

**AVALIAÇÃO DE MODELOS GEOIDAIS GRAVIMÉTRICOS
DETERMINADOS COM FUNÇÕES COVARIÂNCIAS
PLANAS E ESFÉRICAS (Estudo de Caso: Estado de São Paulo e
adjacências)**

*An evaluation of gravimetric geoid model determined by plane and spherical
covariance functions (study case: São Paulo State and around)*

SÉRGIO FLORÊNCIO DE SOUZA¹
NELSI CÔGO DE SÁ²

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Geociências – Departamento de Geodésia
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Porto Alegre - RS - Brasil
CEP: 91501-970 / Caixa Postal: 15001
e-mail: sergio.florencio@ufrgs.br

²Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Rua do Matão, 1226 – Cidade Universitária – São Paulo – SP - Brasil
e-mail: nelsi@iag.usp.br

RESUMO

A colocação por mínimos quadrados é uma técnica matemática de aproximação usada em Geodésia, entre outras aplicações, para a representação do campo de gravidade anômalo da Terra a partir de dados heterogêneos em tipo e precisão. O uso dessa técnica envolve as características estatísticas dos dados através de funções covariâncias. As covariâncias refletem a dependência entre os dados que constituem o campo de gravidade. Do ponto de vista estatístico, a função covariância caracteriza a correlação estatística entre duas quantidades do campo de gravidade em pontos distintos, ou seja, a tendência de apresentarem a mesma magnitude e o mesmo sinal. A determinação da função covariância é necessária para tanto descrever o comportamento do campo de gravidade como para a determinação de funcionais ligados ao campo. Este artigo tem como objetivo a análise dos resíduos obtidos na comparação de modelos geoidais (Modelo Gravimétrico do Geóide para América do Sul – MGGAS e Modelo Gravimétrico do Geóide para o Estado de São

Paulo – MGGSP), por meio da colocação por mínimos quadrados, usando funções covariâncias planas e esféricas.

Palavras-chave: Geóide Gravimétrico; Colocação por Mínimos Quadrados; Funções Covariâncias.

ABSTRACT

The least squares collocation is a mathematical technique which is used in Geodesy for representation of the Earth's anomalous gravity field from heterogeneous data in type and precision. The use of this technique in the representation of the gravity field requires the statistical characteristics of data through covariance function. The covariances reflect the behavior of the gravity field, in magnitude and roughness. From the statistical point of view, the covariance function represents the statistical dependence among quantities of the gravity field at distinct points or, in other words, shows the tendency to have the same magnitude and the same sign. The determination of the covariance functions is necessary either to describe the behavior of the gravity field or to evaluate its functionals. This paper aims at presenting the results of a study on the plane and spherical covariance functions in determining gravimetric geoid models.

Keywords: Gravimetric Geoid; Least Squares Collocation; Covariance Functions.

1. INTRODUÇÃO

A Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) envolve as covariâncias de todos os elementos do campo de gravidade (por exemplo: alturas geoidais, anomalias gravimétricas, desvio da vertical, entre outros), envolvidos na aproximação desse campo. Do ponto de vista estatístico, a função covariância, obtida a partir de covariâncias amostrais, caracteriza a correlação estatística de duas quantidades do campo de gravidade em dois pontos distintos, ou seja, a tendência de terem a mesma magnitude e o mesmo sinal. A determinação da função covariância é necessária como indicador do comportamento do campo de gravidade anômalo numa determinada região, tanto para estimar novos valores para a anomalia gravimétrica ou para a determinação do geóide. Isso porque a colocação no sentido amplo combina ajustamento, filtragem e interpolação. A função covariância representa a estrutura de campo de gravidade anômalo na CMQ, o que introduz dois requisitos desejáveis nos modelos adotados: reproduzir as propriedades estatísticas contidas nos dados, e admitir uma representação analítica simples. O primeiro pode ser verificado através de comparações entre os resultados obtidos na aproximação e na observação de alguns elementos. O segundo é possível para covariâncias homogêneas e isotrópicas. Na prática, o fator dominante na escolha de um modelo é a quantidade e a distribuição geográfica dos dados. Mesmo nos dias de hoje, com a abundância de dados gravimétricos, as informações estatísticas sobre alguns parâmetros ainda são precárias. Isto significa que ainda é

necessário se distinguir os modelos globais dos locais. Nos modelos globais, as covariâncias são obtidas de valores médios representativos de blocos cujas dimensões indicam a resolução do campo, e das variâncias de baixo grau que resultam do rastreamento de satélites artificiais. Nos modelos locais, as covariâncias são obtidas de dados pontuais e da variância de seus gradientes.

O objetivo deste trabalho é comparar os resultados obtidos na determinação de modelos geoidais, obtidos através da CMQ, usando funções covariâncias planas, e esféricas. A análise é realizada a partir dos modelos geoidais MGGAS (Sá, 2005) e MGGSP (Souza, 2002), para a região do Estado de São Paulo e adjacências.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A relação entre o potencial anômalo (T) e o conjunto de observações do campo de gravidade da Terra (l), por meio do funcional linear (L), é expressa por;

$$l = L(T) \quad (1)$$

As observações podem ser representadas por um modelo matemático da forma (Moritz, 1980);

$$l = AX + s + n \quad (2)$$

onde l é o vetor das observações, X é o vetor dos parâmetros que representam a componente determinística, s é o vetor dos sinais do campo anômalo expresso por funcionais aplicados ao potencial anômalo, e n é o vetor dos erros observacionais.

