

EXTRAÇÃO DE FEIÇÕES RETAS COM PRECISÃO SUBPIXEL: Estudo Comparativo Entre Três Métodos

Extraction of straight lines with subpixel precision: comparative study among three methods

WIMERSON SANCHES BAZAN¹
ANTONIO MARIA GARCIA TOMMASELLI²
MAURICIO GALO²
SANDRA STEPHAN DE SOUZA TELLES

Universidade Estadual Paulista

²Faculdade de Ciências e Tecnologia - Depto de Cartografia

¹Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

Rua Roberto Simonsen, 305, 19060-900 Presidente Prudente, SP

wimerson.bazan@bol.com.br, {tomaseli, galo}@fct.unesp.br

sandrasst@gmail.com

RESUMO

Nas áreas de Visão de Máquina e Fotogrametria as feições lineares extraídas de uma imagem podem ser utilizadas tanto como primitivas de uma representação vetorial em meio digital, quanto como controle para permitir a determinação de elementos de orientação interior e exterior de uma câmara. Nas aplicações relacionadas à orientação de imagens, é necessário que as linhas sejam extraídas com precisão subpixel, para garantir a confiabilidade dos parâmetros estimados. Este trabalho apresenta três abordagens para extração de feições lineares com precisão subpixel. A primeira abordagem baseia-se no cálculo da média de posições subpixel calculadas ao longo de um perfil transversal à feição segmentada. Na segunda abordagem, ajusta-se uma função parabólica aos tons de cinza interpolados ao longo da seção transversal, seguida de uma interpolação deste modelo para a determinação das coordenadas subpixel do eixo da linha. Na terceira abordagem o refinamento subpixel é realizado ajustando-se uma superfície cilíndrica parabólica aos tons de cinza na vizinhança do eixo médio extraído numa etapa de pré-processamento. A intersecção desta superfície com um plano normal à linha resulta em uma parábola que permite obter o ponto crítico procurado por interpolação. Foram realizados testes com imagens reais para comparar os

métodos, concluindo-se que o ajuste de uma superfície parabólica é o que apresenta resultados mais precisos e acurados.

Palavras chaves: Extração de linhas; Precisão subpixel; Ajustamento de parábola; Superfície cilíndrica parabólica.

ABSTRACT

In the fields of Machine Vision and Photogrammetry, extracted straight lines from digital images can be used either as vector elements of a digital representation or as control entities that allow the determination of the camera interior and exterior orientation parameters. Applications related with image orientation require feature extraction with subpixel precision, to guarantee the reliability of the estimated parameters. This paper presents three approaches for straight line extraction with subpixel precision. The first approach considers the subpixel refinement based on the weighted average of subpixel positions calculated on the direction perpendicular to the segmented straight line. In the second approach, a parabolic function is adjusted to the grey level profile of neighboring pixels in a perpendicular direction to the segmented line, followed by an interpolation of this model to estimate subpixel coordinates of the line center. In the third approach, the subpixel refinement is performed with a parabolic surface adjustment to the grey level values of neighboring pixels around the segmented line. The intersection of this surface with a normal plane to the line direction generates a parabolic equation that allows estimating the subpixel coordinates of the point in the straight line, assuming that this is the critical point of this function. Three experiments with real images were made and the approach based on parabolic surface adjustment has presented better results.

Key words: Straight lines; Feature extraction; Subpixel precision; Surface fitting.

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Em várias áreas do conhecimento como Fotogrametria, Sensoriamento Remoto e Visão de Máquina, o problema de extração automática de feições tem demandado grandes esforços de pesquisas, a fim de obter soluções mais eficientes e robustas para realização desta tarefa. Segundo Gonzalez e Woods (1992), pontos, linhas e bordas são os três tipos básicos de descontinuidades que podem ser detectadas e extraídas em uma imagem.

Devido às dificuldades no reconhecimento automático de feições em imagens aéreas complexas, o foco dos pesquisadores tem sido o desenvolvimento de algoritmos para a detecção de tipos particulares de entidades, tais como rodovias, construções, vegetação, etc. O grau de automação dos processos de extração permite classificá-los como sendo: automáticos, semi-automáticos e manuais. No caso semi-automático as

entidades são localizadas de modo aproximado pelo operador, que aciona uma etapa de refinamento com qualidade subpixel, por exemplo.

A tarefa de orientação de uma câmara, classicamente executada com o uso de feições pontuais e as equações de colinearidade, tem sido solucionada também com feições lineares e modelos que se baseiam neste tipo particular de feição (TOMMASELLI e TOZZI, 1996; REISS e TOMMASELLI, 2003; HABIB et al., 2002). Quanto à orientação e calibração de câmaras panorâmicas, Parian e Gruen (2005) apontam para a conveniência de se utilizar feições lineares, já que o processo de ajustamento por feixes de raios necessitaria de muitos pontos de controle, o que tornaria esta técnica ineficiente.

O processo de calibração de câmaras requer medidas feitas de modo acurado e o uso de observações realizadas com qualidade subpixel proporciona a estimativa de parâmetros de orientação interior com maior qualidade. Steger (1998) apresenta um trabalho que avalia a qualidade de linhas extraídas com precisão subpixel a partir de um detector aplicado também na extração de bordas. Foi verificada a influência dos ruídos na qualidade da localização destas feições e os resultados desta abordagem mostram que é possível alcançar uma acurácia melhor do que um décimo de pixel em imagens reais, tanto nas operações de inspeção industrial quanto na Fotogrametria à curta distância.

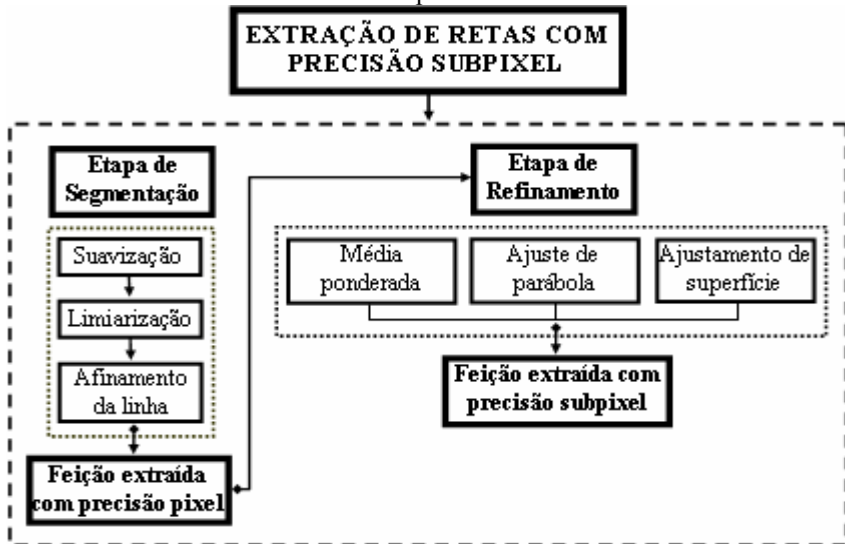
Dado o interesse em se extrair feições lineares com precisão subpixel, este trabalho tem por objetivo apresentar o estudo, desenvolvimento e avaliação experimental de duas abordagens para extração de feições lineares, de maneira semi-automática, com precisão subpixel e compará-las com uma terceira, descrita em Jain et al (1995) e implementada por Telles (2004). Estas três abordagens compreendem uma etapa de segmentação e outra de refinamento.

