

# MODELAGEM DO POTENCIAL ANÔMALO NO DATUM VERTICAL BRASILEIRO VISANDO SUA NOVA DEFINIÇÃO

*Anomalous potential modelling in Brazilian Vertical Datum aiming at its new definition*

SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS  
VAGNER GONÇALVES FERREIRA  
ALESSANDRA SVONKA PALMEIRO  
REGIANE DALAZOANA  
ROBERTO TEIXEIRA LUZ  
PEDRO LUIS FAGGION

Universidade Federal do Paraná - SCT  
Departamento de Geomática  
Caixa Postal 19.001 – Curitiba/PR – Brasil  
sfreitas@ufpr.br

## RESUMO

O *Datum* Vertical Brasileiro (DVB) foi estabelecido com base no nível médio do mar (NMM) obtido a partir de observações maregráficas. Nessa determinação, não foram considerados os efeitos locais vinculados à variação desse nível relativamente à superfície equipotencial  $W_0$  do campo da gravidade melhor ajustada ao NMM global. A relação do DVB com  $W_0$  ocorre através do potencial da gravidade  $W_i$ . A diferença de potencial  $\Delta W = W_i - W_0$  relaciona-se com a topografia do NMM (TNMM) na região do *datum* por  $TNMM = \Delta W/\gamma$ , onde  $\gamma$  é a gravidade normal no ponto que o define. No entanto, a determinação da diferença de potencial tem forte dependência da componente local do potencial perturbador ( $T$ ) não contida em modelos globais do geopotencial. A determinação dessa componente local situa-se no contexto do Problema do Valor de Contorno em Geodésia (PVCG). Na abordagem clássica, a solução do PVCG é determinada a partir de anomalias da gravidade, usando a integral de Stokes, que é dependente do sistema de altitude local. A alternativa aqui apresentada é baseada no emprego dos distúrbios da gravidade para solução do PVCG no contexto da solução de Molodenskii usando a superfície física da Terra.

**Palavras-chave:** Datum Vertical Brasileiro (DVB); Potencial Perturbador (T); Diferença de Potencial.

### ABSTRACT

The Brazilian Vertical Datum (BVD) was established by the mean sea level (MSL) from tide gauge observations. However, in this MSL local effects linked to the shift between the MSL from a equipotential surface  $W_0$  best fitted to the global MSL were not taken into account. The relationship between the BVD and  $W_0$  can be determined by its gravity potential  $W_i$ . The potential difference  $\Delta W = W_i - W_0$  is related to the topography of the mean sea level (better known in English as sea surface topography, SSTop) in the *datum* region by  $SSTop = \Delta W / \gamma$ , where  $\gamma$  is the normal gravity in the considered point. However, the computation of the potential difference  $\Delta W$  is strongly affected by the local components of the Disturbing Potential  $T$  not predicted in global geopotential models. The determination of these local components is part of the Geodetic Boundary Value Problem – GBVP. In the classical approach, the solution of GBVP is based on the use of gravity anomalies in the computations by Stokes' integral formula, which depends on the local vertical reference frame. The alternative presented here is based in the solution of the GBVP by using gravity disturbances in the context of Molodenskii's solution associated with the known Earth surface.

**Keywords:** The Brazilian Vertical Datum (BVD); Disturbing Potential T; The Potential Difference

### 1. VINCULAÇÃO DO DVB A UM GEÓIDE GLOBAL

O atual DVB foi definido numa abordagem clássica. A “altitude zero” foi materializada por uma rede de Referências de Nível (RNs) implantada na área do Porto de Imbituba (SC), cujas altitudes referem-se ao NMM obtido no período de 1949 a 1957, perfazendo um intervalo de tempo de 9 anos. Porém, essa definição clássica está evitada de algumas inconsistências, decorrentes principalmente por se ter assumido que o NMM coincide com o geóide global, referência para um Sistema Global de Altitudes (SGA), expresso pelo potencial da gravidade  $W_0$ . Saiba-se que o NMM é apenas uma aproximação do geóide global na época das observações, onde as propriedades físicas locais e regionais, os aspectos dinâmicos dos oceanos e a variação temporal do NMM são negligenciados. Na atualidade, as necessidades de vínculo das redes de nivelamento nacionais a um SGA são justificadas por uma série de fatores, entre os quais: controle e validação dos produtos das missões de satélites voltadas para a gravimetria, gradiometria e altimetria, com grandes implicações para a Oceanografia; unificação da referência para projetos transnacionais envolvendo recursos hídricos; homogeneização da redução de anomalias da gravidade; integração de redes de nivelamento e técnicas oceanográficas para determinação de inclinações da superfície do mar em grandes distâncias; monitoramento das variações do nível do mar, tanto espacialmente como temporalmente, visando a integração de técnicas para apoio a sistemas globais de

observação voltados para a salvaguarda costeira, análise da interação oceano/continente, análise climática, entre outros. Considerando os aspectos regionais, que podem ser observados quando o DVB é comparado com outros *data* verticais na América do Sul, a densificação das redes verticais nacionais mostrou diferenças entre *data* verticais do continente e até mesmo entre outros marégrafos no Brasil relativamente a Imbituba (LUZ et al., 2007a).

