

MORFOLOGIA MATEMÁTICA APLICADA À DETECÇÃO DE SOMBRAS E NUVENS EM IMAGENS DE ALTA RESOLUÇÃO

Mathematical morphology applied to shadows and clouds detection in high resolution images

THIAGO STATELLA¹
ERIVALDO ANTÔNIO DA SILVA²

¹Centro Federal de Educação Tecnológica de Mato Grosso – CEFET MT
Rua Zulmira Canavarros nº 95, Centro - Cuiabá – MT
statella@ccivil.cefetmt.br

²Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Rua Roberto Simonsen nº 305 - Presidente Prudente – SP
erivaldo@fct.unesp.br

RESUMO

A evolução da resolução espacial dos sensores orbitais aumentou consideravelmente a aplicação de suas imagens na solução de problemas em áreas urbanas, mas, com o incremento da resolução espacial, a presença de sombras se torna um problema grave à medida que informações detalhadas da cena (sob sombras) sejam necessárias. Além das sombras inerentes às feições do terreno, sombras projetadas por nuvens podem ocorrer. Nesse caso, além das áreas de baixa iluminação e contraste causadas pela projeção da sombra sobre a superfície, há também a oclusão de informações por parte da nuvem. Portanto é importante o uso de métodos eficientes que detectem as sombras e nuvens em imagens digitais tendo em vista que estas áreas necessitam de processamentos especiais. Este trabalho propõe a utilização de Morfologia Matemática (MM) na execução dessa tarefa. Duas seções de uma imagem QuickBird pancromática da área urbana da cidade de Cuiabá-MT foram adotadas como áreas de estudo. O método proposto tira vantagem do fato de as sombras e nuvens representarem vales e picos de intensidade na imagem quando esta é representada como uma superfície topográfica. Aproveitando-se dessa característica, operações de abertura e fechamento de área foram aplicadas para reduzir ou eliminar, respectivamente, picos e vales.

Palavras-Chave: Morfologia Matemática; Detecção de Sombras; Detecção de Nuvens; Imagem de Alta Resolução.

ABSTRACT

The spatial resolution improvement of orbital sensors has broadened considerably the applicability of their images in solving urban areas problems. But as the spatial resolution improves, the shadows become even a more serious problem especially when detailed information (under the shadows) is required. Besides those shadows caused by buildings and houses, clouds projected shadows are likely to occur. In this case there is information occlusion by the cloud in association with low illumination and contrast areas caused by the cloud shadow on the ground. Thus, it's important to use efficient methods to detect shadows and clouds areas in digital images taking in count that these areas care for especial processing. This paper proposes the application of Mathematical Morphology (MM) in shadow and clouds detection. Two parts of a panchromatic QuickBird image of Cuiabá-MT urban area were used. The proposed method takes advantage of the fact that shadows (low intensity – dark areas) and clouds (high intensity – bright areas) represent the bottom and top, respectively, of the image as it is thought to be a topographic surface. This characteristic allowed MM area opening and closing operations to be applied to reduce or eliminate the bottom and top of the topographic surface.

Key words: Mathematical Morphology; Shadows detection; Cloud Detection; High Resolution Imagery.

1. INTRODUÇÃO

Com o surgimento de sensores de alta resolução geométrica, dos quais talvez o Ikonos possa ser chamado de precursor, uma gama maior de atividades, em especial as que requerem aplicações em áreas urbanas, passaram a fazer uso do Sensoriamento Remoto orbital. No momento sensores como o QuickBird são capazes de produzir imagens de até 60 cm de resolução espacial, abrindo um leque de aplicações para as quais haja necessidade de dados de imagens de alta resolução. Porém, o aumento da resolução espacial tornou maior o problema causado pela presença de sombras e nuvens, especialmente nas áreas urbanas onde a resolução permite que sejam vistos detalhes das edificações, árvores, veículos, etc.

Apesar de sombras serem úteis à interpretação de imagens, pois fornecem uma idéia do perfil, realçam a topografia do terreno e alturas relativas das feições em uma cena, elas podem reduzir ou inviabilizar a identificação de alvos, já que estes se tornam quase ou totalmente indiscerníveis de sua vizinhança.

