# APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE FOURIER E EM ONDALETA ÀS SÉRIES TEMPORAIS DE DIFERENÇAS DE ALTITUDE, DETERMINADAS POR GPS, ACOPLADO A SHAKER NA BASE USP.

The application of the Fourier and wavelet transform to altitude differences of temporal series, set out by GPS, acopled a shaker at USP bases.

# <sup>1</sup>RÉGIS FERNANDES BUENO <sup>2</sup>DENIZAR BLITZKOW <sup>2</sup>EDVALDO SIMÕES DA FONSECA JUNIOR <sup>2</sup>NICOLA PACILÉO NETTO <sup>3</sup>AUGUSTO CÉSAR BARROS BARBOSA

<sup>1</sup>Geovector Engenharia Geomática Ltda regisbueno@uol.com.br;
<sup>2</sup>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP dblitzko@usp.br; edvaldoj@usp.br; pacileon@usp.br
<sup>3</sup>Instituto Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas - IAG barbosa@model.iag.usp.br

#### RESUMO

A monitoração dinâmica de pontes rodoviárias através da determinação de deslocamentos espaciais é uma das atuais áreas de interesse da geodésia aplicada à engenharia de estruturas. A tecnologia de posicionamento por satélite é uma das ferramentas disponíveis para este fim e foi avaliada neste artigo. Verifica-se que o GPS pode contribuir para com a monitoração dinâmica de estruturas se estas experimentarem suficiente deslocamento espacial para ser analisado por meio desta tecnologia. Nos últimos anos se observam aplicações em grandes pontes estaiadas na Ásia, na Europa e na América do Norte. Alguns experimentos foram realizados na Base de Calibração de Instrumentos Geodésicos da USP empregando-se a tecnologia através da simulação com um *shaker*. A partir de determinações no método relativo cinemático obtiveram-se os deslocamentos tridimensionais e a freqüência do primeiro modo de vibração da mesa do *shaker* instalado sobre um dos

Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 14, nº 4, p.557-570, out-dez, 2008.

pilares da base. As análises foram realizadas através da aplicação da transformada de Fourier e em Ondaleta (Wavelet).

Palavras-chave: Geodésia; Monitoração; Transformadas de Fourier; Ondaletas.

#### ABSTRACT

The dynamic monitoring of road bridges through the determination of space displacements is one of the current areas of interest of geodesy applied to the engineering of structures. The technology of satellite positioning is one of the available tools for this purpose and in this article it is partially evaluated. The GPS can contribute to the dynamic monitoring of structures if they have enough spatial displacement to be analysed by means this technology. In recent years, it have observed applications in great stayed bridges in Asia, in Europe and in North America. Some experiments had been carried out through the Base of Calibration of Geodetic Instruments of the USP using the GPS technology and modal analysis. In the present study, the application of this technology through the simulation with a shaker was analysed. From the application of the kinematic relative method, the three-dimensional displacements were obtained and the frequency of the first mode of table vibration, where the shaker was installed in one of the pillars of the baseline. The analysis was been carried out through the application of the Fourier and Wavelet transform.

Kyewords: Geodesy; Monitoring; Fourier Transform; Wavelet Transform.

# 1. INTRODUÇÃO

A ocorrência de falhas num ambiente estrutural, além de fator de prejuízo econômico, vai mais além: representa risco à vida humana ou ao meio ambiente. As falhas em sistemas estruturais podem dar-se por diferentes razões e graus de intensidade.

Nas últimas décadas verifica-se a intensificação de investigações com o objetivo de desenvolver técnicas confiáveis de identificação de propriedades dinâmicas de estruturas. Por outro lado, os últimos cinqüenta anos representaram um grande desenvolvimento para a Geodésia e tecnologias associadas, ampliando os campos de atuação desta ciência. Um destes campos correlaciona-se mais uma vez às obras de engenharia, agregando novos métodos geodésicos à monitoração de estruturas.