Na primeira abordagem (JAIN et al, 1995; TELLES, 2004), o refinamento considerado se baseia na média aritmética das posições subpixel calculadas ao longo de um perfil transversal à linha segmentada, ponderada pelos seus respectivos tons de cinza. Na segunda abordagem, a etapa de refinamento baseia-se no ajustamento de uma função parabólica ao mesmo perfil transversal citado, seguida de uma interpolação deste modelo para a determinação das coordenadas subpixel do eixo da linha. Estas duas abordagens foram apresentadas e avaliadas em Bazan et al. (2005) por meio de três experimentos que utilizam partes de uma imagem real, contendo uma feição reta com diferentes orientações. Os resultados se apresentaram como sendo equivalentes, já que a abordagem baseada no ajuste de parábola apresentou uma melhora pouco significativa nos resultados.

Na terceira abordagem, que é apresentada e avaliada neste trabalho, o refinamento é realizado ajustando-se uma superfície cônica, mais

especificamente uma superfície cilíndrica parabólica, na qual a geratriz tem a direção do eixo médio do segmento de reta, extraído numa etapa preliminar de segmentação. A interseção desta superfície com um plano resulta em uma parábola que, por interpolação, permite obter o ponto crítico procurado. O diagrama da Figura 1 ilustra as três abordagens que compreendem: uma etapa de segmentação, comum às três abordagens, e outra de refinamento.

Figura 1 – Abordagens para extração de feições lineares com precisão subpixel.



2. ABORDAGENS PARA EXTRAÇÃO DE FEIÇÕES LINEARES COM PRECISÃO SUBPIXEL

Nas abordagens a serem apresentadas neste trabalho têm-se em comum as etapas de segmentação, abrangendo operações de: suavização (*smoothing*), limiarização (*thresholding*) e afinamento de linhas (*thinning*), e uma etapa final de refinamento (ilustradas na Figura 1), na qual é feita a estimativa da posição dos pontos das feições retas com qualidade subpixel. Dentre as abordagens, duas delas consideram um refinamento baseado no ajustamento pelo MMQ (Método dos Mínimos Quadrados) de modelos paramétricos à região que abrange a vizinhança da feição linear segmentada. A outra abordagem, implementada por Telles (2004), baseia-se no uso da média ponderada de posições subpixel cujos valores de cinza foram interpolados ao longo de um perfil transversal à feição segmentada.

2.1. Etapa de segmentação

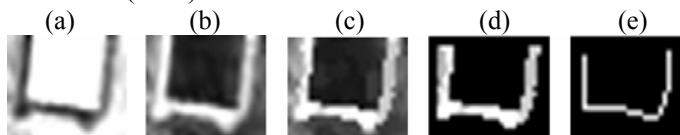
A segmentação pode ser entendida como a divisão da imagem em partes e objetos que a constituem (GONZALEZ e WOODS, 1992), devendo ocorrer de maneira que os objetos de interesse da cena sejam isolados na imagem. A etapa de segmentação realizada nas três abordagens tratadas neste trabalho corresponde a uma etapa de pré-processamento que utiliza algoritmos de suavização, limiarização e afinamento. A suavização é realizada pelo filtro da mediana com análise de variância. A limiarização necessita de um limiar que pode ser definido automaticamente, mas que, neste caso, foi determinado empiricamente. O afinamento é feito pela técnica de esqueletonização. Estas operações são brevemente descritas a seguir:

- **Suavização pela mediana com análise de variância:** O procedimento adotado para a suavização da imagem consiste na aplicação de várias máscaras e da seleção daquela cuja variância seja mínima. Este procedimento tem como vantagem a preservação das bordas das feições (ARTERO, 1999; SONKA et al, 1998);
- **Limiarização:** Consiste de uma operação usada para segmentar regiões homogêneas do fundo da imagem (GONZALEZ e WOODS, 1992; JAIN et al, 1995). O processo de limiarização ocorre de maneira que todos os pixels da imagem com nível de cinza menor que o limiar assumem o valor zero, enquanto que os valores maiores são mantidos. No caso deste trabalho, realiza-se a segmentação de modo que restem apenas as linhas na imagem, as quais se apresentarão mais claras que o fundo, que receberá o valor zero;
- **Afinamento de linhas:** As feições lineares extraídas de uma imagem, mediante um processo de limiarização, normalmente possuem largura com vários pixels. Neste caso, deve-se prosseguir com um processo de afinamento da linha (ARTERO, 1999; GONZALEZ e WOODS, 1992, JAIN et al, 1995) para que a feição se apresente com apenas um pixel de espessura. Dentre as abordagens para afinamento cita-se a esqueletonização, que é aplicada na imagem limiarizada e binarizada, procurando-se manter apenas os pixels que compõem a linha média da feição linear original.

A Figura 2 ilustra o resultado da segmentação envolvendo as operações de suavização, limiarização e afinamento. A importância deste procedimento reside na necessidade de gerar o eixo médio (esqueleto) da feição linear para que se possa realizar a etapa de refinamento pelas abordagens a serem apresentadas.

Figura 2 – (a) Feição linear e (b) imagem invertida (por conveniência),
(c) imagem suavizada, (d) limiarizada e (e) afinada.

Fonte: Bazan et al (2005).



2.2. Etapa de refinamento

Esta etapa permite um refinamento, para que as coordenadas dos pixels do eixo da feição linear, extraídos na etapa de segmentação, sejam estimadas com precisão subpixel. Apresenta-se, primeiramente, a abordagem implementada por Telles (2004), que considera a média ponderada das posições subpixel, calculadas ao longo de um perfil de níveis de cinza, transversal à linha. Na seqüência, apresenta-se a abordagem que utiliza o ajuste de uma função parabólica ao perfil de níveis de cinza mencionado. Por fim, apresenta-se a abordagem que se baseia no ajustamento de uma superfície cilíndrica parabólica em torno do eixo médio segmentado.