Como discutem Rosin e Ellis (1994), áreas de sombra podem ser vistas como regiões semitransparentes na imagem, que retêm a textura e níveis de brilho (reduzindo contraste) da superfície subjacente. Ainda de acordo com os autores, regiões de sombra têm características particulares: apresentam um *ganho* menor que

l (um) (isto é, redução de contraste) com respeito ao fundo da imagem; esse *ganho* se mantém aproximadamente constante sobre a região sombreada, exceto nas bordas, onde o efeito de uma pequena iluminação proveniente da vizinhança reduz a atenuação do contraste e brilho. Embora objetos na cena possam apresentar características similares, em não se tratando de objetos sombreados, a ocorrência desses é menos comum em áreas urbanas.

Além das sombras inerentes aos alvos, sombras projetadas por nuvens podem ocorrer. Nesse caso, além das áreas de baixa iluminação e contraste causadas pela projeção da sombra sobre a superfície, há também a oclusão de informações por parte da nuvem.

Muitos trabalhos têm sido publicados com o objetivo de apresentar métodos para detecção de sombras e nuvens, especialmente em áreas urbanas. O trabalho apresentado aqui visa lançar mão da capacidade que a Morfologia Matemática tem de estudar a geometria dos alvos, tornando a detecção mais robusta porque possibilita o controle sobre as entidades a serem detectadas, do ponto de vista da forma e tamanho. As sombras e nuvens, por constituírem vales e picos na imagem, foram processadas com transformações de abertura e fechamento de área. Duas seções de uma imagem QuickBird pancromática da área urbana de Cuiabá-MT foram adotadas como áreas de estudo. Na primeira, detectou-se nuvem e sua sombra projetada; na segunda, as sombras próprias (aquelas que ocultam parte do objeto) e projetadas das edificações foram detectadas.

2. DETECÇÃO DE SOMBRAS E NUVENS E TRABALHOS RELACIONADOS

Como salientam Polidoro et al. (2005), sombras e nuvens causam sérias interferências em imagens aéreas degradando a resposta radiométrica ou provocando a completa oclusão de feições. Em geral, para imagens de satélite, nuvens podem provocar grande redução na área útil da imagem, tanto pela oclusão como pela sombra projetada sobre o terreno. Além disso, como citam (Santos et al, 2006), atrapalham os processos de correlação automática de imagens, geração de Modelo Numérico do Terreno (MNT) e extração automática de edificações e rodovias.

Li et al (2004) desenvolveram uma metodologia para detecção e remoção automática de sombras em imagens de alta resolução de áreas urbanas. O sistema proposto está baseado na utilização de MDT e de uma hipótese inicial sobre o ângulo de inclinação solar para definição dos locais de ocorrência de sombras. Detectadas as sombras, o algoritmo elege regiões vizinhas cujos histogramas servem de base para a equalização do histograma das regiões de sombra. Embora o processo seja automático e obtenha resultados razoáveis, dois são os pontos problemáticos de abordagem: um é a necessidade de existir um MDT com resolução compatível com a imagem e com boa precisão; outro é a eleição automática das áreas de vizinhança de sombras, pois, embora a correlação espacial em imagens

orbitais seja grande, de acordo com a direção escolhida a área eleita pode não ser representativa da região de sombra.

Prati et al (2001) discutem algumas abordagens de detecção de sombras para objetos em movimento. Basicamente, o objetivo dos algoritmos estudados é evitar que sombras de objetos em movimento sejam confundidas com os próprios objetos, o que prejudica a localização dos mesmos. Os resultados mostram que os algoritmos empregados são eficazes na detecção de veículos trafegando em uma auto-estrada. Porém, as imagens utilizadas são relativamente simples se comparadas com aquelas obtidas de áreas urbanas, onde é encontrada grande variabilidade de alvos.

Bevilacqua e Roffilli (2001) desenvolveram um método para detecção de sombras para aplicações em fluxo de tráfego de veículos. Em princípio, um algoritmo de crescimento de regiões é aplicado para atenuação de possíveis ruídos, na tentativa de reduzir o número de falsas detecções. As sombras são detectadas e removidas da imagem para identificar objetos em movimento. Neste método utilizam-se informações espaciais e radiométricas dos objetos presentes na imagem para separar as sombras dos demais objetos.

Santos et al (2006) desenvolveram um filtro de detecção automática de sombras. Trata-se de um filtro similar ao de realce de pontos isolados, cuja característica é priorizar objetos que possuam baixos valores de brilho. O valor central do filtro satura os valores que não pertençam ao objeto sombra. Os resultados mostraram que o filtro de fato é sensível a regiões de sombra e apresenta um bom desempenho. O ponto crítico do método é que ele baseia-se apenas nos níveis de brilho da imagem, o que torna o algoritmo pobre em regiões de vegetação densa, por exemplo. Nestas, o filtro não é capaz de discernir entre as sombras próprias nas árvores e a vegetação em si. E em regiões onde houver a presença de corpos d'água, muito provavelmente o filtro não conseguirá diferenciar alvo água de alvo sombra.

