os experimentos realizados. Os pontos de controle e as injunções de colinearidade possuem um papel fundamental na exatidão final dos pontos e na manutenção da forma da malha. Estes resultados estão relacionados com o número e distribuição dos pontos de controle (pontos GPS) e das equações de colinearidade.

Outra vantagem importante do método proposto é a integração de todas as etapas de inserção das informações em software CAD.

## AGRADECIMENTOS

Os autores expressam seus agradecimentos à FAPESP, pelo financiamento e apoio à pesquisa em desenvolvimento (Processo nº 00/00959-6).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Comastri, A..** *Topografia – planimetria*. Viçosa: Ed. UFV, 1977.

**Gemael, C..** *Introdução ao ajustamento de observação: aplicações geodésicas*. Curitiba: Ed. UPFR, 1994.

(Recebido em 23/05/01. Aceito para publicação em 13/09/01.)