A tecnologia de posicionamento por satélite é empregada em Geodésia desde a década de 60. As aplicações geodésicas no campo da engenharia utilizam esta tecnologia através do sistema GPS (Global Positioning System) há aproximadamente 20 anos. O GPS se mostrou revolucionário, pois proporciona alta precisão nas determinações, apresenta maior praticidade na operação dos instrumentos os quais, sob vários aspectos, são automatizados, bem como, permite a integração com equipamentos de outras tecnologias, tais como: sistemas inerciais, acelerômetros, câmaras aerofotogramétricas, sondas hidro-acústicas, sistemas laser

e computadores de bordo com sistemas de informação espacial para várias finalidades, dentre elas a navegação pessoal.

Neste artigo apresenta-se um método para a determinação da freqüência de resposta em um experimento realizado na base USP analisando-se determinações GPS acoplado a um dispositivo oscilatório.

Para estudos mais abrangentes recomenda-se consultar MAIA *et al* (1997) e ARMER (2001) e PENNER (2001) e BUENO (2007).

## 2. ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS

A análise espectral de séries temporais através da transformada de Fourier permite discriminar as freqüências presentes nestas séries, porém, o faz de forma independente da localização no tempo. Outrossim, observa-se que esta forma de proceder à análise espectral melhor se aplica em séries temporais ergódicas, as quais se desenvolvem no tempo aleatoriamente, mas possuem momentos estatísticos invariantes; este fato não se verifica em geral com os dados experimentais de processos físicos, tal como a vibração de uma estrutura. Ainda, conforme observa MORETTIN (1999), sobre as Bases de Fourier "pequenas mudanças em algumas das observações podem provocar mudanças em todas as componentes de uma expansão de Fourier". Com o emprego do método de Fourier para análise de dados não ergódicos deixa-se de ter acesso às informações sobre a distribuição de freqüências e a densidade de energia em relação ao intervalo de tempo em que se desenvolve a série, visto que, estas informações variam no desenvolvimento da série não estacionária.

A análise de séries temporais não estacionárias com uso de ondaletas (wavelet) tem se mostrado uma eficiente forma de tratamento, pois, pode proporcionar a localização em freqüência e em tempo (ou espaço) contrariamente ao que se obtém com a análise de Fourier.

A transformada em ondaletas (TO) utiliza funções assim denominadas por terem a característica de pequenas ondas com curto período de duração; estas funções possuem energia finita e propriedades de localização temporal, podendo ser utilizadas com eficiência para representar sinais de pequena duração no domínio do tempo, tal como uma pequena onda que vai ao ápice e decai em um curto período de tempo. A eficiência desta análise se dá na medida em que, para a representação de um sinal complexo, seja necessário somente um número finito de parâmetros. Devido a este caráter, as bases de ondaletas são denominadas de transientes, sendo adequadas para analisar funções que também apresentam tal característica. Portanto, a função ondaleta  $\psi(t)$  deve satisfazer a duas propriedades básicas: possuir integral igual a zero e ter energia unitária. Assim:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \tag{1}$$

Aplicação da transformada de Fourier e em ondaletas às...

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^{2}(t) dt = 1$$
<sup>(2)</sup>

A primeira confere a propriedade de expressar uma onda cuja área sob seu gráfico seja nula; esta característica garante à função ondaleta uma forma do tipo onda, conhecida como condição de admissibilidade. A segunda propriedade (equação 2) proporciona um suporte compacto, conferindo o decréscimo rápido em amplitude e garantindo que se tenha a localização espacial. Estas são propriedades importantes, pois, se a energia é concentrada em uma pequena região, a ondaleta é mais localizada e fornece melhor representação do sinal no plano tempo-freqüência ou tempo-escala, ou seja, maior resolução, PINTO (2005).

A ondaleta  $\psi(t)$  é chamada usualmente de ondaleta mãe e sofre dilatações  $\psi(t) \rightarrow \psi(2t)$  e translações  $\psi(t) \rightarrow \psi(t+1)$ , gerando ondaletas filhas, as quais contribuem para a energia total da ondaleta mãe. A primeira é definida por:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a,b \in \Re_{e a > 0}$$
<sup>(3)</sup>

onde: *a* é o fator de escala; *b* é o fator de translação.