Todos os trabalhos comentados apresentam algumas limitações para resolver a questão de detecção da presença de sombras e nuvens. Este trabalho busca apresentar uma metodologia alternativa para abordar a questão.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Morfologia Matemática (MM) é uma ferramenta para extração de componentes de imagens que sejam úteis na representação e descrição da forma de uma região, como fronteiras, esqueletos e o fecho convexo; e também uma ferramenta para pré-processamento como filtragem, afinamento e poda (GONZALEZ & WOODS, 2000).

A MM se baseia na idéia de reticulado completo e ordenamento parcial de conjuntos, ou seja, reflexividade, anti-simetria e transitividade.

Definição 3.1 Seja E um conjunto não vazio de quadrados adjacentes dispostos em linhas e colunas, formando uma superfície retangular. Seja K um conjunto de níveis

de cinza. Uma imagem em tons de cinza é um mapeamento $E \rightarrow K$. Usualmente, K pode ser entendido como um intervalo $[0, k]$ em \mathbb{R} com $E \in \mathbb{R}^2$.

Definição 3.2 Sejam f_1, f_2 e f_3 imagens em tons de cinza. O conjunto de imagens com a relação \leq é um conjunto parcialmente ordenado e tem as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} f_1 &\leq f_1 && \text{(Reflexividade)} \\ f_1 &\leq f_2, f_2 \leq f_1 \Leftrightarrow f_1 = f_2 && \text{(Anti-simetria)} \\ f_1 &\leq f_2, f_2 \leq f_3 \Rightarrow f_1 \leq f_3 && \text{(Transitividade)} \end{aligned} \quad (1)$$

Além disso, o conjunto é um *reticulado completo* desde que exista, para cada família de imagens, um *ínfimo* e um *supremo*.

Definição 3.3 Seja L um reticulado completo com $f_1, f_2, f_3 \in L$. Então é possível escrever

$$\begin{aligned} f_1 \vee f_2 &= f_2 \vee f_1; f_1 \wedge f_2 = f_2 \wedge f_1 && \text{(Comutatividade)} \\ (f_1 \vee f_2) \vee f_3 &= f_1 \vee (f_2 \vee f_3); (f_1 \wedge f_2) \wedge f_3 = f_1 \wedge (f_2 \wedge f_3) && \text{(Associatividade)} \\ f_1 \vee (f_2 \wedge f_3) &= f_1; f_1 \wedge (f_2 \vee f_3) = f_1 && \text{(Absorção)} \end{aligned} \quad (2)$$

Em que \vee, \wedge são os operadores de supremo e ínfimo.

Definição 3.4 O mapeamento entre reticulados completos é uma transformação Ψ que mapeia um elemento do reticulado L_1 em outro elemento do reticulado L_2 .

Com base nas definições de supremo e ínfimo, chega-se às definições das duas operações básicas *Dilatação* e *Erosão*.

Definição 3.5 Seja B um subconjunto de Z^2 , $B \subset E$. A Erosão ε de f por B é o valor mínimo entre as translações de f pelos vetores $-b$ de B . Chama-se B de *elemento estruturante*.

$$\varepsilon_B(f) = \bigwedge_{b \in B} f_{-b} \quad (3)$$

Definição 3.6 A dilatação δ de f por B é o valor máximo entre as translações de f pelos vetores $-b$ de B .

$$\delta_B(f) = \bigvee_{b \in B} f_{-b} \quad (4)$$

Detalhes sobre as propriedades e exemplos de aplicação de erosão e dilatação podem ser encontrados em Banon e Barrera (1998), Serra (1986), Barrera (1987), Haralick et al. (1987) e Facon (1996).

Apoiando-se nas operações de dilatação e erosão é possível definir transformações crescentes e idempotentes: os filtros de *abertura* e *fechamento*.

Definição 3.7 A *abertura* γ de f por um elemento estruturante B , denotada por $\gamma_B(f)$, é a erosão de f por B seguida de uma dilatação pelo transposto de B (Soille, 1998).

$$\gamma_B(f) = \delta_B[\varepsilon_B(f)] \quad (5)$$

Definição 3.8 O *fechamento* ϕ de f por um elemento estruturante B , denotado $\phi_B(f)$, é a dilatação de f por B seguida de uma erosão pelo transposto de B (Soille, 1998).

$$\phi_B(f) = \varepsilon_B[\delta_B(f)] \quad (6)$$

Propriedades de abertura e fechamento podem ser encontradas em Banon e Barrera (1998).