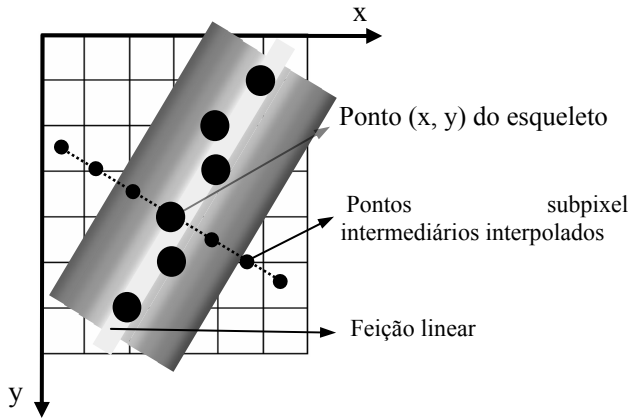
2.2.1. Refinamento Baseado na Média Ponderada

Este método, apresentado em Jain et al (1995) foi implementado por Telles (2004), e se baseia no cálculo da média aritmética de posições subpixel intermediárias, calculadas ao longo de um perfil transversal à feição linear esqueletonizada. A média aritmética é ponderada pelos níveis de cinza interpolados bilinearmente para cada uma destas posições, com base nos níveis de cinza dos pixels vizinhos. Estas posições são projetadas na seção transversal até que o nível de cinza interpolado seja zero, ou seja, que já tenha atingido uma área de fundo, à medida que se afasta da feição linear, ou que o número máximo de pontos pré-definido tenha sido atingido (TELLES, 2004). A Figura 3 ilustra este perfil transversal, bem como as posições subpixel projetadas de ambos os lados da feição linear esqueletonizada.

Este procedimento é realizado para cada ponto do eixo médio esqueletonizado, o que permite calcular coordenadas com precisão subpixel para cada um destes pontos do eixo. Este método de refinamento requer o conhecimento da direção da feição linear segmentada para cada ponto do eixo médio.

Figura 3 – Posições subpixel calculadas ao longo do perfil transversal.

Fonte: Adaptado de Bazan et al (2005).



Com base nessa necessidade, Telles (2004) desenvolveu um procedimento no qual a imagem é percorrida pixel a pixel e, para cada pixel com nível de brilho diferente de zero, é observada sua vizinhança com nível de brilho também maior que zero. Para cada vizinho é calculado um ângulo, formado pela direção do pixel atual com seu vizinho e a direção da linha que contém o pixel atual. Assim, para cada vizinho haverá uma direção calculada e a direção atribuída para o pixel atual será uma média destas direções.

2.2.2. Refinamento Baseado no Ajuste de uma Função Parabólica

Este método de refinamento assemelha-se àquele apresentado anteriormente. Ao invés da média aritmética das posições subpixel, calculadas ao longo do perfil transversal à feição linear, este método considera o ajustamento pelo MMQ de uma função parabólica ao perfil transversal. Obtêm-se assim, os coeficientes da parábola, cuja função é dada por:

$$y_{\text{perfil}} = ax_{\text{perfil}}^2 + bx_{\text{perfil}} + c \quad (1)$$

onde, a , b e c correspondem aos parâmetros a serem determinados. No ajustamento pelo método paramétrico, y_{perfil} representa os valores observados que são os níveis de cinza interpolados, ou ND (Número Digital), e x_{perfil} as posições dos pontos definidos ao longo do perfil transversal à feição. Uma vez estimados os parâmetros (a , b , e c) pelo MMQ, pode-se obter o ponto crítico desta parábola:

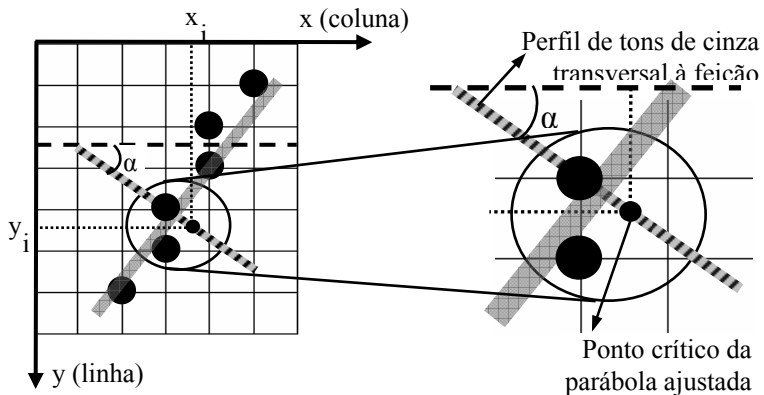
$$\frac{dy_{\text{perfil}}}{dx_{\text{perfil}}} = \frac{d(ax_{\text{perfil}}^2 + bx_{\text{perfil}} + c)}{dx_{\text{perfil}}} = 2ax_{\text{perfil}} + b = 0. \quad (2)$$

Esta condição permite obter a abscissa do ponto crítico procurado: $x_{\text{perfil}} = -b/2a$. Considerando o sistema de referência como sendo o sistema de tela (origem no canto superior esquerdo), as coordenadas (x_i, y_i) com precisão subpixel, para $i=1, 2, \dots, n$, correspondentes aos n pixels do eixo médio esqueletonizado, são calculadas por:

$$\begin{aligned} x_i &= -\frac{b}{2a} \cos \alpha \\ y_i &= -\frac{b}{2a} \sin \alpha \end{aligned}, \quad (3)$$

sendo α o ângulo entre o eixo x e a direção perpendicular à direção da feição, que é obtida a partir das coordenadas dos pixels vizinhos (TELLES, 2004), conforme mencionado no método anterior. A Figura 4 permite a visualização destes elementos.

Figura 4 – Coordenadas subpixel no sistema de tela, obtidas em função do ponto crítico da parábola ajustada pelo MMQ.