A forma da ondaleta permanece invariável, mesmo sob a dilatação ou a compressão. Estas características são obtidas variando-se a escala a, onde a ondaleta mãe é ampliada (a>1) ou contraída (0 < a < 1). Pelo fato da função ondaleta ser localizada em um intervalo finito, quando se aumenta a escala a, a correspondente função ondaleta fica localizada em intervalos de tempo cada vez menores, proporcionando a localização temporal de cada função ondaleta filha.

O princípio básico da análise em ondaleta consiste em se decompor o sinal em vários níveis de resolução alterando-se a escala e transladando-se essa função ao longo da série temporal analisada. Este processo é conhecido como *Multiresolução* e fornece uma moldura hierárquica para interpretação do sinal, BOLZAN (2006). Sob diferentes escalas se caracterizam distintas estruturas físicas do sinal.

A escolha da melhor ondaleta para um dado problema não é uma tarefa simples, mas basicamente deve-se procurar por aquela que possa melhor realçar as características do sinal estudado, OLINTO (2005). Nesta pesquisa, após testes com os dados, utilizando-se a função *wavemenu* do MATLAB versão 7.0, considerou-se a ondaleta de *Morlet* como sendo a mais eficiente na identificação das freqüências dos sinais aqui empregados, por se tratar de uma ondaleta complexa.

Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 14, nº 4, p.557-570, out-dez, 2008.

A ondaleta de Morlet é definida da seguinte forma:

$$\psi_0(\eta) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{iw_0\eta} e^{-\frac{1}{2}\eta^2} \tag{4}$$

onde:

 $w_0$  é uma freqüência adimensional tendo sido utilizado o valor 6 para esta freqüência (Torrence e Compo, (1998) *apud* BARBOSA (2007)).

 $\eta$  é um tempo adimensional ( $\eta{=}1,...,N),$  sendo N $\,$ o número de valores da série analisada.

Em função da transformada em ondaleta não ser perfeitamente localizada no tempo, resultam desta característica efeitos de borda, devendo-se usar o cone de influência, para que estes efeitos possam ser desprezados.

Torna-se conveniente realizar testes de significância, procedimento que tem sido pouco usado na maioria das aplicações de ondaletas, apresentando assim, apenas resultados quantitativos. A significância estatística dos resultados pode ser obtida com emprego da *'hipótese nula'* em que o sinal é ruído vermelho com dado 'Espectro de Energia de Fundo ( $P_k$ )'. Em ALLEN e SMITH (1998) *apud* BARBOSA (2007) pode-se verificar maiores detalhes, donde se extrai:

$$P_k = \frac{1 - \alpha^2}{\left|1 - \alpha e^{-2i\pi k}\right|^2} \tag{5}$$

onde:

k é a ordem da banda de freqüência de Fourier e  $\alpha$  um coeficiente de auto correlação da série com ruído vermelho.

Considera-se que o nível de confiança de 95% no espectro de energia da ondaleta é obtido quando esta energia for aproximadamente 3 vezes maior que  $P_k$  do ruído vermelho.

#### 3. ENSAIO COM SHAKER E TRANSDUTOR DE DESLOCAMENTO

Em janeiro de 2003 foi realizado um experimento com um "shaker" e dois receptores GPS Javad Legacy, com antenas choke ring, ambos pertencentes respectivamente aos laboratórios de Estruturas e Materiais (LEM) e de Topografia e Geodésia (LTG) da EPUSP.

O *shaker* modelo 113 Electro-Seis – fig.  $1 - \epsilon$  um dispositivo oscilador eletro dinâmico leve, com curso longo e projetado para operação só ou em conjunto para excitação e estudo de respostas de estruturas na faixa de freqüências sísmicas.

Os equipamentos GPS, adquiridos pelo LTG para pesquisa em monitoração dinâmica de estruturas, possuem antena *choke ring* (fig. 1), contam com taxa de aquisição de dados de 20 Hz, algoritmo de redução de multicaminhamento, memória de 80 Mb e capacidade de observação de sinais L1, L2, códigos C/A e P. Com o objetivo de conseguir um acoplamento adequado da antena com a mesa superior do *shaker* e deste no pilar, foram projetados e construídos dois dispositivos conforme pode ser observado na figura 1. Desta forma o shaker permanece centrado em uma posição conhecida e a antena é firmemente afixada ao dispositivo, podendo ser correlacionada à posição do pilar.