Nos tópicos a seguir são apresentados estudos que estão sendo desenvolvidos pelo grupo de Otimização em Levantamentos Geodésicos da Universidade Federal do Paraná (UFPR) no contexto do Sistema Vertical SIRGAS. São considerados, principalmente, os pressupostos para a solução do PVCG fixado, ou vinculado ao *datum* vertical local, com base na modelagem do potencial anômalo na região do DVB, independente das informações altimétricas vinculadas à Rede Vertical do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), empregando dados de gravimetria por satélites, gravimetria terrestre, determinação de desníveis geopotenciais e posicionamento por GPS.

## 2. POSSÍVEIS DEFINIÇÕES PARA UM GEÓIDE GLOBAL

Heck e Rummel (1990) destacaram que não existe definição única para o geóide global. Assim, a escolha de uma superfície equipotencial quase-estática do campo da gravidade, próxima do NMM, pode ser feita segundo diferentes critérios. Algumas possíveis definições são:

- 1) Definição Física: Nesta definição clássica, comumente adotada, o geóide é a superfície equipotencial cujo potencial da gravidade  $W_0$  é obtido como uma grandeza derivada igual ao potencial da gravidade normal  $U_0$  de um modelo elipsóidico da Terra (elipsóide de nível) especificado pelas constantes geodésicas  $a$  (semi-eixo equatorial),  $b$  (o semi-eixo polar),  $GM$  (constante gravitacional geocêntrica, sendo  $G$  a constante universal da gravitação e  $M$  a massa da Terra incluída a atmosfera), e  $\omega$  a velocidade angular da Terra. O potencial da gravidade normal tem a expressão (Hofmann-Wellenhof e Moritz, 2005)

$$U_0 = \frac{GM}{b} \left( 1 - \frac{1}{3} e'^2 + \frac{1}{5} e'^4 \right) + \frac{1}{3} \omega^2 a^2 \quad (1)$$

com  $e' = (a^2 - b^2)^{1/2} / b$ . Destaque-se que qualquer desvio dos semi-eixos  $a$  e  $b$  do elipsóide de nível entendido como ideal, produz grandes diferenças em  $W_0$ . Molodenskii (1960, apud BURŠA et al., 2007), em vista das limitações apontadas, sugere que a determinação de  $a$  pressuponha  $W_0$  como uma constante fundamental. Na presente definição, como  $W$  é

unicamente uma função da posição, então considerando as coordenadas geodésicas elipsoidais  $\varphi$  (latitude),  $\lambda$  (longitude) e  $h$  (altitude):

$$W(\varphi, \lambda, h) = W_0 \quad (2)$$

A (2) é resolvida a partir de  $h$  em função de  $\varphi$  e  $\lambda$ . Esta definição pressupõe o conhecimento do comportamento do potencial da gravidade nas vizinhanças do geóide além de envolver  $U_0$ , que depende do sistema de maré permanente (apresentado na seção 3), pois tal sistema está implícito na determinação de  $a$  e  $b$ . Estes fatos tornam pouco prática a aplicação da definição física;

- 2) Definição Oceanográfica: O geóide é a superfície equipotencial do campo da gravidade em relação à qual o valor médio da TNMM estática é igual a zero (avaliada globalmente). Esta definição exige a integração da altimetria por satélites com a terrestre associada com posicionamento por satélites e eventualmente dados maregráficos para discriminação de efeitos costeiros. A estimativa da TNMM, neste contexto, torna-se um importante elemento na investigação das discrepâncias entre diferentes *data* verticais, porque elas representam a variação da superfície de referência utilizada (NMM) e sua diferença em relação a uma superfície equipotencial do campo da gravidade globalmente melhor ajustada ao NMM. Esta definição está fundamentada na de Gauss-Listing (LISTING, 1873 apud HECK, 2004), que pode ser expressa por:

$$\int_{\sigma} (W - W_0)^2 d\sigma = \min \quad (3)$$

onde  $W$  é o geopotencial amostrado no oceano,  $W_0$  é o geopotencial do geóide, independente de sistema de maré permanente, por estar vinculado a  $W$  oriundo de observações diretas do NM, e  $\sigma$  a superfície dos oceanos. Esta definição tem sido considerada como preferencial por ser realizável pela altimetria por satélites combinada com outras técnicas que independam dos sistemas de referência locais de altitude. No entanto, refere-se a uma época de redução, usualmente diferente daquela em que cada um dos *data* verticais nacionais foi definido. Deve ser considerado que o NMM é uma superfície variável no tempo, tal que o geóide deve ser tratado como uma superfície quase-estática do campo da gravidade (FREITAS et al., 2002).;

- 3) Definição com Base no PVCG: O geóide é a superfície equipotencial em cuja média quase-estacionária da TNMM desaparece o harmônico de grau zero na solução do PVCG. Para tanto, são integradas observações oriundas

da altimetria por satélites com gravimetria e nivelamento em áreas continentais. Tem limitações por ser afetada de inconsistências locais do *datum* e efeitos remanescentes na componente harmônica de grau zero da solução do PVCG, originadas de reduções gravimétricas efetivadas e do sistema de maré permanente empregado;

- 4) Definição Geodésica: É a superfície equipotencial do campo da gravidade relativamente à qual o valor da média quase-estacionária da TNMM é zero, quando amostrada em todos os *data* verticais globais. Uma forma alternativa para a definição geodésica é a de considerar que geóide é a superfície relativamente à qual a soma ponderada da TNMM<sup>2</sup>, em todos os *data* regionais é mínima. Isto implica em uma dependência do conhecimento *a priori* do geóide oceânico, contornável em parte por solução iterativa porém com dificuldades adicionais para integração de dados continentais. Depende do sistema de maré permanente adotado em cada conjunto de dados, sendo esta uma das dificuldades mencionadas.