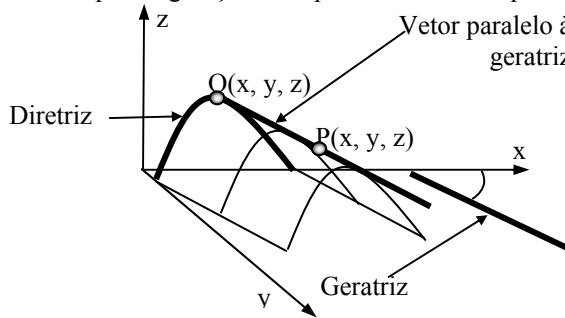


2.2.3. Refinamento Baseado no Ajuste de uma Superfície Cilíndrica Parabólica

Este método de refinamento se baseia no ajustamento pelo MMQ de um modelo de superfície cilíndrica parabólica à região de vizinhança de cada pixel ao longo do eixo médio da feição linear esqueletonizada. Este modelo pode ser deduzido com base na interseção entre vetores paralelos a uma

geratriz e a parábola diretriz (CAROLI et al, 1984). A Figura 5 ilustra este princípio, permitindo verificar que o ponto $P(x, y, z)$ pertence à superfície, sendo $Q(x, y, z)$ o ponto da diretriz que também pertence ao vetor que passa pelos pontos P e Q , vetor este que é paralelo à geratriz.

Figura 5 – Princípio de geração da superfície cilíndrica parabólica.



A Equação 4 descreve analiticamente esta superfície:

$$z = a(y - tx)^2 + b(y - tx) + c \quad (4)$$

onde a , b e c correspondem aos parâmetros da parábola diretriz e $t = \tan \theta$ ao coeficiente angular da geratriz (direção). O ângulo θ pode ser obtido, conforme explicitado anteriormente, pelo procedimento desenvolvido por Telles (2004), que se baseia na média dos ângulos calculados em relação aos pixels vizinhos. No procedimento a ser desenvolvido neste trabalho, este elemento é determinado como incógnita.

O modelo apresentado pela Equação 4 é não linear, o que exige um processo iterativo para a estimação dos parâmetros, partindo-se de uma aproximação inicial. Um agrupamento dos parâmetros no modelo apresentado pela Equação 4 torna o modelo linear, eliminando a necessidade de um ajustamento iterativo. A Equação 5 apresenta este modelo linearizado:

$$z = A_1x^2 + A_2y^2 - 2A_3xy - A_4x + A_5y + A_6 \quad (5)$$

sendo, $A_1 = at^2$; $A_2 = a$; $A_3 = at$; $A_4 = bt$; $A_5 = b$; $A_6 = c$.

No primeiro caso (usando a Equação 4) o ajustamento ocorre de maneira iterativa, devido à linearização por série de Taylor. Ao usar o modelo dado pela Equação 5, o modelo é linear e o ajustamento pode ser realizado sem iterações, porém não sendo estimados os parâmetros a , b , c e t diretamente.

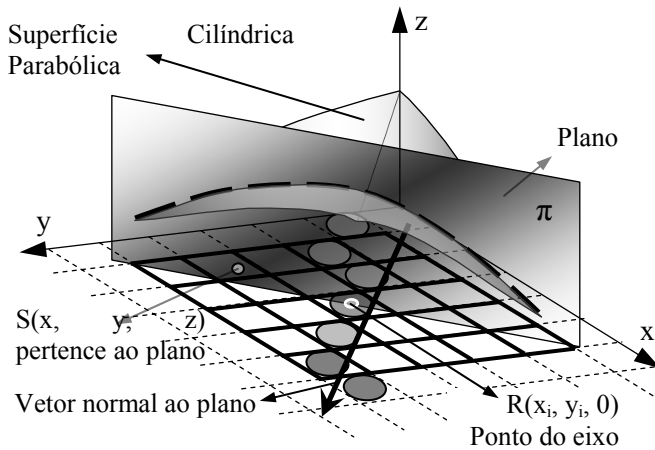
As observações envolvidas no ajustamento pelo método paramétrico são extraídas da imagem original, que foi invertida por conveniência, para

apresentar as linhas com tons claros e o fundo com tons escuros. Esta operação foi aplicada apenas para manter o ponto de interesse como um ponto de máximo local. Logo, o método de refinamento por ajustamento de superfície pode ser aplicado com base em duas possibilidades: com o modelo de superfície não linear (Equação 4); ou linear, a partir de um agrupamento de parâmetros (Equação 5).

Na primeira possibilidade, um ajustamento considerando o modelo não linearizado permitirá a determinação direta dos parâmetros de interesse, porém com desvantagem do ajustamento iterativo, conforme mencionado. Na segunda possibilidade, como o modelo é linear, há a vantagem de um ajustamento sem iterações (menor custo computacional e sem a necessidade de parâmetros aproximados), mas que terá como desvantagem a estimação de parâmetros agrupados, sem significado físico, sendo que os parâmetros originais somente poderão ser recuperados de maneira indireta.

A intersecção de um plano com a superfície ajustada, conforme ilustra a Figura 6, resulta em uma parábola que permitirá obter o ponto crítico procurado, que é um ponto no eixo da linha com precisão subpixel.

Figura 6 - Intersecção de um plano π com a superfície cilíndrica parabólica.



Segundo Caroli et al (1984), a representação analítica de um plano π , na sua forma geral, é dada pela Equação 6:

$$ex + fy - g = 0, \quad (6)$$

deduzida mediante a consideração de que $\vec{N} = (e, f, 0)$, denominado vetor coeficiente do plano em relação a um sistema ortogonal de coordenadas, é um vetor normal a este plano. De fato, sendo $R = (x_i, y_i, 0)$, para $i = 1, 2, \dots, n$, pixels do eixo médio eskeletonizado, e $S = (x, y, z)$, dois pontos pertencentes ao plano π (Figura 6), tem-se a relação: $\vec{N}(\overrightarrow{R-S})=0$, a qual permite desenvolver a Equação 6. Os coeficientes e , f e g da equação geral do plano são dados por: $e=\cos\theta$; $f=\text{sen}\theta$ e $g=x_i\cos\theta + y_i\text{sen}\theta$.

De maneira analítica, a interseção entre o plano e a superfície (Figura 6) é determinada igualando-se as Equações 6 e 5, em dois passos. Primeiramente igualam-se as equações de maneira a obter z em função de y , ou seja, $z = f(y)$ e, num segundo passo, igualam-se as equações novamente para obter $z = f(x)$. Como resultados deste procedimento, têm-se duas equações da parábola como funções de y e x , respectivamente. Realizando-se a derivada das equações em relação à y e x , e igualando-as a zero, determina-se as Equações 7 que permitem obter x e y com precisão subpixel.

$$x = \frac{1}{e} \left(g + \frac{fL}{2K} \right) \quad (7)$$

$$y = -\frac{L}{2K}$$

onde,

$$K = A_2 + A_1 \frac{f^2}{e^2} + 2A_3 \frac{f}{e};$$

$$L = A_4 \frac{f}{e} + A_5 - 2A_1 \frac{gf}{e^2} - 2A_3 \frac{g}{e}.$$

A Equação 7 permite obter as coordenadas (x, y) com precisão subpixel para cada um dos n pixels da feição linear eskeletonizada.

3. AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DAS ABORDAGENS APRESENTADAS

Os experimentos a serem apresentados se utilizaram das mesmas imagens utilizadas em Bazan et al (2005), para possibilitar a comparação entre os métodos. São imagens reais, tipicamente usadas na calibração de câmaras com linhas retas (TOMMASELLI e TELLES, 2006; HABIB et al, 2002). Para avaliação dos métodos apresentados foram realizados 3 experimentos considerando a feição reta disposta em três diferentes direções. Para cada conjunto de pontos extraídos por cada um dos métodos testados, realizou-se o

ajuste da função $y = ax + b$, com o objetivo de avaliar a dispersão dos pontos extraídos, em relação à reta ajustada.

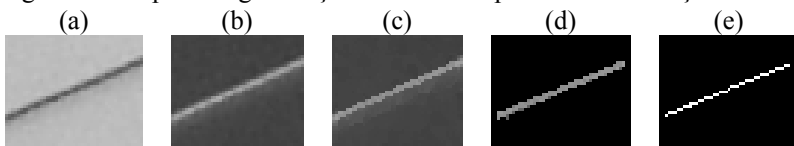
Nestes experimentos foram analisados os desvios padrão dos parâmetros ajustados da reta, além do desvio padrão a posteriori $\hat{\sigma}_0 = [(V^T V)/g.l]^{1/2}$ do ajustamento, que pode ser interpretado como um indicador da dispersão dos pontos refinados com precisão subpixel em relação à reta ajustada. Além disso, foi feita uma análise visual dos conjuntos de pontos extraídos, referentes aos melhores processamentos. A análise do refinamento por ajuste de superfície foi realizada mediante três conjuntos de dados diferentes para cada experimento com: 9, 25 e 49 observações, correspondendo a segmentos de imagens de dimensões 3×3 , 5×5 e 7×7 , respectivamente (coluna 2, da Tabela 1).

Após o ajustamento de uma reta aos pontos extraídos, foram eliminados até 20% destes pontos que apresentassem discrepâncias maiores que 0,4 pixels, já que os pontos com erros maiores poderiam mascarar o resultado do ajustamento, como se verificou empiricamente. Dentre os experimentos apresentados, o primeiro consistiu da extração de uma reta com aproximadamente 30° de orientação; o segundo uma reta horizontal e o terceiro uma reta vertical.

3.1. Extração de uma feição linear com orientação de aproximadamente 30°

Este primeiro experimento utiliza uma sub-imagem, de uma imagem real, que contém uma feição linear com aproximadamente 30° de orientação. A Figura 7 mostra os resultados da etapa de segmentação desta feição.

Figura 7 – Etapa de segmentação referente ao processo de extração da reta.



Com relação à Figura 7, os seguintes elementos são presentes: detalhe de uma imagem real (a); imagem negativa (b); imagem negativa suavizada (c); limiarizada (d) e; esqueletonizada (e). Verifica-se por esta figura que a etapa de segmentação ocorreu de maneira satisfatória, principalmente no que se refere às etapas de limiarização, com limiar adotado empiricamente e esqueletonização (Figuras 7d e 7e, respectivamente).

Na Tabela 1 são apresentados os resultados obtidos com as diferentes abordagens. A análise é feita tendo como referência os desvios padrão dos parâmetros da reta estimados e o desvio padrão estimado da observação de

peso unitária ($\hat{\sigma}_0$ *sigma a posteriori*), bem como o número de observações usadas. São definidos, na seqüência, os elementos que comparecem nas tabelas a serem apresentadas:

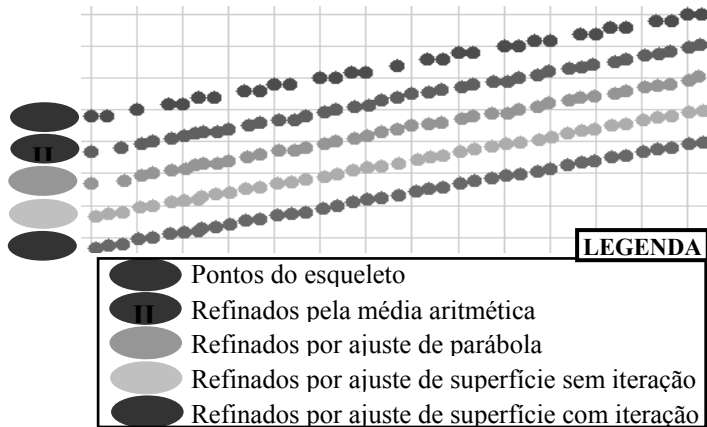
- **CP** - Conjuntos de pontos;
- **NO** - Número de observações;
- **NP** - Número de pontos considerados no ajuste da reta (pontos da reta extraída);
 - **I** - Pontos do eixo médio (esqueleto, sem refinamento subpixel);
 - **II** - Pontos refinados pela média ponderada;
 - **III** - Pontos refinados por ajuste de parábola;
 - **IV.a** - Pontos refinados por ajuste da superfície usando o modelo linear, com estimativa pelo MMQ sem iteração;
 - **IV.b** - Pontos refinados por ajuste da superfície usando o modelo não linear, com estimativa pelo MMQ com iteração.

Tabela 1 - Resultados do ajustamento de uma reta aos conjuntos de pontos extraídos.

CP	NO	Parâmetros da reta ($y=ax+b$)		$\hat{\sigma}_0$ (pixel)		NP
		$a \pm \sigma_a$	$b \pm \sigma_b$ (pixel)			
I		-0,410±0,0033	27,454±0,0883	0,2366	1/4	33
II		-0,421±0,0022	27,950±0,0566	0,1622	1/6	41
III		-0,422±0,0023	27,964±0,0600	0,1730	1/6	41
IV.a	9	-0,417±0,0016	27,962±0,0412	0,1199	1/9	41
	25	-0,419±0,0011	28,043±0,0295	0,0883	1/12	42
	49	-0,419±0,0012	28,143±0,0311	0,0933	1/10	42
IV.b	9	-0,419±0,0017	28,006±0,0436	0,1335	1/8	42
	25	-0,419±0,0011	28,036±0,0288	0,0864	1/12	42
	49	-0,419±0,0012	28,139±0,0316	0,0961	1/10	42

A Figura 8 ilustra os 5 conjuntos de pontos extraídos, cujos resultados foram apresentados na Tabela 1. No que se refere aos dois conjuntos de pontos extraídos por ajuste de superfície (ajustamento não iterativo e iterativo, respectivamente), são mostrados na Figura 8 apenas aqueles obtidos com 25 observações (janela 5x5), pois foi esta a dimensão que permitiu melhores resultados em comparação com os conjuntos com 9 (3x3) e 49 (7x7) observações, como se pode observar na Tabela 1. Isto indica que a dimensão 5x5 é a mais adequada para o ajuste de uma superfície, no caso estudado. Janelas maiores (como 7x7) provavelmente incorporam pontos pertencentes ao fundo, ao passo que janelas menores (3x3) não permitem a estimação adequada dos parâmetros pela pequena redundância.