A coleta de dados se realizou em 21-11-03,entre os horários de 14:04:30 e 14:17:21 (Tempo GPS).

Fig. 1- Antena choke ring acoplada ao shaker sobre o pilar 2 da BASE USP. No detalhe à direita observa-se o transdutor de deslocamento, acoplado.



Neste experimento foram adotados os seguintes procedimentos:

- os receptores GPS tiveram a taxa de gravação ajustada para 20 Hz (uma época a cada 0,05 segundos);
- o receptor base (n/s 8RR3VQ40740) foi instalado no pilar P0 e o móvel (n/s 8PQN92EVQWW) foi instalado no P2; a distância que separa os dois é de 68,166m;
- as sessões entre o repouso da mesa do "shaker", seu período de vibração e novamente o repouso foram gravadas em modo cinemático contínuo. No período de repouso a sessão foi gravada no modo estático do método semi-cinemático;

 a amplitude dos deslocamentos da mesa foi medida com um Transdutor de Deslocamento (TD) Gefran, modelo PY2 F50S, nº 01120092 e registrada em arquivo através do programa Aqdados, desenvolvido pela Lynx Eletrônica Ltda.

Os dados foram processados no método cinemático no programa Pinnacle v. 1.0, próprio dos receptores Javad Legacy empregados. As características do processamento são apresentadas a seguir:

- modo de processamento: stop-and-go (v.01.22.053), L1&L2 c (iono-free), com correção de variações de centro de fase;
- ângulo de mascaramento: 15°;
- efemérides transmitidas;
- solução de ambigüidades fixa, taxa 99,94 %;
- PDOP variando entre 2,19 e 1,7;
- quantidade mínima e máxima de 7 e 8 satélites e
- as ambigüidades foram fixas após 50 épocas (2,50 seg).

Os dados do TD, na freqüência de aquisição de 20 Hz, foram organizados em arquivos separados segundo a freqüência de oscilação do shaker. Processo semelhante foi realizado com os dados GPS, exportado do programa Pinnacle.

Os resultados obtidos para os deslocamentos em altitude geodésica, na freqüência de 1, 2 e 4 Hz, tanto do GPS como do TD, foram inseridos no programa Matlab v 6.5 e processados com a ferramenta de processamento de sinais Sptool.

Os procedimentos aplicados no tratamento de dados deste experimento foram:

- separação em amostras contendo 1024 ou 2048 registros;
- obtenção dos desvios em relação às médias aritméticas das altitudes geodésicas e dos deslocamentos medidos com o TD;
- aplicação da análise por transformadas de Fourier e em ondaletas para verificar a correspondência com a freqüência de operação do shaker, filtrando-se ou não o sinal, conforme o caso;
- aplicação de um filtro passa banda ou passa alta para gerar sinais sem os efeitos perturbadores verificados no sinal original,cujos detalhes podem ser verificado em BUENO (2007);
- re-análise do sinal filtrado.

# 3.1 – Análise dos resultados relativos ao experimento do shaker oscilando em 1 Hz.

Nos gráficos de sinais dispostos a seguir a unidade do eixo de abscissas é a época equidistante em 0,05 segundos e a do eixo de ordenadas, que dispõe os deslocamentos medidos na mesa, o metro. Nos gráficos de função de densidade espectral (PSD) as unidades da abscissa e da ordenada são, respectivamente, Hz e  $m^2/Hz$ .

A figura 2 apresenta o gráfico do sinal formado pelos desvios das medições do TD, no período de oscilação em 1 Hz. Nota-se um pequeno efeito ascendente, bem como variações no movimento oscilatório do shaker; entretanto, pode-se observar que há uma regularidade nos deslocamentos de pico a pico. A média aritmética destes valores não representa o ponto médio do deslocamento. Tomando-se o valor zero como referência no gráfico e medindo-se 10 picos positivos obteve-se a média de 0,0104 m para estes desvios, em relação à média (0,0216 m) dos deslocamentos medidos com o TD.