Segundo Soille (1998), uma transformação tendo as mesmas propriedades da abertura, mas que não pode ser escrita como uma única erosão seguida pela dilatação com o elemento estruturante transposto é chamada *abertura algébrica*. Sua operação dual é o *fechamento algébrico*. Matheron (1975) mostrou que qualquer abertura algébrica pode ser definida como o supremo de uma família de aberturas.

Uma poderosa ferramenta para filtragem de componentes conectados é uma abertura algébrica chamada *abertura de área*.

Definição 3.9 Abertura de área γ_λ é equivalente à união de todas aberturas com o elemento estruturante conectado B cujo tamanho em número de pixels é igual a λ (Soille, 1998).

$$\gamma_\lambda = \bigvee_i \{ \gamma_{B_i} \mid B_i \text{ conectado e } Area(B_i) = \lambda \} \quad (7)$$

Definição 3.10 Fechamento de área ϕ_λ é equivalente à interseção de todos fechamentos com o elemento estruturante conectado B cujo tamanho em número de pixels é igual a λ (Soille, 1998).

$$\phi_\lambda = \bigwedge_i \{ \phi_{B_i} \mid B_i \text{ conectado e } \text{Area}(B_i) = \lambda \} \quad (8)$$

O efeito das transformações em 3.9 e 3.10 poderá ser compreendido mais facilmente adiante se f for definida do ponto de vista da *decomposição em limiares*. Seja uma transformação T que mapeia os tons de cinza de f em $[0,1]$. Então se pode escrever:

$$[T_{[t_i,t_j]}(f)](x) = \begin{cases} 1, & \text{se } t_i \leq f(x) \leq t_j \\ 0, & \text{se outro} \end{cases} \quad (9)$$

Definição 3.11 A seção cruzada $CS_t(f)$ de uma imagem em tons de cinza f ao nível t é o conjunto de pixels da imagem cujos valores são maiores ou iguais a t (Soille, 1998).

Definição 3.12 Se f é uma imagem em tons de cinza, ela pode ser decomposta como a soma de suas seções cruzadas, com exceção do nível 0 (que sempre será constante e igual a 1).

$$f = \sum_{t=1}^{t \max} CS_t(f) \quad (10)$$

4. ABERTURA E FECHAMENTO EM SUPERFÍCIES TOPOGRÁFICAS

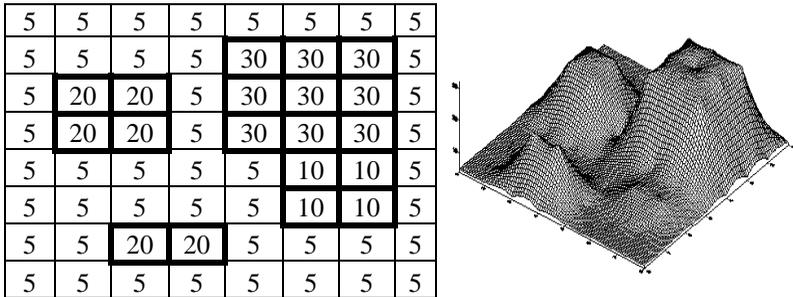
A MM foi escolhida para o trabalho com o intuito de dar maior robustez ao processo de detecção de sombras e nuvens já que o potencial de estudo das estruturas geométricas presentes na imagem, por meio de operações morfológicas, mostrou-se eficiente.

Regiões de sombra assumem valores de brilho mais baixos causados pela atenuação na iluminação e contraste, comportando-se como *mínimos* nas imagens digitais. O contraste é particularmente reduzido e tanto mais quanto maior a altura do sensor. Ao contrário, nuvens tendem a apresentar alto brilho e se comportar como *máximos* devido a alta reflectância, causada principalmente pelo espalhamento não seletivo da iluminação solar direta que recebem. Maiores detalhes sobre efeitos da luminosidade em sensoriamento remoto encontram-se em Richards e Jia (1998), Novo (1992) e Moreira (2001).

Tomando-se uma imagem em tons de cinza afetada pela presença de sombras e representando-a como uma superfície topográfica, em que as alturas correspondem aos valores dos pixels, visualmente será fácil perceber que as sombras e nuvens definirão formas de vales e picos.