Figura 8 – Ilustração dos conjuntos de pontos (retas) extraídos relativos aos resultados da Tabela 1.



Analisando-se a Tabela 1 e a Figura 8, constata-se que todas as abordagens que empregam um refinamento da linha extraída obtiveram melhores resultados no ajustamento de uma linha reta, em comparação com os resultados obtidos com o ajuste somente aos pixels do eixo médio. Das abordagens baseadas no refinamento de pontos subpixel, aquela baseada no ajustamento de uma superfície cilíndrica parabólica, apresentou um resultado mais preciso, ou seja, menor dispersão em relação à reta ajustada.

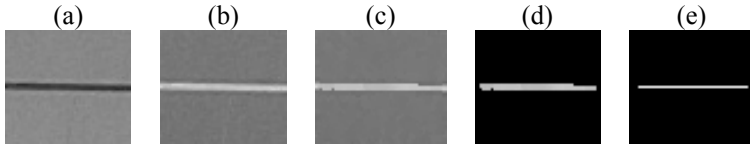
Ainda com relação à abordagem baseada no ajuste de superfície, o processamento com 25 observações e ajustamento iterativo (modelo não linear) apresentou melhores resultados se comparados àqueles resultantes dos outros processamentos envolvendo 9 e 49 observações. No entanto, percebe-se que tanto o ajustamento pelo método iterativo (modelo não linear) quanto o não iterativo (modelo linearizado), permitiram que todos os pontos refinados obtivessem uma discrepância menor que 0,4 pixels, já que, dos 42 pontos ajustados pela função linear, nenhum foi eliminado no processamento, dentro do limite dos 20%. Nos dois casos os desvios padrão *a posteriori* (usado como medida de dispersão) foram semelhantes, em torno de 1/12 do pixel.

3.2. Extração de uma feição linear horizontal

Neste experimento é realizada a extração de uma feição reta aproximadamente horizontal, presente na mesma imagem real mencionada no primeiro experimento. Serão apresentados os resultados das etapas de segmentação e refinamento, procurando-se fazer os mesmos tipos de análises realizados anteriormente. A Figura 9 apresenta os resultados da etapa de

segmentação, na mesma ordem em que foram mostrados os resultados da Figura 9.

Figura 9 – Etapa de segmentação referente ao processo de extração da reta.



Pela Figura 9 é possível perceber que a etapa de segmentação produziu resultados satisfatórios. A feição reta esquelotonizada (Figura 9e) resultou em uma reta perfeitamente horizontal. Logo, é natural que a análise indique este conjunto de pontos como aquele que proporcionaria o melhor resultado. No entanto, são difíceis as situações em que isso ocorre na prática, sendo que retas de dimensões superiores à apresentada, em imagens reais, estão sujeitas à distorção das lentes.

Além do mais, percebe-se pela Figura 9a uma pequena inclinação da linha. A Tabela 2 permite a análise numérica dos resultados para cada conjunto de pontos extraídos e refinados, a partir dos desvios padrão dos parâmetros ajustados da reta, e do desvio padrão *a posteriori* ($\hat{\sigma}_0$). A nomenclatura referente à Tabela 2 é a mesma da Tabela 1.

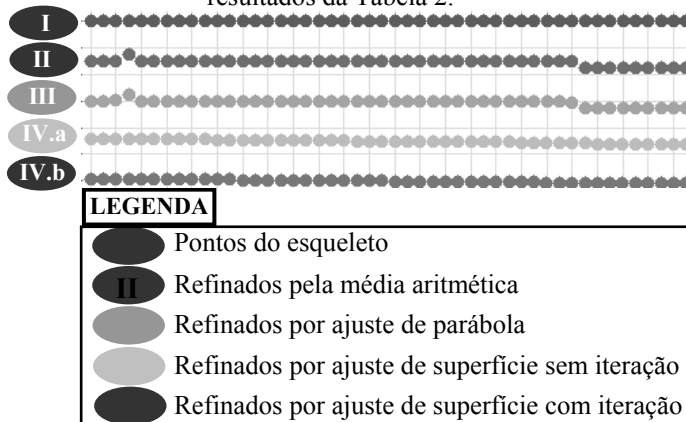
Tabela 2 – Resultados do ajustamento de uma reta aos conjuntos de pontos extraídos.

CP	N.O	Parâmetros da reta ($y=ax+b$)		$\hat{\sigma}_0$ (pixel)		NP
		$a \pm \sigma_a$	$b \pm \sigma_b$ (pixel)			
I		0,000±0,0000	24,000±0,0000	0	-	48
II		0,010±0,0016	23,794±0,0500	0,1572	1/6	48
III		0,010±0,0015	23,791±0,0480	0,1482	1/7	48
IV.a	9	0,037±0,0015	23,037±0,0500	0,1230	1/8	42
	25	0,012±0,0002	23,710±0,0071	0,0227	1/44	48
	49	0,008±0,0002	23,796±0,0063	0,0215	1/46	48
IV.b	9	0,037±0,0016	23,054±0,0539	0,1228	1/8	41
	25	0,012±0,0002	23,710±0,0071	0,0227	1/44	48
	49	0,008±0,0002	23,796±0,0063	0,0215	1/46	48

A Figura 10 apresenta os 5 conjuntos de pontos extraídos, cujos resultados foram apresentados na Tabela 2. Em relação aos dois conjuntos de pontos extraídos por ajuste de superfície (ajustamento não iterativo e iterativo, respectivamente), são mostrados na Figura 10 apenas aqueles obtidos com 49 observações (janela 7x7), pois foi esta a dimensão que permitiu melhores

resultados em comparação com os conjuntos com 9 (3x3) e 25 (5x5) observações. Para estes dois processamentos, os desvios padrão dos parâmetros a e b e desvio padrão *a posteriori* (1/46 do pixel) foram menores que no experimento anterior.

Figura 10 – Ilustração dos conjuntos de pontos (retas) extraídos relativos aos resultados da Tabela 2.