O problema da representação do campo de gravidade, a partir de dados heterogêneos, expresso em (2), requer a condição de unicidade, obtida pela condição de mínimos quadrados;

$$\alpha \langle T, T \rangle + \beta n^T D^{-1} n = \text{mínimo} \quad (3)$$

e tem a solução analítica (Moritz, 1980);

$$\hat{X} = [A^T (\beta C + \alpha D)^{-1} A]^1 A^T (\beta C + \alpha D)^{-1} l \quad (4)$$

$$\hat{T} = (\beta BK)^T (\beta C + \alpha D)^{-1} (l - AX) \quad (5)$$

onde α e β são parâmetros numéricos, K é o núcleo do espaço de Hilbert, C e D são matrizes simétricas definidas positivas. Dependendo do que se adota para os

parâmetros, o núcleo e as matrizes; a solução geral assume valores particulares e admite interpretações distintas.

A CMQ constitui o caso particular em que T é considerado um processo estocástico, o que proporciona interpretações estatísticas para as normas do potencial anômalo e do erro observacional. As condições de mínimo da CMQ são aquelas que minimizam as variâncias dos parâmetros σ_x^2 e do potencial anômalo σ_T^2 , isto é, (Sá, 1988);

$$\sigma_{\hat{x}}^2 = \text{mínimo} \quad (6)$$

$$\sigma_{\hat{T}}^2 = \text{mínimo} \quad (7)$$

que são satisfeitas por (4) e (5), através de (2) e (3), se (Moritz, 1980)

- os parâmetros forem unitários;

$$\alpha = \beta = 1 \quad (8)$$

- a função que representa o núcleo é igual à função covariância do sinal;

$$K(P, Q) = C(T_P, T_Q) = C_u \quad (9)$$

- a matriz peso é igual a matriz das variâncias do ruído;

$$C(n_p, n_p) = C_{nn} \quad (10)$$

Assim, com (9) e (10) pode-se escrever;

$$C(T_P, T_Q) + C(n_p, n_p) = C_u + C_{nn} = C \quad (11)$$

$$BK = C_{st} \quad (12)$$

$$t = BT \quad (13)$$

e

$$s = \begin{bmatrix} t \\ u \end{bmatrix} \quad (14)$$

onde t e u representam os vetores dos sinais conhecidos e desconhecidos, respectivamente. Nestas condições, o modelo matemático da colocação por mínimos quadrados assume a forma geral;

$$l = AX + s + n \quad (15)$$

Como a componente determinística (AX), neste caso, é representada pelo modelo geopotencial EGM96, a expressão (15) se reduz ao modelo não paramétrico ($X = 0$), expresso por;

$$l = s + n \quad (16)$$

As soluções para o vetor dos sinais e a respectiva variância são dadas por (Moritz, 1980);

$$\hat{s} = C_{st} C^{-1}(l) \quad (17)$$

$$\sigma_{\hat{s}}^2 = C_{ss} - C_{st} C^{-1} C_{ts} \quad (18)$$

onde as matrizes covariâncias são obtidas através de funções ajustadas às covariâncias amostrais.

2.1 Determinação de Covariâncias

A CMQ requer as covariâncias de todos os dados envolvidos na aproximação. Teoricamente, qualquer tipo de dado do campo de gravidade pode ser usado para a obtenção das covariâncias. Mas, como a quantidade e distribuição geográfica dos dados são importantes nos processos de amostragem, as anomalias gravimétricas são geralmente usadas por constituírem a maior população e a distribuição mais homogênea dos dados atualmente disponíveis. Assim, representando a anomalia observada (Δg) através das componentes determinística (Δg^d) e estocásticas (Δg^r), tem-se (Souza e Sá, 2008);

$$\Delta g = \Delta g^d + \Delta g^r \quad (19)$$

A componente determinística é representada pelo modelo geopotencial, a componente estocástica, na realidade, é a combinação do sinal (Δg^s) e do ruído (Δg^n) resultante dos erros observacionais e dos erros de aproximação das correções adotadas nas observações;

$$\Delta g^r = \Delta g^s + \Delta g^n \quad (20)$$

Para distribuições geográficas apropriadas, as covariâncias amostrais podem ser obtidas pelo método direto. Sejam os n elementos amostrais da componente estocástica;

$$\Delta g^r = \{ \Delta g_1^r, \Delta g_2^r, \dots, \Delta g_n^r \} \quad (21)$$

As covariâncias entre eles são dadas pelo operador média;

$$C(\psi_k) = cov(\Delta g_i^r, \Delta g_j^r) = M \{ \Delta g_i^r \Delta g_j^r \} \quad (22)$$

e obtidas numericamente por;

$$C(\psi_k) = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta g_i^r \Delta g_j^r \quad (23)$$

onde k é o índice de classificação segundo as distâncias. Assim, $C(\psi_k)$ representa a média dos produtos dos elementos existentes em pontos que estão à distância $\psi_{i,j}$, tal que;

$$\psi_k - \frac{\Delta\psi}{2} \leq \psi_{i,j} \leq \psi_k + \frac{\Delta\psi}{2} \quad (24)$$

onde $\Delta\psi$ é o intervalo de distância das classes.