A definição e conexão de *data* verticais, com base no processamento conjunto de dados terrestres e de satélites geodésicos, usualmente sem distribuição uniforme ao longo das linhas de costa, constituem o denominado problema de contorno da altimetria-gravimetria (PCAG), e não tem solução analítica no âmbito das formulações clássicas, como a aplicação da Integral de Stokes. Lehmann (2000) propôs estratégias alternativas para a solução do PCAG baseadas no conceito de *datum* livre, aplicável a regiões, tais como um continente. Esta estratégia poderia ser encarada ainda como base para uma quinta definição do geóide no conjunto listado nesta seção. Porém, sua aplicação ainda é inviável em escala global e particularmente em regiões com deficiências de dados geodésicos, como a América do Sul. As discrepâncias já evidenciadas entre as redes verticais na América do Sul, implícitas na determinação das anomalias da gravidade, o desconhecimento da estrutura crustal para as reduções necessárias, e as dificuldades de conexão usando o nivelamento geométrico clássico, associado a gravimetria, praticamente conduzem à inviabilidade. No entanto, o PVCG fixado, com alternativas à dependência de informações vinculadas às redes altimétricas locais, associado à solução proposta por Molodenskii (STOCK, 1983) aparenta ainda ser uma das poucas soluções viáveis no contexto da realização da componente Vertical do Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (V-SIRGAS). As alternativas mais promissoras estão na aplicação da conexão oceânica através da altimetria por satélites. Neste contexto, podem ser exploradas trilhas de referência em áreas oceânicas profundas como plataformas consistentes de propagação da TNMM a áreas costeiras (LUZ et al., 2007b). Uma estimativa da TNMM pode ser derivada a partir de missões de altimetria por satélites, as quais permitem a determinação do nível do mar com relação ao elipsóide, porém com acentuada perda de resolução em áreas costeiras. Por isso, o conhecimento de um modelo geoidal local derivado de missões espaciais, independente do sistema de altitudes local, com a integração de dados

terrestres, como gravimetria e posicionamento por GPS, e utilização de trilhas de referência ajustadas pela injunção em cruzamentos de diversas missões de altimetria por satélites, parece ser particularmente promissora a este contexto de pesquisa.

### 3. SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE

Os efeitos permanentes da atração gravitacional do Sol e da Lua sobre a Terra, em média, não são nulos. O potencial gerador de maré pelo astro perturbador  $j$ , tem a expressão

$$V_{Mj} = \frac{GM_j}{\ell_j} \sum_{i=2}^{\infty} \left( \frac{r}{\ell_j} \right)^i P_i(\cos \vartheta) \quad (4)$$

sendo  $G$  a constante universal da gravitação,  $M_j$  a massa do astro perturbador,  $\ell_j$  a distância geocêntrica ao centro do astro perturbador,  $r$  a distância geocêntrica ao ponto de cálculo,  $P_i$  o polinômio de Legendre de grau  $i$  e  $\vartheta$  o ângulo geocêntrico entre o ponto de cálculo e o astro perturbador. A expressão (4) é aplicada ao Sol e a Lua, que na maior parte do tempo permanecem em latitudes diferentes das equatoriais. Para o grau 2 do desenvolvimento expresso em (4), restam efeitos médios diferentes de zero, correspondentes ao Sol e a Lua, respectivamente, representados pelas componentes  $S_0$  e  $M_0$ . A adição destas componentes resulta no potencial permanente de maré  $W_2$ , que pode ser expresso em função da latitude  $\varphi$ . Para constantes do GRS80, ele é expresso por (MÄKINEN E IHDE, 2006):

$$W_2 = -2,878 \text{ sen}^2 \varphi - 0,019 \text{ sen}^4 \varphi + 0,970 \text{ [m}^2 \text{ s}^{-2} \text{]} \quad (5)$$

A correspondente variação na altura geoidal  $N$  obtida da fórmula de Bruns ( $N = T/\gamma$ , sendo  $T$  o potencial perturbador) considerando a perturbação devida ao efeito expresso em (5) é dada por:

$$N_2 = \frac{W_2}{\gamma} = -0,296 \text{ sen}^2 \varphi + 0,099 \text{ [m]} \quad (6)$$

onde  $\gamma$  é a gravidade normal no ponto considerado. Em consequência, resultam deformações e alterações no potencial da gravidade do corpo planetário, que são classificadas como efeito direto, quando causadas pelos próprios astros perturbadores, e efeito indireto, quando oriundas das deformações do corpo planetário. O tratamento destes efeitos envolve diferentes Sistemas de Maré

Permanente (dois para os efeitos de deformação e três para os do campo da gravidade), propostos por Ekmann (1989):