Uma análise da Tabela 2 permite confirmar o que havia sido verificado na Figura 9e. Como era esperado, o conjunto de pontos do eixo médio segmentado (esqueleto) possibilitou menor dispersão no ajuste de uma reta, se comparada com as abordagens de refinamento. Embora preciso, este resultado não é acurado, pois, na realidade a reta apresenta pequena inclinação como mostra a Figura 9a. Logo, com relação aos conjuntos de pontos refinados, todos apresentaram melhor acurácia (embora apresentem maior dispersão) no ajustamento da reta, se comparados àqueles resultantes do uso do esqueleto.

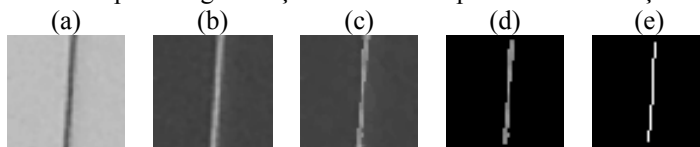
Com isso, a abordagem que permitiu melhores resultados foi a que se baseou no ajustamento de uma superfície. Neste caso, a abordagem que utiliza o modelo linear com o ajustamento não iterativo, permitiu os mesmos resultados, se comparados com os obtidos pelo modelo linearizado, tanto para 25 quanto para 49 observações, diferindo minimamente para o experimento com 9 observações. Ao se analisar os desvios padrão dos parâmetros e e $\hat{\sigma}_0$ (Tabela 2), verifica-se que o processamento com 49 observações permitiu melhores resultados. Além do mais, esta abordagem permitiu um resultado acurado, já que os conjuntos de retas refinados por esta abordagem (IV.a e IV.b na Figura 10) modelaram a leve inclinação percebida na Figura 9a.

3.3. Extração de uma feição linear vertical

Este experimento refere-se à extração de uma feição reta aproximadamente vertical, presente na mesma imagem real citada

anteriormente. A Figura 11 apresenta os resultados da etapa de segmentação da feição reta aproximadamente vertical.

Figura 11 – Etapa de segmentação referente ao processo de extração da reta.



A partir da Figura 11, percebe-se que a etapa de segmentação se deu de maneira satisfatória, como nos experimentos anteriores. O eixo médio esqueletonizado (Figura 11e) apresenta uma pequena inclinação, diferente do eixo médio obtido no segundo experimento, que se apresentou perfeitamente alinhado na horizontal. A Tabela 3 trás uma síntese dos ajustamentos realizados.

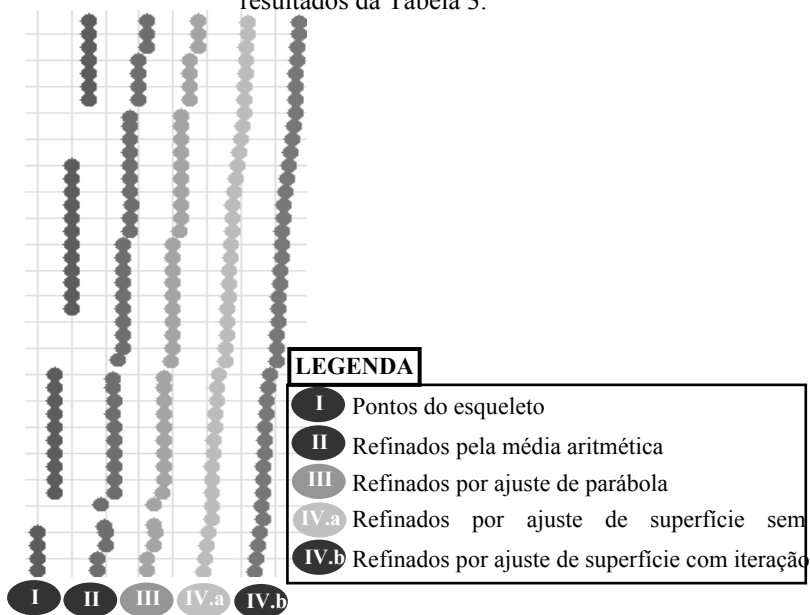
Tabela 3 – Resultados do ajustamento de uma reta aos conjuntos de pontos extraídos.

CP	NO	Parâmetros da reta ($y=ax+b$)		$\hat{\sigma}_0$ (pixel)		NP
		$a \pm \sigma_a$	$b \pm \sigma_b$ (pixel)			
I		-	$27,356 \pm 0,088$	0,244	1/4	34
		$0,070 \pm 0,0033$	3	0		
II		-	$27,436 \pm 0,064$	0,196	1/5	43
		$0,059 \pm 0,0024$	8	5		
III		-	$27,432 \pm 0,061$	0,187	1/5	43
		$0,059 \pm 0,0023$	6	0		
IV.a	9	-	$27,652 \pm 0,049$	0,135	1/8	36
		$0,056 \pm 0,0018$	0	6		
	25	-	$27,690 \pm 0,034$	0,097	1/10	
	$0,061 \pm 0,0013$	6	4			
	49	-	$27,710 \pm 0,031$	0,095	1/10	43
		$0,063 \pm 0,0012$	6	4		
IV.b	9	-	$27,678 \pm 0,042$	0,118	1/9	35
		$0,058 \pm 0,0016$	4	0		
	25	-	$27,690 \pm 0,034$	0,098	1/10	
	$0,061 \pm 0,0013$	6	4			
	49	-	$27,710 \pm 0,031$	0,095	1/10	43
		$0,063 \pm 0,0012$	6	4		

A Figura 12 ilustra os 5 conjuntos de pontos extraídos. Neste caso, a abordagem de refinamento baseada no ajuste de superfície apresentou melhores resultados quando foram utilizadas 49 observações, tanto pelo método não iterativo quanto pelo método iterativo, em relação aos processamentos com 9 e 25 observações. Por esta razão, nos dois conjuntos de

pontos refinados por ajuste de superfície, mostrados na Figura 12, foram utilizadas 49 observações.

Figura 12 – Ilustração dos conjuntos de pontos (retas) extraídos relativos aos resultados da Tabela 3.



Analisando a Tabela 3 verifica-se que os processamentos relativos aos conjuntos de pontos refinados permitiram desvios padrão dos parâmetros e desvio padrão a *posteriori* menores, quando comparados com o conjunto de pontos do esqueleto. Além do mais, o resultado da segmentação abrangeu um maior número de pontos com discrepâncias maiores que 0,4 pixels, com relação aos outros métodos, já que 9 pontos, de um total de 43, foram descartados no ajuste da reta aos pontos do esqueleto. Isto ocorre porque os pontos do esqueleto estão sujeitos ao efeito de serrilhamento devido ao processo de discretização, inerente ao processo de obtenção de imagens digitais.