A expressão (23) proporciona covariâncias em função apenas da distância relativa ψ , o que significa covariâncias isotrópicas. Na prática, estas são de maior interesse devido à simplicidade de cálculo. As funções covariâncias são caracterizadas por três parâmetros essenciais (Fig.1): a variância (C_0), a distância de

correlação (ξ) e o parâmetro de curvatura (χ). A variância é o valor que a função covariância assume para $\psi = 0$ (Moritz, 1980);

$$C_0 = C(0) \quad (25)$$

A distância de correlação é o valor do argumento para o qual a covariância é igual a metade da variância;

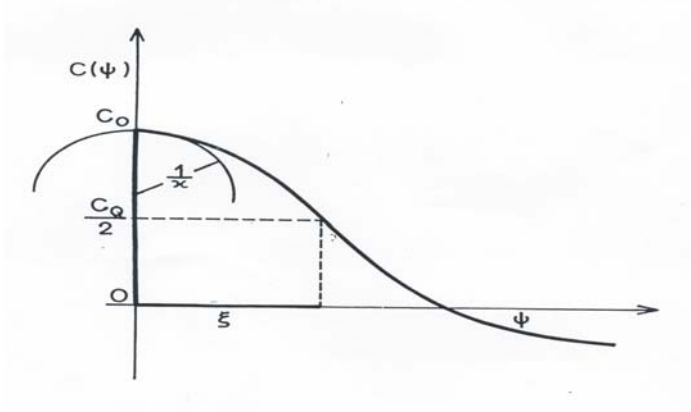
$$C(\xi) = \frac{C_0}{2} \quad (26)$$

O parâmetro de curvatura é relacionado com a curvatura da função em $\psi = 0$ por;

$$\chi = \xi^2 \frac{G_0}{C_0} \quad (27)$$

onde G_0 é a variância do gradiente horizontal da anomalia gravimétrica.

Figura 1 - Parâmetros essenciais das funções covariâncias.



2.1.1 Covariâncias esféricas

O modelo mais usado para a representação de covariâncias sobre a esfera é o de Tscherning & Rapp (1974), expresso por:

$$C(\psi) = \sum_{n=2}^N \sigma_n \left[\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right]^{n+2} P_n(\cos \psi) + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{A(n-1)}{(n-2)(n+B)} \left[\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right]^{n+2} P_n(\cos \psi) \quad (28)$$

onde σ_n é a variância de grau do erro contido no modelo geopotencial, adotado na representação da componente determinística. O segundo termo da expressão (45), representa o modelo de função covariância proposto por Tscherning & Rapp (1974), onde A (uma constante em unidades de (m/s^4)) e R_B (raio da esfera de *Bjehammar*), são determinados através de ajustamento (Knudsen, 1987). O número N é um valor fixo igual ao grau de truncamento do modelo geopotencial. A variável B , que descreve a estrutura da variância de grau, não pode ser obtida a partir de dados locais. Assim, geralmente usa-se o valor numérico $B=24$, determinado por Tscherning & Rapp (1974), a partir de dados globais. A determinação dos parâmetros pelo método iterativo proposto por Knudsen (1987), tem a forma;

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}_0 = \left(\mathbf{A}^T \mathbf{C}_y^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{C}_x^{-1} \right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}_y^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_0) \quad (29)$$

onde \mathbf{x} é o vetor dos parâmetros ajustados a partir dos valores aproximados (\mathbf{x}_0), \mathbf{y} contém as covariâncias amostrais, \mathbf{y}_0 contém os valores gerados pelo modelo para $\mathbf{x}=\mathbf{x}_0$, \mathbf{A} é a matriz Jacobiana contendo os valores de $\frac{\partial y_i}{\partial x_j}$; \mathbf{C}_y é a matriz dos erros

de \mathbf{y} , e \mathbf{C}_x é a matriz variância de ($\mathbf{x}-\mathbf{x}_0$). Adotando os valores iniciais \mathbf{x}_0 na expressão (29), determina-se iterativamente o conjunto de parâmetros. Para aumentar a precisão e reduzir o tempo computacional no cálculo das covariâncias, são usadas as fórmulas finitas (Souza e Sá, 2008; Sá, 1988), equivalentes a (28). Logo, a expressão da função covariância do potencial anômalo, que também depende desses parâmetros, tem a forma;

$$K(\psi) = \frac{AR_B^2}{(B+2)(B+1)} + \left[(B+1)F_{-2} - (B+2)(F_{-1} - s^3 P(t)) - \frac{s}{B} - \frac{s^2 t}{B+1} - \frac{s^3 P_2(t)}{B+2} \right] \quad (30)$$