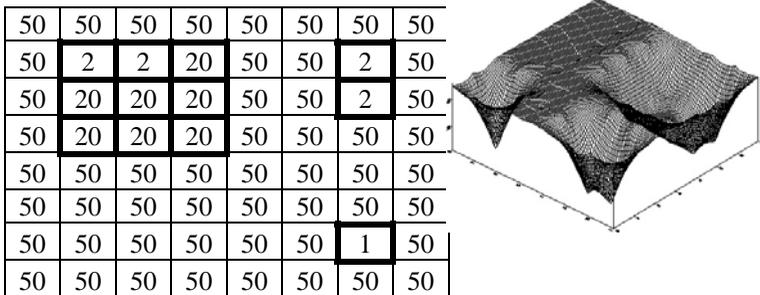
A Figura 1 representa uma imagem com picos, sendo que as células grifadas com valores mais altos representam as regiões de nuvem. A representação topográfica foi rotacionada para permitir uma melhor visualização do “relevo”.

Figura 1- Extrato de uma imagem em tons de cinza com a presença de nuvens e sua representação topográfica.



A Figura 2 representa uma imagem com vales, sendo que as células grifadas com valores mais baixos representam as regiões com sombras.

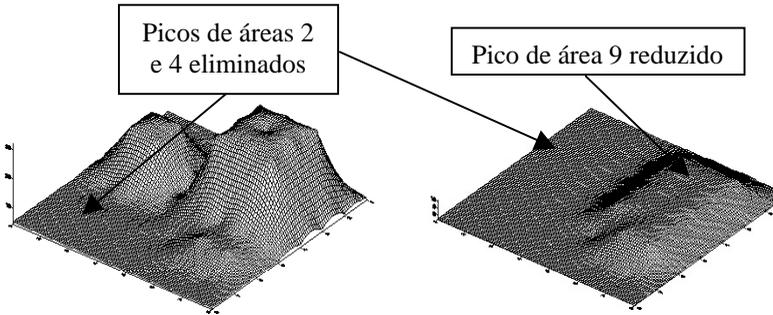
Figura 2 - Extrato de uma imagem em tons de cinza com a presença de sombras e sua representação topográfica.



Aproveitando-se dessas características, operações de abertura e fechamento de área podem ser aplicadas para reduzir ou eliminar, respectivamente, picos e vales. A diferença entre redução e eliminação reside na escolha da área a ser removida. As transformações atuam em cada seção cruzada da imagem até encontrar o valor de área estipulado.

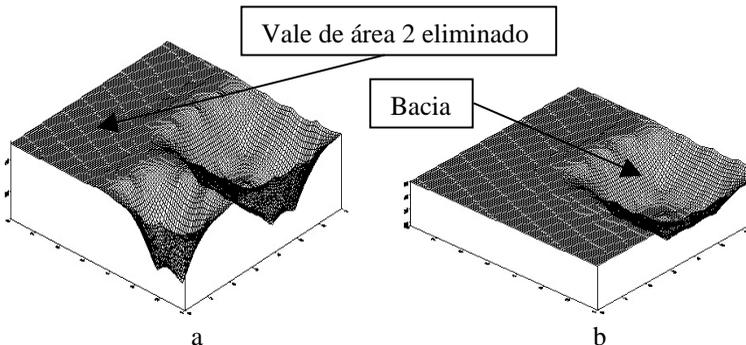
Na Figura 3 mostra-se um exemplo da aplicação de aberturas de área de tamanhos 4 (Figura 3a) e 10 (Figura 3b) sobre a imagem da Figura 1. Em a) o pico isolado de área 2 (nível 20) é eliminado; em b) o pico de área 4 (nível 20) é eliminado e o de área 9 (nível 30) é reduzido até formar um platô com o pico mais baixo, de área 4 (nível 10)

Figura 3 - Efeito da abertura de área de tamanhos a) 4 e b) 10.



Fechamentos de área de tamanhos 2 e 3 foram aplicados na imagem da Figura 2, e os resultados são mostrados na Figura 4. Em a) o vale isolado de área 1 (nível 1) é eliminado; em b) o vale de área 2 (nível 2) é eliminado e o de área 9 (níveis 2 e 20) é suavizado até formar uma bacia de área 9 e nível de brilho 20.

Figura 4 - Efeito do fechamento de área de tamanhos a) 2 e b) 3.