- 1) Sistema de Maré Removida (*non-tidal* ou *tide-free*): neste sistema, são eliminados completamente os efeitos da deformação e os efeitos diretos e indiretos do potencial associados a maré permanente. Trata-se de uma questão controversa: por um lado, os efeitos indiretos da maré permanente não podem ser adequadamente determinados. Por outro lado, importantes aspectos da pesquisa geodésica atual usam convenções arbitrárias para estabelecer sistemas livres de maré – como ocorre, por exemplo, no ITRF e EGM96 (HECK, 2004);
- 2) Sistema de Maré Média (*mean tide*): neste sistema, são mantidos os valores médios das deformações da crosta da Terra, e do seu efeito sobre o potencial da gravidade associados a maré permanente. Este foi o procedimento adotado, por exemplo, na realização do sistema gravimétrico IGSN-71 (MÄKINEN, 2000);
- 3) Sistema de Maré Zero (*zero tide*): neste sistema, usado somente no campo da gravidade, são eliminados os efeitos diretos do potencial gerador da maré permanente sobre o potencial da gravidade e mantidos os seus efeitos indiretos. É o sistema recomendado pela *International Association of Geodesy* (IAG) durante a *XVIII General Assembly of the IUGG*, 1983. Foi expresso na sua **Resolution No. 16**. Esta resolução pré-recomenda que para correções de marés às observações geodésicas de várias quantidades tais como a gravidade e posições tridimensionais: ... **3. the indirect effect due to the permanent tide yielding of the Earth be not removed**. Isso ocorreu para permitir a intercomparação de medidas da gravidade em diferentes épocas, e representar uma solução intermediária entre os dois sistemas anteriores para o potencial da gravidade. Nas aplicações atuais mais freqüentes, este sistema é adotado para a gravidade em conjunto com o sistema de maré média para deformações da crosta.

#### 4. A TNMM E O POTENCIAL ANÔMALO

A TNMM pode ser calculada como a diferença entre a altura geoidal (N) e a altitude elipsoidal do nível médio do mar. Mas, isso só é válido no sentido geométrico e, portanto, alguns aspectos físicos devem ser considerados. Para modelar a TNMM é necessária a definição do geóide global a ser considerado. Este geóide é dependente do conhecimento do geopotencial, usualmente expresso por um modelo global que contém as componentes anômalas locais com determinada resolução, vinculada ao grau de desenvolvimento do modelo, que geralmente é insuficiente para a precisa definição do nível de referência local. A modelagem da TNMM, para a época de referência do datum vertical, é importante porque está associada à superfície equipotencial vinculada ao NMM determinado por

observações maregráficas. Torna-se necessário, portanto, o conhecimento do valor do geopotencial  $W_i$  no *datum*, incluindo as componentes anômalas não contidas no modelo global, fornecendo sua relação com o geóide global, tomado como referência para todos os *data* verticais existentes. Outro aspecto a ser considerado é a evolução temporal do NMM. O conhecimento deste particular requer a determinação da posição geocêntrica do datum e sua velocidade vertical. Só desta forma é possível discriminar movimentos da crosta na referência fundamental, dos movimentos eustáticos do nível do mar. A determinação de  $W_i$  é vinculada ao valor aparente para épocas atuais. A posição aparente do *datum* deve ainda corresponder à da época de definição do *datum* vertical por regressão, tanto do nível do mar como da posição da referência fundamental de altitudes. (DALAZOANA, 2006).

#### 4.1 Modelos Globais do Geopotencial e o DVB

Para uma boa descrição do campo da gravidade na região, deve-se estabelecer a extensão da área para incorporação de observações locais complementares àquelas de alta precisão contidas nos modelos geopotenciais globais. Entende-se que modelos derivados somente das missões gravimétricas CHAMP e GRACE (e.g. DEOS CHAMP01C) têm grande acurácia até o grau e ordem 70, ou resolução espacial em torno de 285 km (DITMAR et al., 2006). A combinação de tais modelos com dados gravimétricos pode atingir resolução adequada para o grau e ordem completos até 360, correspondendo a resolução espacial de 55 km (FLURY E RUMMEL, 2005). Assim, estima-se que uma área de 5° por 5° (550 km x 550 km), com centro no DVB em Imbituba(SC), possibilita uma análise pormenorizada com base em missões gravimétricas por satélites. No entanto, uma região de 1° por 1° (110 km x 110 km) é adequada para os desenvolvimentos metodológicos pretendidos usando modelos combinados tais como o EIGEN-GL04C (GFZ, 2007). Testes efetivados para o Estado do Paraná, com praticamente todos os modelos oriundos de missões gravimétricas por satélites e modelos combinados, mostraram que o modelo EIGEN-GL04C teve o melhor desempenho para a região (JAMUR, 2007). Densificação de informações do campo da gravidade em uma área com lado de 1° por 1° com centro no DVB, em uma fase preliminar de estudos da metodologia deve possibilitar a complementação dos modelos geopotenciais como o EIGEN-GL04C, desenvolvidos até o grau e ordem 360.

A questão central nesta abordagem é o uso de distúrbios da gravidade em vez de anomalias da gravidade, na determinação das componentes de alta frequência do potencial anômalo. Assim, o problema do referencial altimétrico clássico utilizado não tem influência na sua determinação, pois os distúrbios da gravidade independem de altitudes ortométricas e, por conseguinte, do geóide local. Na abordagem clássica, a dependência é implícita na solução da Integral de Stokes para determinação da altura geoidal ou potencial anômalo em função de anomalias da gravidade. O distúrbio da gravidade, agora com possibilidades de aplicação

prática na Geodésia, pela gravimetria associada com posicionamento GPS de alta precisão (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005), indica caminhos possíveis da determinação do potencial anômalo utilizando a superfície física da Terra, no contexto da solução proposta por Molodenskii ao PVCG (STOCK, 1983).