Onde,

$$s = \left(\frac{R_B^2}{r_p r_q} \right) \quad (31)$$

e

$$t = \cos \psi \quad (32)$$

Com as funções auxiliares F_{-1} e F_{-2} , que dependem de s e t , são obtidas as expressões para as covariâncias entre anomalias de altitude (Sá, 1988);

$$cov(\zeta_p, \zeta_q) = \frac{1}{\gamma_p \gamma_q} \left\{ \frac{AR_B^2}{(B+2)(B+1)} + \left[(B+1)F_{-2} - (B+2)(F_{-1} - s^3 P(t)) - \frac{s}{B} - \frac{s^2 t}{B+1} - \frac{s^3 P_2(t)}{B+2} \right] \right\} \quad (33)$$

e para a anomalia gravimétrica e anomalia de altitude;

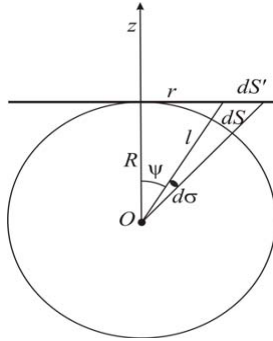
$$cov\left(\Delta g_p, \zeta_q\right) = \frac{AR_B^2}{r_p \gamma_p (B+2)} + \left[F_{-2} - F_B - \frac{s}{B} - \frac{s^2 t}{B+1} - \frac{s^3 P_2(t)}{B+2} \right] \quad (34)$$

onde γ é a gravidade teórica no ponto.

2.1.2 Funções Covariâncias Planas

Em aplicações locais da CMQ, a superfície esférica da área pode ser substituída pelo plano tangente (Fig.2). A função covariância, definida sobre esse plano é denominada de função covariância plana. Vários modelos matemáticos podem ser usados na representação de covariâncias planas, a escolha depende basicamente das características das covariâncias amostrais (Sá, 2005).

Figura 2 - Geometria da Aproximação Plana (Sá, 2005).



Na determinação do geóide gravimétrico para a América Sul, foi usado o modelo logarítmico desenvolvido por Forsberg(1987);

$$C_{z,z} = -\log(z + r) \quad (35)$$

com as seguintes notações;

$$x = x_2 - x_1 \quad (36)$$

$$y = y_2 - y_1 \quad (37)$$

$$z = z_1 - z_2 + D \quad (38)$$

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \quad (39)$$

$$C_{z,z} = Cov(T_z, T_z) \quad (40)$$

A função covariância fundamental para dedução das demais é a do potencial anômalo, obtida pela integração de (35), em relação a z, que resulta (Forsberg, 1987);

$$C_{TT}(l, z_1 + z_2) = \frac{3}{4} zr + \left(\frac{1}{4} r^2 - \frac{3}{4} z^2 \right) \log(z + r) \quad (41)$$

onde l é a distancia entre os pontos envolvidos, no plano.

4. AVALIAÇÃO DOS MODELOS GEOIDAIS

Um aspecto importante na determinação e uso de modelos geoidais é a sua avaliação, que pode ser realizada de duas formas: através da comparação com outros modelos geoidais, ou da comparação com as alturas geoidais provenientes do GPS/nivelamento (Souza, 2006; Santos e Sá, 2006; Souza, 2002; Featherstone, 2001), que têm sido adotadas como referência por serem altamente precisas e independentes das alturas geoidais gravimétricas. A descrição dos modelos utilizados e dos processos envolvidos na avaliação é apresentada a seguir.

4.1. Descrição dos modelos geoidais gravimétricos

Os modelos geoidais usados para a realização dos experimentos foram: o geóide gravimétrico para América do Sul (MGGAS), calculado por Sá (2005), que neste trabalho será avaliado somente na região comum a do modelo digital do geóide no Estado de São Paulo (MDGSP), obtido por Souza (2002). A região de estudo é delimitada pelos paralelos 18° e 26° S, e meridianos 55° e 42° W. O MGGAS foi determinado a partir do modelo geopotencial EGM96 (Lemoine, 1998), combinado com dados do campo de gravidade da Terra e modelos topográficos digitais. Os dados gravimétricos, que resultaram de levantamentos realizados por várias instituições, foram referidos à IGSN71, e as anomalias gravimétricas calculadas com a fórmula do GRS80. O modelo topográfico da região, usado no cálculo da correção topográfica, do efeito indireto, e da conversão da anomalia de altitude em altura geoidal, foi obtido com a integração do SRTM (continente) e do GSFT (oceano). As alturas geoidais, expressas a partir das anomalias de altitude, envolveram a componente fornecida pelo EGM96 até o grau 360; a componente residual, o efeito indireto, determinado com aplicação da FFT; e a componente que transforma anomalia de altitude em altura geoidal, obtida a partir da anomalia Bouguer e do modelo topográfico (Sá, 2005).