Mais uma vez os melhores resultados ocorreram ao considerar o conjunto de pontos refinados pelo ajuste de uma superfície. A aplicação desta abordagem, que considera 49 observações, permitiu os melhores resultados, os quais foram semelhantes em ambos os processamentos (considerando o ajustamento iterativo e o não iterativo). A Figura 12 mostra que os pontos da reta refinados por esta abordagem possibilitaram uma redução maior no efeito

de serrilhado (*aliasing*), se comparados com aqueles resultantes da aplicação das outras abordagens. Além do mais, nenhum ponto foi eliminado no ajuste da reta, já que todos eles apresentaram discrepâncias menores do que 0,4 pixels.

4. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou três abordagens para extração de feições lineares com precisão subpixel. A primeira abordagem baseou-se na média ponderada de posições subpixel calculadas ao longo de um perfil transversal à feição a ser refinada; a segunda, no ajustamento de uma função parabólica a este perfil; e a terceira considerou um ajustamento de uma superfície cilíndrica parabólica, com geratriz ao longo da reta a ser extraída. Neste último caso foram consideradas duas possibilidades: utilizar o modelo original, não linear, com ajustamento iterativo ou trabalhar com um modelo linear, obtido pelo agrupamento de parâmetros, com ajustamento não iterativo.

Três experimentos foram realizados para avaliação dos resultados de refinamentos obtidos pela aplicação dos três métodos apresentados, os quais consideraram uma feição reta disposta com orientação de aproximadamente 30°, e outras duas, uma na horizontal e outra na vertical.

Os resultados obtidos com os diferentes processos de extração subpixel de linhas retas, nos três experimentos apresentados, permitem afirmar que todas as abordagens de refinamento apresentaram melhores resultados se comparados com aqueles obtidos a partir do ajuste de uma reta ao conjunto de pontos resultantes da etapa de segmentação (esqueleto).

No segundo experimento verificou-se que a linha reta segmentada apresentava os pixels perfeitamente alinhados na horizontal, embora houvesse pequena inclinação na imagem original, resultando em uma dispersão nula após o ajuste da equação da linha reta aos pontos do eixo médio. Isto mostra uma situação na qual o simples ajuste ao esqueleto pode levar a um modelamento inadequado da linha. Por outro lado, a abordagem de refinamento por ajuste de superfície foi a que modelou com melhor acurácia a linha real, que apresentava ligeira inclinação.

Todos os experimentos indicaram que a abordagem de ajuste de superfície é a que apresenta melhores resultados, aqui entendidos como as menores dispersões em torno de uma linha ajustada e melhor modelamento da linha verdadeira. Com esta abordagem, nenhum ponto apresentou dispersão maior que 0,4 pixels e o desvio padrão *a posteriori*, em geral, foi menor que 1/10 pixel. Verificou-se, ainda, que nesta abordagem os melhores resultados são obtidos com 49 observações (janela 7x7), para os dois modelos usados no ajustamento (o linear e o não linear). O uso do modelo não linear original e, conseqüentemente, de um ajustamento iterativo, não melhorou significativamente os resultados e, por este motivo, pode-se optar pelo modelo

linearizado, com um processo não iterativo de estimação, em benefício da redução do custo computacional.

De maneira geral as abordagens de refinamento baseadas apenas na média aritmética ponderada e no ajuste de parábola permitiram melhores resultados em comparação com aqueles obtidos com o simples ajuste de retas aos pontos do esqueleto. Em outras palavras, é importante aplicar algum método de refinamento subpixel dos pontos do esqueleto. Conclui-se, ainda, que as etapas de pré-processamento referentes ao processo de segmentação se mostraram fundamentais em todas as abordagens estudadas, delas dependendo os resultados finais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio na forma de uma bolsa de iniciação científica.

REFERÊNCIAS

- ARTERO, A. O. *Técnicas para extração automática de feições retas em imagens digitais*. 1999. 115p. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- BAZAN, W. S.; TOMASELLI, A. M. G.; GALO, M. TELLES, S. S. S. Avaliação de métodos de extração de linhas com precisão subpixel. In: XXII CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 2005, Macaé. *Anais...* Macaé: Sociedade Brasileira de Cartografia, 2005.
- CAROLI, A.; CALLIOLI, C. A.; FEITOSA, M. *Matrizes vetores geometria analítica*. São Paulo: Nobel, 1984. 167p.
- GONZALEZ, J. B.; WOODS, R. E. *Processamento de imagens digitais*. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1992. 509p.
- HABIB, A; MORGAN, M; LEE, Y. Bundle adjustment with self-calibration using straight lines. *Photogrammetric Record*, v. 17, n. 100, p. 635-650, 2002.
- JAIN, R.; KASTURI, R.; SCHUNCK, B. G. *Machine vision*. New York: McGraw-Hill International Editions, Computer Science Series. 1995. 549p.
- REISS, M. L. L.; TOMMSELLI, A. M. G. Orientação de imagens sem pontos de apoio para mensuração de superfícies planas. *Boletim de Ciências Geodésicas*, Curitiba, v. 9, n. 1, p.1-21, 2003.
- PARIAN, J. A; GRUEN, A. Panoramic camera calibration using 3D straight lines. In: Panoramic Photogrammetry Workshop, 2005, Berlin. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, v. 36-5. Berlin: ISPRS, 2005.

- SONKA, M.; VAKLAV, H.; BOYLE, R. *Image processing, analysis, and machine vision*. PWS Publishing, 1998. 770 p.
- STEGER, C. Evaluation of subpixel line and edge detection precision and accuracy. In: ISPRS Commission III Symposium, 1998, Columbus, Ohio. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, v. 32, p. 256-264, 1998.
- TELLES, S. S. S. *Um modelo para calibração de câmaras digitais que usa linhas retas*. 2004. 114p. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- TOMMASELLI, A. M. G.; TOZZI, C. L. A Recursive approach to space resection using straight lines. *Photogrammetric Engineering And Remote Sensing*, EUA, v. 62, n. 01, p. 57-66, 1996.
- TOMMASELLI, A. M. G.; TELLES, S. S. S. A Mathematical model for camera calibration using straight lines. In: *International calibration and orientation workshop - EuroCOW*, CastellDefels, 2006. Proceedings.... CastellDefels: ISPRS, 2006. 1 CD-ROM.

(Recebido em agosto/07. Aceito em outubro/07)