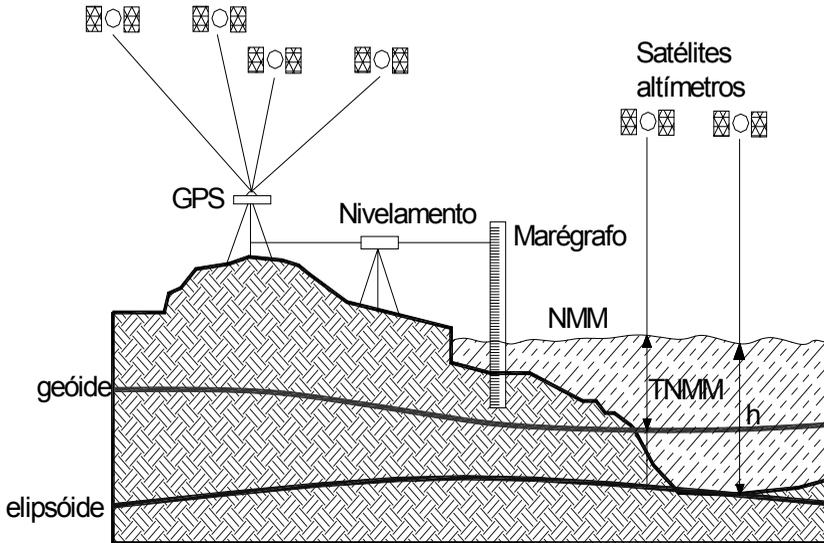
#### 4.2 A Definição Clássica do *Datum* Vertical – Algumas Considerações

A definição clássica de *datum* vertical (DV), pressupõe que o geóide coincide com o NMM estabelecido por observações maregráficas durante determinado período. Assim, como o DV depende do nível médio do mar, é necessário definir quanto uma superfície equipotencial a ele associada difere do geóide adotado como referência global, descrito por um valor do geopotencial ( $W_0$ ) relativamente ao qual será determinado o seu valor ( $W_i$ ) no DV, com o auxílio de modelos geopotenciais tais como os derivados de missões gravimétricas espaciais. Do ponto de vista puramente geométrico, a TNMM pode ser descrita a partir da altitude do NMM (referido ao elipsóide) e da altura geoidal ( $N$ ), como ilustra a Figura 1.

Portanto, deve-se considerar os seguintes aspectos (BOSCH, 2002):

- As altitudes do nível médio do mar e as alturas geoidais devem ter a mesma resolução, ou similar;
- O sistema de maré permanente pelo qual as alturas geoidais são calculadas deve ser consistente com o usado para o cálculo das altitudes do NMM;
- Os sistemas de referência usados para a altimetria por satélites e para os modelos do geopotencial, geralmente, não são os mesmos. Então, há necessidade de um sistema de referência comum.

Figura 1 – Relações mostrando como a TNMM pode ser determinada via altimetria por satélites e registros maregráficos.



Adaptado de: BOSCH, 2006.

A compatibilidade de diferentes tipos de dados, tais como observações maregráficas e altimetria por satélites, que refletem a superfície dinâmica dos oceanos, também deve ser considerada. Dalazoana (2006) destaca a existência de grandes discrepâncias, que não podem ser totalmente explicadas apenas pelos efeitos dinâmicos da Terra, mas que estão também, associadas a diferentes sistemas de referência usados na definição daquelas quantidades e com a evolução da superfície média do mar relativamente à crosta. A TNMM pode assumir valores entre  $\pm 2$  metros. Assim, o seu conhecimento ao longo das linhas de costa pode contribuir para a unificação de sistemas de altitudes, usualmente com pontos de origem inconsistentes (BOSCH, 2006).

### 4.3 O Potencial Anômalo por meio de Distúrbios da Gravidade

A relação da TNMM, obtida da altimetria por satélites em áreas oceânicas abertas (ou afastadas da linha de costa), com alguma superfície equipotencial em área costeira, pode ser obtida com sua extensão até a costa. Mas, isso requer o conhecimento de efeitos locais da dinâmica dos oceanos e de componentes

anômalas do geopotencial, com comprimentos de onda menores que os contidos em modelos globais do geopotencial. No Brasil, Dalazoana (2006) usou esse procedimento considerando os efeitos relativos entre a área amostrada, afastada da costa, com altimetria por satélites, e a superfície equipotencial definida por alguns marégrafos costeiros no Brasil. No referido estudo, obteve a correlação de séries temporais de dados com marégrafos, e o satélite Topex-Poseidon para o período de 1992 a 2002, por ter sido a missão mais duradoura da Altimetria por Satélites, cujo contínuo processo de calibração forneceu dados de alta precisão (SEEBER, 2003, p. 450). Foi possível então determinar a evolução temporal do NMM em áreas costeiras, com resultados de grande importância, em particular, para a região do DVB. No entanto, as componentes de alta frequência do potencial anômalo na região, que podem constituir parcela importante da TNMM no Datum, não são representadas pelos modelos do geopotencial disponíveis. Em geral, estes modelos não têm resolução espacial efetiva suficiente para representar efeitos locais e regionais. Assim, a determinação da TNMM no DV, deve necessariamente envolver a análise destas componentes, oriundas de anomalias de distribuição de massas continentais ou oceânicas nas áreas adjacentes. Na determinação das componentes de alta frequência em pontos costeiros, é necessária a análise de efeitos oceânicos e continentais de forma integrada.