Na Fig. 3, estão representadas, na forma de isolinhas, os valores das alturas geoidais dos modelos geoidais MGGAS e MDGSP, assim como os respectivos erros padrões. Observa-se que o erro encontrado para o geóide MGGAS apresenta um comportamento diferente do erro estimado para o MDGSP. Esse comportamento é explicado pela análise das funções covariâncias empregadas em ambos os modelos, isto porque na expressão (18); vê-se que a estimativa do erro é totalmente dependente da modelagem da função covariância. No MDGSP (ver Fig. 3 (D)), o modelo digital do erro obtido para o geóide apresenta um aspecto que se relaciona com a distribuição geográfica dos dados gravimétricos, isto é, os erros de maior magnitude estão nas regiões onde os dados são esparsos, e os menores nos locais onde a distribuição dos dados é densa e homogênea. Outro aspecto observado é que uma maior quantidade de dados faz com que os erros sejam subestimados. Além disso, a função da altura geoidal apresenta uma distância de correlação maior do que as outras funções covariâncias, sendo que essa característica também pode estar presente na estimação do erro.

No MGGAS (ver Fig. 3 (B)), o erro das alturas geoidais estão associados à distribuição regular, com os valores menores centrados no interior da área, e que vão aumentando à medida que se afastam em direção as bordas da área. Pode-se observar que os erros menores estão concentrados na parte central da região de estudo. Provavelmente, devendo estar associado a maior quantidade de dados envolvidos na estimação do ponto, satisfazendo a condição de isotropia e homogeneidade. Nas bordas da área, verifica-se que os erros tendem a aumentar significativamente, pois a determinação deste ponto não satisfaz as propriedades das funções covariâncias, devido a interrupção abrupta da quantidade de dados envolvidas na estimação, provocadas pelos limites da área.

4.2. Investigação Numérica

Nesse tópico, será abordada a avaliação de geóides gravimétricos MGGAS, com o MDGSP, com base nas diferenças encontradas entre os 2 modelos digitais. A segunda avaliação consiste em comparar às alturas geoidais obtidas a partir das coordenadas geodésicas, fornecidas pelo GPS, e da altitude ortométrica resultante do nivelamento geométrico convencional. Esse procedimento permite avaliar possíveis distorções na rede altimétrica e identificar inconsistência entre geóides gravimétricos em relação ao geóide GPS, denominada componente sistemática (Souza, 2006; Santos e Sá, 2006; Souza, 2002; Featherstone, 2001).

4.2.1 Comparação entre os modelos geoidais

Na Fig.4, estão representadas as diferenças entre as alturas geoidais dos modelos MGGAS e MDGSP; sendo constatada a existência de uma componente residual. Na Fig.5 estão representados os valores encontrados para as estatísticas da diferença entre os modelos geoidais gravimétricos. A média residual, igual a -0,488 m, confirma a existência da componente entre os modelos, com desvio padrão igual a 0,35 m. Essas diferenças podem estar relacionadas a utilização de função covariâncias diferentes. Essa afirmação deve-se aos seguintes fatores; primeiramente, apesar dos modelos utilizarem graus de truncamento diferentes para o modelo do geopotencial EGM96, no caso do MGGAS (360) e no MDGSP (180). Nos estudos realizados por Souza e Sá (2000), mostraram que para graus superiores a 180 não há nenhuma contribuição efetiva do modelo EGM96 na região que compreende a área de estudo. Segundo, a diferença do modelo topográfico utilizado no MDGSP, que faz parte do Modelo Topográfico Digital do Brasil (MTDB). Enquanto que no MGGAS, é um modelo derivado das missões do SRTM. O MTDSF foi utilizado na determinação da correção de terreno e do efeito indireto. De acordo com Souza (2002) o valor do efeito indireto para a região de estudo é pequeno, devido às características topográficas da região, e não ocasionaria o valor residual encontrado. Sendo assim, a utilização de funções covariâncias diferentes, pode ser a fonte causadora desses resíduos.