A transformada de Fourier da série de deslocamentos do shaker, feita sem a filtragem para se ter uma avaliação primeira, é mostrada na figura 3 onde se percebe claramente a maior amplitude de energia na freqüência de 1Hz. Maiores detalhes podem ser obtidos em BUENO (2007).

Em uma segunda avaliação procedeu-se à filtragem dos dados para extrair os ruídos em baixa freqüência, aplicando-se, para tanto, o filtro passa alta (0,8 Hz). Com esta segunda análise objetivou-se avaliar se a filtragem empregada poderia comprometer os valores dos deslocamentos. O espectro também demonstrou a freqüência em que operou o shaker; nas figuras 4 e 5 verificam-se estes resultados. Os dez deslocamentos medidos acima do valor nulo no gráfico da figura 4 resultaram na média de 0,0108 m. Em seguida repetiram-se os procedimentos para os dados do GPS, coletados no mesmo período do transdutor de deslocamentos. Na figura 6 pode-se verificar o comportamento dos desvios em relação à média das determinações do GPS (725,440 m). A série apresenta variações distintas daquelas demonstradas pelos dados do TD, com um componente de baixa freqüência e outro de alta. No primeiro pode haver efeitos, por exemplo, de multicaminhamento dos sinais e no segundo está também o comportamento do shaker. Observa-se, no início da série, a ocorrência de variações da ordem de 0,1 m.



Fig. 2 - Gráfico dos desvios em relação à média dos dados do TD no shaker a 1 Hz.

Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 14, nº 4, p.557-570, out-dez, 2008.

Fig. 3 - Espectro dos desvios em relação à média dos dados do TD no shaker a 1 Hz.



Fig. 4 - Sinal dos desvios em relação à média dos dados do TD no shaker a 1 Hz, após uso de filtro passa alta.



Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 14, nº 4, p.557-570, out-dez, 2008.

Fig. 5 - espectro dos desvios em relação à média dos dados do TD no shaker a 1 Hz, após uso do filtro.



em relação à média das determinações do GPS sobre shaker a 1 Hz, sem uso de filtro.



Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 14, nº 4, p.557-570, out-dez, 2008.

Fig. 7 - Espectro dos desvios de altitude geodésica em relação à média, dados do GPS sobre shaker a 1 Hz, sem filtro.



A figura 7 mostra o espectro destes dados, onde se verifica um pico em 1Hz e um harmônico em 2Hz. Nota-se também os efeitos dos ruídos, em baixa freqüência, removidos a posteriori após aplicação do filtro passa alta, figura 9. A amplitude se reduziu na maioria das épocas, à exceção do trecho inicial que já apresentava valores excessivos nos dados originais. Na figura 8 pode-se ver a linha tracejada indicando a amplitude de 0,0108 m determinada nos dados do TD. No princípio da série, de 5,95 até 16,95 segundos, se verificam valores elevados de 0,022 m a 0,0135 m, entretanto, pode-se observar uma tendência de proximidade com o valor obtido pelo TD a partir de 25 segundos. Neste trecho a variação acima da referência se dá entre os extremos 0,0138 m a 0,0046 m.

Nos gráficos das figuras 9 e 10 observam-se as séries temporais obtida com o GPS e os respectivos espectros da transformada em ondaleta. O eixo das abscissas representa o tempo espaçado a cada 0,05 segundos e o eixo das ordenadas o inverso da freqüência em Hertz. As cores tendendo ao vermelho indicam o maior nível de energia.

Na figura 9 é mostrada a série temporal na freqüência de 1 Hz sem uso do filtro. Observa-se que os períodos de maior energia nesta freqüência são intercalados e limitados por perímetros que assinalam a região de 95% de nível de confiança. Outros dois perímetros em 2 Hz se destacam, mas com menor nível de energia e por curto intervalo de tempo. Em freqüências mais altas, próximo a 8 Hz (0,125 m) observam-se também perímetros com níveis mais altos de energia.

Esta série, após a mesma filtragem (passa banda), evidencia uma significativa melhora na visualização, vide figura 10. Pode-se distinguir uma faixa contínua em 1 Hz dentro de um perímetro contínuo ao longo de todo o tempo da série. Com a transformada em ondaleta confirma-se a evidência obtida para os gráficos das figuras anteriores à de número 8.