O Potencial Anômalo ( $T$ ), que representa o afastamento da Terra relativamente ao modelo normal, é a diferença entre o geopotencial ou potencial da gravidade real ( $W$ ), e o esferopotencial ou potencial da gravidade normal ( $U$ ), no mesmo ponto:

$$T = W - U \quad (7)$$

Considerando a aproximação esférica, tem-se no exterior da superfície limite que o potencial anômalo satisfaz a equação de Laplace  $\Delta T = 0$ , tal que:

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = \delta g \quad (8)$$

em áreas marinhas, sendo

$$\delta g = g_P - \gamma_P \quad (9)$$

o distúrbio da gravidade, e

$$-\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r}T = f(g_i) - \frac{2}{r}\delta W \quad (10)$$

em regiões continentais, onde o sub-índice  $i$  indica a existência de *datum* vertical particular,  $\delta W$  é a diferença entre o geopotencial  $W_0$  e o esferopotencial  $U_0$ , e

$f(g_i)$  representa valores observados tais como anomalia da gravidade ou número geopotencial, dependentes de formas particulares de redução.

Um importante elemento, que é parte da fórmula integral usada no cálculo de  $T$ , tem sido a anomalia da gravidade. As anomalias podem ser obtidas por meio das missões espaciais recentes (missão GRACE) ou calculadas a partir de observações gravimétricas terrestres. Nos oceanos, podem ser derivadas da altimetria por satélites. Elas podem também ser integradas, quando os dados de superfície são utilizados de modo a descrever com mais detalhes o campo da gravidade local do que o obtido pelos modelos globais. No entanto, estão aí envolvidas regiões continentais e oceânicas, tal que algumas considerações para a solução do PVCG serão apresentadas a seguir.

As anomalias da gravidade terrestres dependem do sistema de referência local (HECK, 1990), uma vez que altitudes referidas ao geóide são utilizadas nas reduções gravimétricas. O distúrbio da gravidade, que é a diferença entre um valor observado da gravidade real, e o correspondente valor da gravidade normal, no mesmo ponto (9), ou a derivada radial do potencial perturbador (10). O distúrbio da gravidade pode ser facilmente obtido a partir da gravimetria associada com posicionamento geodésico de alta precisão, usando técnicas espaciais como o GPS. Conhecidas a latitude geodésica ( $\varphi$ ) e a altitude elipsóidica ( $h$ ), então pode ser calculado o valor de  $\gamma$  nesse ponto.

A fórmula de Stokes para o potencial anômalo, escrita como função das anomalias da gravidade e dependente portanto do sistema de referência local, é (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, pp. 104):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g \cdot S(\psi) d\sigma \quad (11)$$

com a função de Stokes expressa por:

$$S(\psi) = \frac{1}{\operatorname{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 6\operatorname{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi \cdot \ln \left[ \operatorname{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\psi}{2}\right) \right] \quad (12)$$

onde  $\psi$  é o ângulo geocêntrico entre os raios do ponto de cálculo e do ponto variável onde é conhecida a anomalia da gravidade, obtido em função das coordenadas respectivas coordenadas ( $\varphi, \lambda$ ) e ( $\varphi', \lambda'$ ), usando a expressão (GEMAEL, 2002, pp. 146):

$$\psi = \arccos(\sin\varphi \cdot \sin\varphi' + \cos\varphi \cdot \cos\varphi' \cdot \cos\Delta\lambda) \quad (13)$$

A integral (11) é aplicada para a solução do PVCG num sistema de referência geocêntrico (SRG). Para um SRG arbitrário é reescrita na forma (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, pp. 110):

$$T = \frac{\Delta GM}{R} + \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} A_i S(\psi) d\sigma + \sum_{n=1}^{\infty} B_n S(\psi) d\sigma \quad (14)$$

onde  $\Delta GM$  é a diferença entre a constante gravitacional geocêntrica no sistema local, e no de referência global. Para se aplicar(14) em áreas marinhas faz-se  $i=1$  e  $A = \delta g$ , com  $S(\psi)$  expresso por

$$K(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - \ln \left[ 1 + \frac{1}{\sin(\psi/2)} \right] \quad (15)$$

que é a fórmula de Neumann-Koch. Em áreas continentais, considera-se em (14):

$$B_n = f(g_i) - \frac{2}{r} \delta W \quad (16)$$

que advém da teoria de Molodenskii, e pode ser expresso por:

$$B_n = - \sum_{i=1}^n (h - h_p)^i L_i(B_{(n-i)}) \quad (17)$$

com:

$$L(f) = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{f - f_0}{\ell_0^3} d\sigma \quad \text{e} \quad \ell_0 = 2R \sin(\psi/2) \quad (18)$$

sendo  $f$  e  $f_0$  os achatamentos dos elipsóides de referência local e global, respectivamente.