4.2.2 Avaliação com Alturas Geoidais Obtidas com GPS

Os modelos MGGAS e MDGSP foram avaliados em relação às alturas geoidais GPS, através das diferenças entre as alturas geoidais interpoladas dos modelos e as alturas geoidais obtidas por GPS/nivelamento em estações da Rede GPS do Estado de São Paulo (RGSP), usadas em Souza (2002), nas quais se conhecem as altitudes geométrica e ortométrica. As diferenças encontradas na comparação, chamadas *componente sistemática*, tem como causas mais prováveis as inconsistências dos *data* altimétricos, afetados pela topográfica oceânica, salinidade, modelos topográficos; a deficiência da distribuição de estações gravimétricas, entre outras. A Fig.6 mostra os histogramas e os respectivos parâmetros estatísticos correspondentes aos resíduos dos modelos MGGAS (A) e MDGSP (B), em relação às alturas geoidais obtidas por GPS/nivelamento. Os parâmetros estatísticos permitem avaliar aspectos importantes relacionados com as técnicas e os dados utilizados na determinação de modelos geoidais. Mas, a análise estatística pressupõe que os dados possuam distribuição normal, para uso das técnicas de inferência estatística conhecidas (Featherstone, 2001). Para avaliar a condição de normalidade, foram usados os testes não-paramétricos de *Kolmogorov-Smirnov* e *Shapiro-Wilk*, que verificam se a distribuição de um conjunto de dados adere à distribuição normal, ao nível de significância de 5%. Assim, testa-se a hipótese nula H_0 : “os resíduos têm distribuição normal”, contra a hipótese alternativa H_1 : “os resíduos não têm distribuição normal”. Com a rejeição de H_0 , não se pode afirmar que os resíduos tenham distribuição normal. Os conjuntos originais contendo todos os resíduos de cada modelo não passaram nos testes de H_0 , indicando que não possuíam distribuição normal. Uma distribuição diferente da normal pode indicar a presença de erros grosseiros. Para eliminar os erros grosseiros, optou-se em remover as diferenças superiores a três vezes o desvio padrão determinado para os dados (Featherstone, 2001), com essa análise, foram removidos do conjunto de dados, sete (7) pontos suspeitos de apresentarem erros grosseiros. A amostra final para avaliação ficou com 150 estações cujos resíduos foram novamente testados em relação a normalidade, através dos testes. Nessa fase, os resíduos do modelo geoidal MGGAS (Fig. 6 (A)) se ajustaram à distribuição normal, verificando a hipótese nula dos dois testes usados, ao nível de significância de 5%. Entretanto, os resíduos do modelo MDGSP (Fig. 6 (B)) não passaram no teste da hipótese nula, indicando uma distribuição significativamente diferente da normal nos dois testes. A não normalidade dos resíduos encontrados para o MDGSP leva-nos a suspeitar, novamente, da função covariância utilizada.

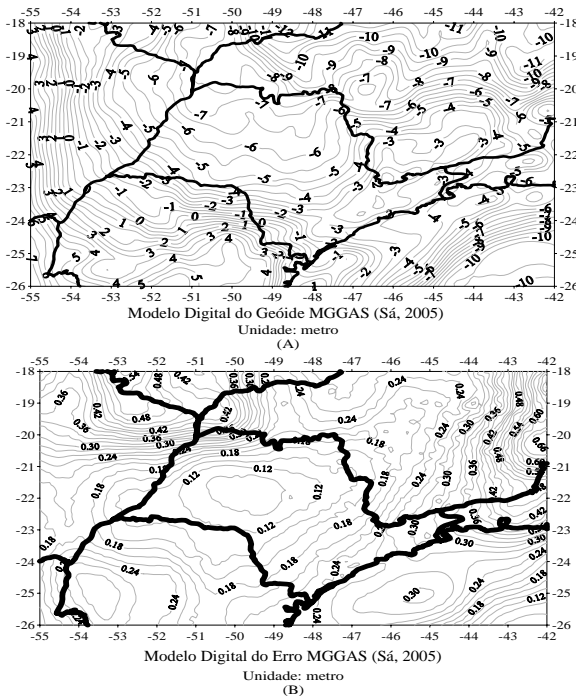
5. CONCLUSÕES

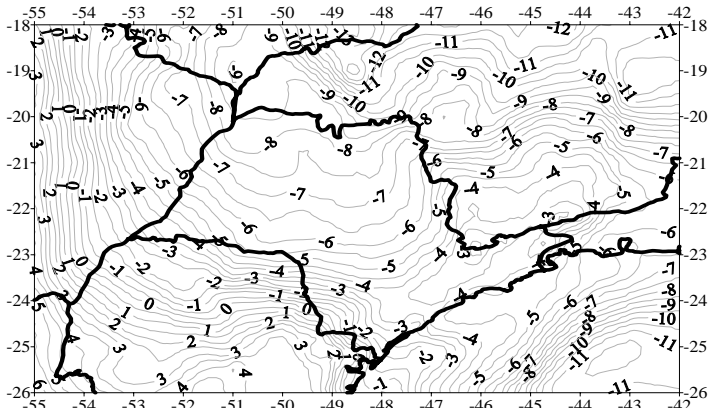
Os modelos geoidais gravimétricos MGGAS e MDGSP, determinados através da CMQ, usando o mesmo modelo geopotencial e os mesmos tipos de dados, mas funções covariâncias plana e esférica, foram comparados entre si e com alturas geoidais resultantes do GPS/nivelamento. A representação gráfica (Fig. 3 e

Fig. 4) mostra discrepâncias tanto entre os modelos geoidais como entre os respectivos erros padrões. Os histogramas e as estatísticas dos resíduos desses modelos geoidais, em relação às alturas geoidais obtidas por GPS/nivelamento (Fig. 5 e Fig. 6), indicam que o modelo MGGAS é mais coerente com o geóide materializado no *Datum* altimétrico de Imbituba do que o MDGSP, na região de estudo.