Em todos os casos a conectividade (4) foi dada pelo elemento estruturante (definição 3.5) *cruz*. A conectividade mínima possibilita que mesmo as menores áreas de vales e picos sejam detectadas. Este elemento será utilizado nos processamentos restantes.

5. AVALIAÇÃO EM IMAGENS REAIS

Para avaliação do uso de MM na detecção de nuvens e sombras foram utilizadas duas seções da banda pancromática do satélite QuickBird, da área urbana de Cuiabá-MT, datada de 24/outubro/2005: a primeira imagem é afetada pela presença de uma nuvem e sua sombra (área de estudo 1); a segunda imagem (área de estudo 2) é da região central, com uma forte presença de sombras causadas pelas edificações na área urbana da cidade.

5.1 Área de estudo 1

Nesta área, mostrada na Figura 5, o método será utilizado para detectar a nuvem e sua sombra projetada sobre o terreno.

Figura 5 - Área de estudo 1 com a presença de uma nuvem e sua sombra projetada.

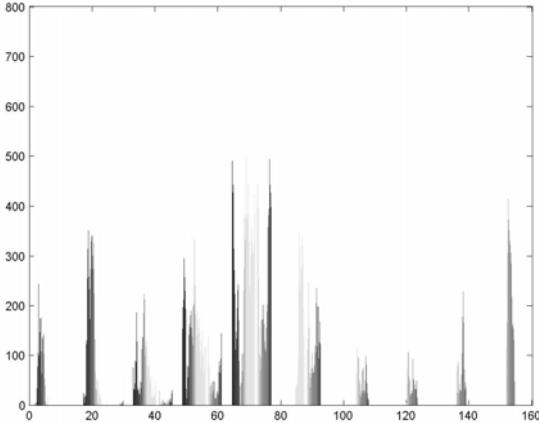


A nuvem e algumas fachadas e tetos de edificações na área de estudo 1 formam regiões de máximo da imagem. O brilho destas edificações está *saturado* e até supera a resposta da nuvem. Esta peculiaridade exige que sejam suavizados preliminarmente os picos formados pelas edificações, para que os mesmos não possam interferir na detecção da nuvem.

Uma abertura de área, com área igual a 15.000 pixels, inferior a da nuvem, foi aplicada gerando uma imagem cujo histograma (Figura 6) apresenta 3 modas: uma

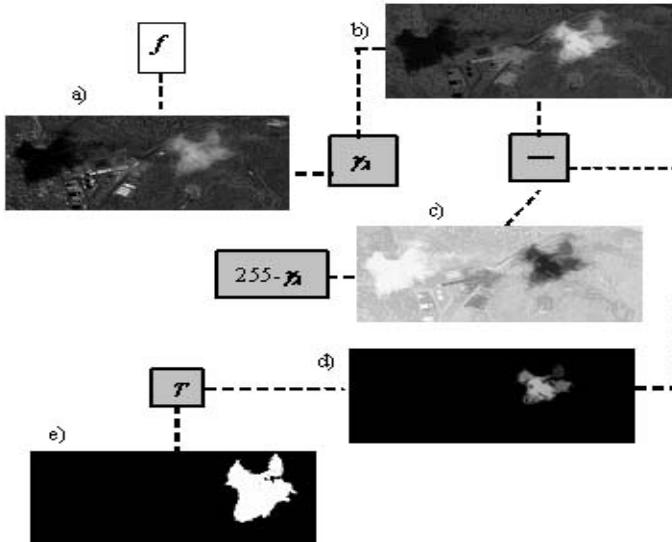
na região escura do histograma, referente à sombra, outra na região mais clara, referente à nuvem, e uma terceira na região intermediária, referente aos demais alvos (edificações, ruas, vegetação, etc.).

Figura 6 - Histograma da abertura de área aplicada na área de estudo 1.



Aproveitando essa característica foi possível realçar ainda mais a nuvem e por fim detectá-la. A seqüência de procedimentos efetuados é apresentada na Figura 7, em que aparecem as operações e as imagens intermediárias obtidas.