Fig.9 - Espectro de potência em ondaleta da série dos desvios de altitude geodésica em relação à média.



Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 14, nº 4, p.557-570, out-dez, 2008.





## 4. CONCLUSÕES

Comparando-se as séries temporais resultantes do transdutor de deslocamento (fig. 4) e do posicionamento GPS (fig. 6) verifica-se que este último contém ruídos da ordem de até 10 cm de amplitude, evidenciando perturbações nas observações GPS. A série do TD apresenta variações em amplitude de poucos milímetros.

A TO se sobressai em relação à aplicação da transformada de Fourier pela característica de discriminar a contribuição de cada freqüência existente em uma série temporal para contribuição total da energia. A sua aplicação nos resultados do GPS acoplado ao shaker demonstra, neste caso, a ocorrência da freqüência de oscilação do mesmo (1Hz.) em todo o período da série.

Entretanto, observam-se sinais de baixa freqüência (0,25 Hz.), que mesmo fora do nível de confiança de 95%, evidenciam as perturbações restritas á série temporal produzida com GPS, pois não estão presentes na série oriunda do transdutor de deslocamento. Creditar estas discriminações a uma causa específica, como o multicaminho, pode ser ainda prematuro, pois, embora a antena do receptor não estivesse estática, para que o efeito do multicaminhamento apresentasse lenta variação no tempo, ainda pairam dúvidas, porque este elemento do receptor experimentou apenas deslocamentos verticais da ordem de 2 cm. Seriam estes responsáveis pela rápida variação dos efeitos de multicaminho nas determinações? Por esta razão supõe-se sobre a possibilidade haver outras fontes significativas de erro envolvidas tais como o comportamento atmosférico. Sob tais argumentações conclui-se pela a realização de novos experimentos, sob uma estratégia apropriada, objetivando identificar as fontes e as possibilidades de mitigar seus efeitos.

Após a filtragem dos dados, os resultados (figura 10) mostram maior consistência do resultado por GPS com o espectro da série temporal produzida a partir das determinações do transdutor de deslocamento, onde a freqüência de 1 Hz aparece com maior energia durante o período total amostrado. Embora este método tenha produzido resultados compatíveis com as oscilações induzidas pelo shaker, naquela freqüência e noutras avaliadas, verifica-se necessário escoimar os efeitos perturbadores de forma a proporcionar maior eficiência e confiabilidade ao método de monitoração dinâmica por tecnologia de posicionamento por satélite em freqüências inferiores a 1 Hz.

#### 5. LISTA DE REFERÊNCIAS

- ARMER, G. S. T. *Monitoring and Assessment of Structures*. London and New. York. Spon Press. 2001. 167 p.
- BARBOSA, A. C. *Estudo da Variabilidade Acoplada Oceano-Atmosfera no Atlântico Tropical.* São Paulo, 2007. 116 p. Dissertação (Mestrado) Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo.
- BUENO, R.F. Monitoração, por GPS, de deslocamentos em estruturas com carga dinâmica. São Paulo, 2007. 213p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- MAIA, N. M. M.; Silva, J. M. M.; He, J.; Leven, N. A. J.; Lin, R. M.; Skingle, G.
  W.; To, W.; URGUEIRA, A. P. V. *Theoretical and Experimental Modal Anzlysis*. Tauton, Somerset, England. Research Studies Press Ltd. 1997. 468 p.
- MORETTIN. P. A. Onda e Ondaletas: Da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas São Paulo Editora da Universidade de São Paulo. 1999.
- OLINTO, C. R. Estudo experimental das características do escoamento turbulento nas primeiras fileiras de bancos de tubos. Porto Alegre, 2005. 120 p. Tese (Doutorado). Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica -Universidade Federal do Rio Grande do Sul
- PENNER, E. Avaliação de desempenho de sistemas estruturais de pontes de concreto. São Paulo, 2001. 256p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- PINTO, S. C. D. *Análise de formas 3D usando Wavelets 1D, 2D e 3D*. São Carlos, 2005. 90 p. Tese (Doutorado). Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Recebido em fevereiro/08. Aceito em novembro/08)