Em síntese, o potencial perturbador  $T$  pode ser expresso em função dos distúrbios da gravidade como (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, pp. 115):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g \cdot K(\psi) d\sigma \quad (19)$$

As anomalias da gravidade podem ser relacionadas com os distúrbios da gravidade através de  $N$  ou  $T$  na forma ((HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, pp. 95):

$$\delta g = \Delta g - \frac{\partial \gamma}{\partial h} N = \Delta g - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad (20)$$

O conjunto de equações (8), (9), (11), (19) e (20) mostra que é possível uma solução iterativa local para  $N$  ou para as anomalias da gravidade a partir dos distúrbios da gravidade, independente do sistema de referência local. Esta abordagem está de acordo com a solução do PVCG proposta por Molodenskii. Para tanto, algumas considerações adicionais devem ser estabelecidas. Entre elas, a escolha de um sistema de altitudes compatível com o enfoque ora proposto. Nesse propósito coaduna-se o Sistema de Altitudes Normais de Molodenskii.

Conforme a figura 2, a altitude normal do ponto P na superfície física da Terra, é definida em função da razão do número geopotencial do ponto dado por (FREITAS & BLITZKOW, 1999):

$$C_p = W_0 - W_p = \int_{PG}^P g dh \approx \sum_A^P \bar{g} \Delta z \quad (21)$$

onde A é o ponto de origem da rede altimétrica idealmente associado com  $W_0$ ,  $\bar{g}$  a gravidade média entre dois pontos sucessivos de nivelamento, e  $\Delta z$  o desnível medido entre dois pontos sucessivos de nivelamento. A altitude normal de P é definida por:

$$H_{NP} = \frac{C_p}{\gamma_m} \quad (22)$$

sendo:

$$\gamma_m = \frac{1}{H_{NP}} \int_O^P \gamma dH_N \quad (23)$$



A anomalia de altitude ( $\zeta$ ) advém do cálculo com a fórmula geral de Molodenskii para a superfície física (S F) da Terra, da qual a fórmula de Stokes na solução do PVCG que fornece a ondulação do geóide ( $N$ ), é um caso particular (somente se inexistem massas exteriores à superfície de redução). Mas,  $N$  pode ser obtido pela expressão (FREITAS & BLITZKOW, 1999):

$$N = \zeta + \frac{g_m - \gamma_m}{\gamma_m} H_p \quad (26)$$

Pela expressão (26), quando  $H_p$  tende a zero, como no caso de pontos situados próximos do NMM, pode-se considerar que  $N \Rightarrow \zeta$ . Isto tem importantes implicações na solução do PVCG com base na formulação de Molodenskii, aplicada a regiões costeiras próximas ao DVB.

## 5. ESTUDOS SOBRE A MODELAGEM DO POTENCIAL ANÔMALO NO DVB

No contexto do cálculo do  $W_i$  em diversos *data* verticais e suas relações com o geóide global, várias metodologias podem ser referidas, onde o problema da integração de diferentes fontes de dados é tratado, especialmente as contidas no trabalho desenvolvido por Ardalan & Safari (2005), que aborda o problema da unificação do DV no Iran, resolvido no espaço do potencial da gravidade. Nesse trabalho, é proposta uma metodologia para integrar, de modo otimizado, varios tipos de dados resultantes de observações terrestres, altimetria espacial, modelos topográficos de alta resolução, modelos geopotenciais, astrometria, posicionamento por GPS e gravimetria aérea. A estratégia desenvolvida por Kiamehr (2006) para a determinação do geóide no mesmo país também é aplicável em áreas que não possuem uma distribuição densa de informações gravimétricas terrestres. Merece destaque pela integração de técnicas o trabalho de Kirby (2003) que aprimorou o modelo do geóide para a Austrália combinando anomalias e distúrbios da gravidade. Outro trabalho é o descrito por Hipkin (2000), em que a modelagem do geóide e da TNMM em áreas costeiras foi feita para o sul da Inglaterra, usando soluções alternativas para discrepâncias entre sistemas de reduções de dados.

Com respeito à determinação da TNMM pode-se citar o projeto COSSTAGT, desenvolvido pelo Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI), combinando missões altimétricas espaciais, registros maregráficos, bem como os novos modelos do campo da gravidade por missões espaciais (DGFI, 2007).

A determinação de valores para  $W_0$  tem recebido atenção destacada na bibliografia. Associados a diferentes concepções, merecem destaque os trabalhos de Burša (2002), Burša (2007), e o de Sánchez (2006). Nesses trabalhos, são amplamente discutidas formas de redução de dados para a concepção de modelo do

geóide, base para sistema global de altitudes, e analisadas as discrepâncias de *data* verticais regionais.