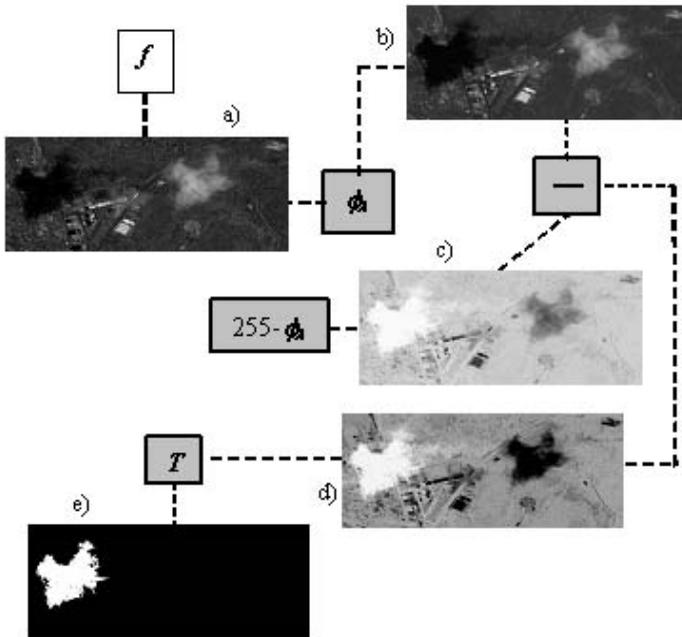
Figura 7 - Seqüência dos procedimentos usados na detecção da nuvem.



A imagem original (Figura 7a) contendo a nuvem sofreu um processo de abertura (Figura 7b) para atenuação dos picos de intensidades formados por algumas edificações. Em seguida, para produzir um maior realce entre a área de nuvem e os demais alvos, a abertura teve seus valores de brilho invertidos (Figura 7c) e subtraídos do resultado obtido na Figura 7b. A imagem resultante (Figura 7d), por fim, foi limiarizada (Figura 7e) para detecção da nuvem.

Para a detecção da sombra, o procedimento foi análogo, desta vez partindo-se de um fechamento de área para suavizar as bacias, conforme exibido na Figura 8.

Figura 8 - Procedimento empreendido na detecção da sombra da nuvem.



Neste último caso, um fechamento com área 200.000 (em pixels) menor do que a da sombra projetada pela nuvem foi aplicado para suavizar as demais sombras de edificações (Figura 8b). O resultado foi submetido a um negativo de imagem (Figura 8c) e, posteriormente, a imagem suavizada pelo fechamento foi subtraída da imagem que sofreu o negativo (Figura 8d). A Figura 9 exhibe a sombra e a nuvem detectadas anteriormente sobre a imagem original.

Figura 9 - Sobreposição das feições detectadas na imagem original.



5.2 Área de estudo 2

Na área de estudo 2 (Figura 10), o objetivo foi detectar as sombras próprias e projetadas das edificações.

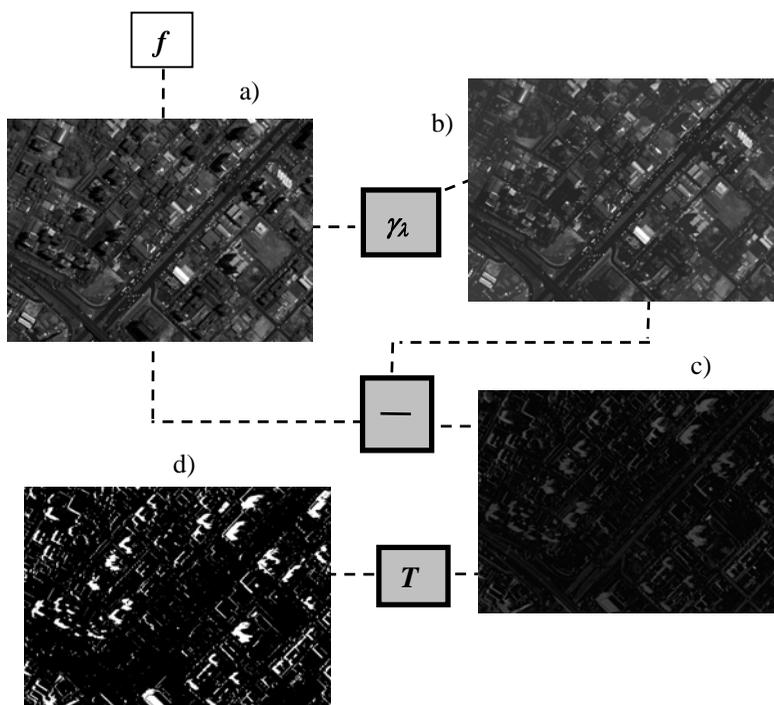
Figura 10 - Área de estudo 2 em que existe a presença de sombras próprias nas laterais das edificações e sombras projetadas por estas.