A determinação dos modelos geoidais MGGAS e MDGSP, usando funções covariâncias planas e esféricas, respectivamente, constitui a principal causa da discordância entre as alturas geoidais desses modelos, e entre os respectivos erros padrões (Fig.3 e Fig.4). Na representação de covariâncias planas, foram usadas funções cujos parâmetros são pontuais, específicos para cada ponto de cálculo do modelo MGGAS; na representação de covariâncias esféricas, foram usadas funções cujos parâmetros são regionais, adotados na determinação do modelo MDGSP. Como as covariâncias planas representam variações locais do campo de gravidade, que são atenuadas nas covariâncias esféricas, os modelos geoidais e, sobretudo os respectivos erros padrões refletem essas características.

Figura 3 – Modelos Geoidais MGGAS (A) e MDGSP (C), com os respectivos erros padrões (B) e (D).

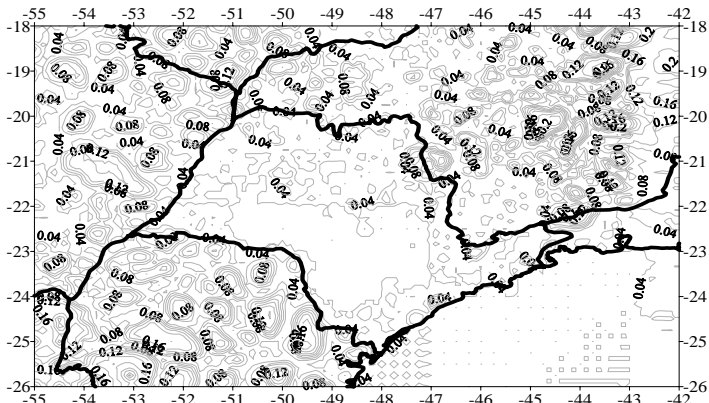




Modelo Digital do Geóide (MDGSP) [Souza, 2002]

Unidade: metro

(C)



Modelo digital do erro estimado para o MDGSP (Souza, 2002)

Unidade: metro

(D)

Figura 4 – Modelo digital dos resíduos entre os modelos geoidais MGGAS e MDGSP (unidade: metro).

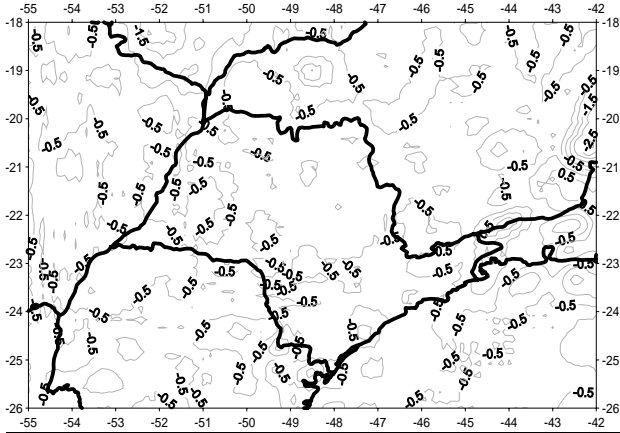


Figura 5 – Histograma das diferenças entre MGGAS e MDGSP (unidade: metro).

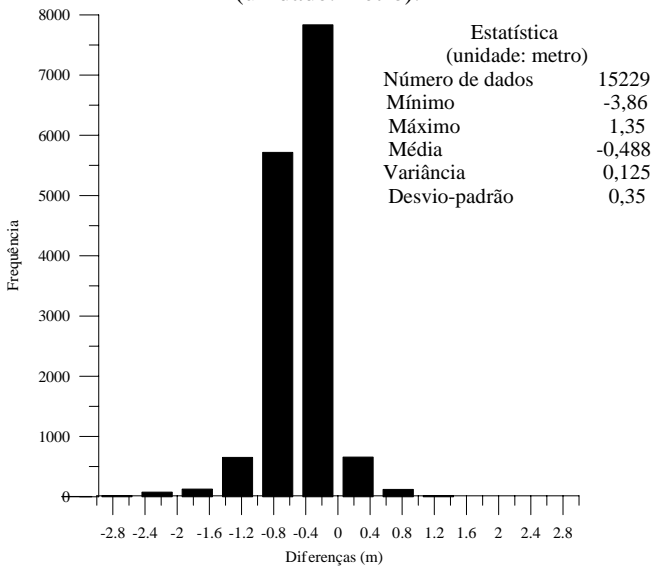
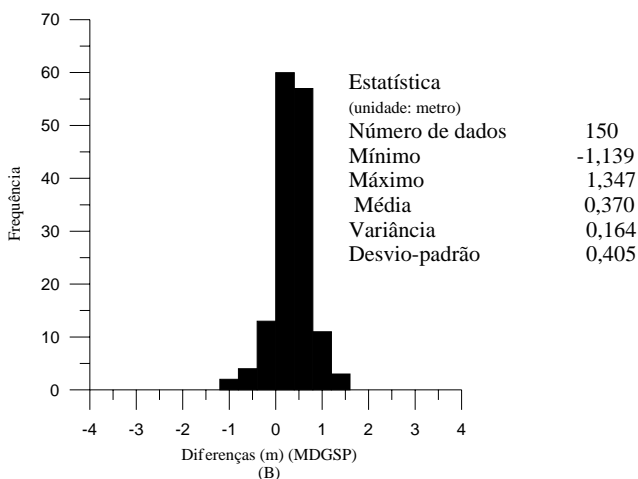
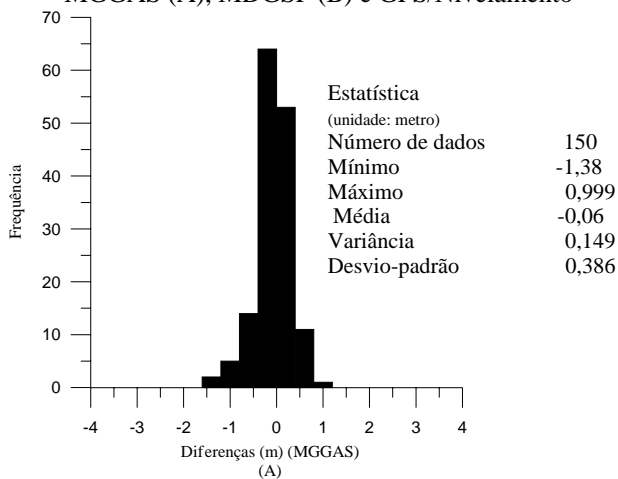