A abertura de área é uma transformação extensiva, então $\gamma_\lambda(f) \geq f$. Assim o objetivo é alcançado fazendo-se $\gamma_\lambda(f) - f$ e detectando-se todos os alvos escuros de tamanho λ (a escolha de λ neste caso foi feita com base no tamanho das áreas de sombra da imagem a serem detectadas). O procedimento é ilustrado na Figura 11.

A imagem original (Figura 11a) passou por um processo de abertura de área (Figura 11b). A imagem original então foi subtraída da imagem da Figura 11b e em seguida limiarizada para detecção das sombras, conforme mostram as Figuras 11c e 11d, respectivamente.

Figura 11 - Procedimento adotado na detecção das sombras da área urbana.



A Figura 12 contém o resultado da detecção sobreposto na área de estudo 2. A imagem é mostrada com *zoom* para que os resultados sejam melhor percebidos visualmente.

Figura 12 - Sobreposição das sombras detectadas na imagem original.



6. CONCLUSÕES

A utilização de transformações morfológicas foi bem sucedida na detecção de sombras de prédios e de nuvens e as próprias nuvens na imagem pancromática QuickBird. O método é extremamente sensível a presença de sombras e o controle proporcionado pelo parâmetro λ possibilita seleção das feições a serem detectadas. Além disso, funciona bem em áreas com vegetação (como árvores e parques na área urbana, por exemplo), obtendo sucesso onde outros métodos costumam falhar, na distinção entre vegetação e sua sombra própria. Considerações análogas podem ser feitas ao se tratar de nuvens. A segmentação de áreas sombreadas pode ser utilizada em processos de classificação automática de imagens na geração de mapas temáticos (utilizando a informação detectada para impedir que sombras influenciem o resultado), detecção de bordas, auxiliar na interpretação de imagens, etc.

REFERÊNCIAS

- BANON, G. J. F.; BARRERA, J. *Bases da Morfologia Matemática para a análise de imagens binárias*. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 1998;
- BARRERA, J. *Uma abordagem unificada para os problemas de Processamento Digital de Imagens: a Morfologia Matemática*. 1987. Dissertação de mestrado, São José dos Campos, INPE;

- BEVILACQUA, A.; ROFFILLI, M. *Robust denoising and moving shadows detection in traffic scenes*. Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. USA, pp. 1-4, 2001;
- FACON, J. *Morfologia Matemática: Teoria e Exemplos*. Curitiba: PUC, 1996;
- GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. *Processamento de Imagens Digitais*. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 2000;
- HARALICK, R. M.; STERNBERG S. R.; ZHUANG X. *Image analysis using mathematical morphology*. IEEE Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-9, no. 4, pp. 532-555, Jul., 1987;
- LI, Y.; SASAGAWA, T.; GONG, P. *A system of the shadow detection and shadow removal for high resolution city aerial photo*. Proceedings of XXth ISPRS Congress, Commission 3, 2004;
- MATHERON, G. *Random sets and integral geometry*. Wiley, 1975;
- MOREIRA, M. A. *Fundamentos do sensoriamento remoto e metodologias de aplicação*. São José dos Campos: INPE, 2001;
- NOVO, E. M. L. M. *Sensoriamento remoto: princípios e aplicações*. São Paulo: Edgard Blucher, 1992;
- POLIDORO, A. M. et al. *Deteção automática de sombras e nuvens em imagens CBERS e Landsat 7 ETM*. Anais XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Goiânia, Brasil, INPE, p. 4233-4240, 2005;
- PRATI, A. et al. *Shadow detection algorithms for traffic flow analysis: a comparative study*. Proceedings of IEEE Int'l Conference on Intelligent Transportation Systems, pp. 340-345, 2001;
- RICHARDS, A. J.; JIA, X. *Remote sensing digital image analysis: an introduction*. Canberra, Australia: Springer-Verlag, 1998;
- ROSIN, P. L.; ELLIS, T. *Image difference threshold strategies and shadow detection*. Proceedings of the sixth British Machine Vision Conference, 1994;
- SANTOS, D. R.; DALMOLIN, Q.; BASSO, M., A. *Deteção automática de sombras em imagens de alta resolução*. Boletim de Ciências Geodésicas, sec. Artigos, Curitiba, v. 12, no 1, p.87-99, jan-jun, 2006;
- SERRA, J. P. F. *Introduction to mathematical morphology*. Computer Vision. Graphics and Image Processing, 1986;

(Recebido em Janeiro/07. Aceito em maio/08)