Figura 6 – Histograma das diferenças entre alturas geoidais derivadas dos modelos MGGAS (A), MDGSP (B) e GPS/Nivelamento



AGRADECIMENTOS

Este trabalho contou com apoio financeiro da FAPESP e PADCT/CNPq, para implantação da Rede GPS no Sul/Sudeste do Brasil; programas de computador desenvolvidos por C.C. Tscherning e P. Knudsen; e o apoio técnico de C.D. Vieira, nos trabalhos de campo.

REFERÊNCIAS

- FEATHERSTONE, W. E. Absolute and relative testing of gravimetric geoid models using Global Positioning System and orthometric height data, *Computers & Geosciences Volume 27, Issue 7*, August 2001, pag. 807-814. (<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V7D-435CFBK-6/1/b426993039d0aaa792ed3ec56871c941>).
- FORSBERG, R. A new covariance model for inertial gravimetry and gradiometry. *J. Geophys. Res.* 92(B2): 1305-1310. 1987.
- HEISKANEN, W. & MORITZ, H. *Physical Geodesy*. W.H. Freeman., N. York. 1967. 364 pp.
- KNUDSEN, P. Estimation and modelling of the local empirical covariance function using gravity and satellite altimeter data, *Bull. Géodésique*, 61: 145-160. 1987.
- LEMOINE, F.G.; KENYON, S.C.; FACTOR, J.K.; TRIMMER, R.G.; PAVLIS, N.K.; COX, C.M.; KLOSKO, S.M.; LUTHCKE, S.B.; TORRENCE, M.H.; WANG, Y.M.; WILLIAMSON, R.G.; PAVLIS, E.C.; RAPP, R.H. & OLSON, T.R. -1998- The development of joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96. *NASA/TP 206861*.
- MORITZ, H. *Advanced Physical Geodesy*. Abacus Press, Wichmann. 1980. 500 pp.
- SÁ, N. C. de. O geóide gravimétrico na América do Sul obtido com o uso da colocação por mínimos quadrados. *XXII Congresso Brasileiro de Cartografia*. Macaé-RJ. 2005.
- SÁ, N.C.de. Modelos estatísticos e representação integrada do campo de gravidade no Brasil. *Tese de Doutorado*, Curso de Pós-graduação em Geofísica do IAG/USP, São Paulo. 1988. 240 pp.
- SANTOS, M. S.T. e SÁ, N.C. de. Avaliação absoluta e relativa do geóide gravimétrico regional com uso de dados GPS e rede altimétrica. *COBRAC 2006 - Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário*, UFSC. Florianópolis - SC. 2006.
- SOUZA, D.V. Avaliação de distorções da rede altimétrica fundamental no Sul/Sudeste do Brasil usando o geóide e GPS. *Dissertação de Mestrado*, IAG/USP, São Paulo. 2006. 137 pp.
- SOUZA, S. F. de. Contribuição do GPS para o aprimoramento do geóide no Estado de São Paulo. *Tese de Doutorado*, Curso de Pós-graduação em Geofísica do IAG/USP, São Paulo. 2002. 204 pp.
- SOUZA, S. F., SÁ, N. C. de. Sobre a estimação e modelagem de funções covariâncias na colocação por mínimos quadrados. *Revista Brasileira de Cartografia* 60, 99-110. 2008.
- SOUZA, S. F.; SÁ, N. C. de. Tests on the geopotential model EGM96 in São Paulo State Region. *An. Acad. Bras. Ciênc.*, Rio de Janeiro, v. 72, n. 2, 2000. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0001-

3765200000200017&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 17 Julho 2008. doi: 10.1590/S0001-3765200000200017

TSCHERNING, C.C. & RAPP, R.H. Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations and deflections of the vertical implied by anomaly degree-variance models, Ohio State University. *Report. No 208*. 1974.

(Recebido em março/08. Aceito em agosto/08).