No Brasil, tradicionalmente os cálculos do geóide são feitos regionalmente ou de forma mais ampla visando até geóides gravimétricos continentais usando, em geral, informações sobre gravimetria terrestre, expressas por anomalias da gravidade, e modelos do geopotencial como o EGM96 (LEMOINE et al. 1998). Na região do DVB, Miranda (2006) compilou um banco de dados, contendo anomalias ar-livre, calculadas com base no modelo KMS 02 do DNSC (*Danish National Space Center*), modelos digitais de elevação (SRTM), várias observações GPS e gravimétricas de alguns institutos brasileiros, os quais foram integrados a outros dados coletados pela equipe do Laboratório de Referenciais e Altimetria por Satélites (LARAS) da UFPR, em campanha realizada em 2005. Um dos resultados foi o modelo preliminar de integração de dados terrestres com oceânicos. Também vinculado ao LARAS, o trabalho de Dalazoana (2006), descrevendo os efeitos locais e a variação temporal do nível do mar na região do DVB, é de considerável importância, pois analisa os aspectos concernentes à determinação do NMM, sua evolução temporal e suas relações com um possível Sistema Global de Altitudes. A partir de 2006, em estudos visando a realização do DVB vinculado a um SGA, Luz et al (2007) integram observações continentais de nivelamento entre marégrafos associadas à gravimetria com observações de altimetria por satélites, definindo trilhas *off-shore* de referência, para determinar a propagação de erros em diferentes realizações da componente vertical do SGB. Palmeiro (2007) busca a integração de técnicas astro-geodésicas e astro-gravimétricas para a discriminação de componentes anômalas do geopotencial na região do DVB.

## **6. DADOS PARA A MODELAGEM DO POTENCIAL ANÔMALO EM IMBITUBA**

As informações visadas para a análise do campo da gravidade na região do DVB são os distúrbios da gravidade. Inicialmente, Miranda (2006) em conjunto com o LARAS, constituiu um banco de dados visando uma análise preliminar da base geodésica na região do DVB, reunindo um conjunto de dados contendo aproximadamente 900 estações com informações de posição (latitude e longitude), altitudes ortométricas e elipsóidicas, valores da gravidade real, e anomalias da gravidade ar-livre e Bouguer. Cerca de 90 estações novas foram implantadas na campanha realizada em julho de 2005, onde foram realizadas observações gravimétricas com dois gravímetros digitais Scintrex CG-3 e um receptor GPS topográfico mono-freqüência. As demais estações foram compiladas dos bancos de dados da USP e do IBGE. Em 2007, foram realizadas observações adicionais na região de Imbituba –(SC), pelo LARAS, implantando uma base geodésica de alta precisão na região, em relação à qual foram realizadas novas observações concentradas nas imediações do DVB, em torno do sistema de lagoas do Imarui,

composto pelas lagoas Mirim, Imarui e Santo Antônio, com perímetro de 150 km e com regime de marés associado ao regime oceânico de Imbituba. Este entorno serviu de base para densificação de levantamentos posicionais associados com gravimetria. Nesta concepção foram implantadas cerca de 150 novas estações nas quais foi possível determinar distúrbios da gravidade. Entre estas estações situam-se os pontos onde foram instalados três novos marégrafos para determinação de níveis dos corpos d'água que possam ser associados a perturbações no DVB (FERREIRA, 2007).

As novas missões espaciais têm contribuído com a aquisição de informações do campo da gravidade na região. Com grande potencial de aplicação, deve ser destacado o modelo EIGEN-GL04C, abordado na seção 4.1.

## **7. ANÁLISES PRELIMINARES DO POTENCIAL ANÔMALO NA REGIÃO DO DVB**

Os primeiros experimentos consistem na comparação dos distúrbios da gravidade, calculados com base nos dados terrestres disponíveis até o momento, e os obtidos através do modelo do geopotencial EIGEN-GL04C. A Figura 3, mostra os distúrbios da gravidade calculados com base na gravimetria combinada com o nivelamento convencional, onde os distúrbios da gravidade foram obtidos a partir das anomalias da gravidade e uso de valores de  $N$  oriundos do MAPGEO2004 (IBGE, 2007), na porção continental mais a oeste (figura 6), e gravimetria associada ao posicionamento por GPS (com concentração de pontos em torno do Sistema de Lagoas do Imaruí), com determinação direta dos distúrbios da gravidade na porção continental mais a leste (figura 6). Na figura 4, são apresentados os distúrbios da gravidade calculados com base no modelo EIGEN-GL04C, na área de  $1^\circ \times 1^\circ$  com centro no DVB. A região ora considerada é ainda insuficiente para a propagação de efeitos anômalos na parte continental ao longo de linhas de nivelamento tal como preconizado por Burša et al. (2002) para determinação do valor médio da discrepância do potencial anômalo em relação ao preconizado em modelo global do geopotencial. Apesar dos diferentes sistemas de referência envolvidos na geração do modelo baseado em observações terrestres, observa-se que os distúrbios da gravidade nas regiões mais próximas do DVB apresentam tendências e valores bastante próximos ao do modelo baseado no EIGEN-GL04C. Os resíduos entre os modelos determinados com dados terrestres e de satélites (figura 5), mostram maiores discrepâncias na região continental mais a oeste, conseqüência da utilização, como base de cálculo, de dados convencionais de gravimetria e nivelamento. Porém, são esperadas melhorias com a eliminação de resíduos elevados, uma vez que se pretende expandir a área de estudo, realizando novas observações gravimétricas terrestres e de posicionamento por GPS ao longo de linhas de nivelamento existentes na região. Assim, serão preenchidas as lacunas

existentes (regiões sem informações adequadas), mostradas na figura 6, e aprimorada a determinação dos efeitos locais no DVB.

Figura 3 – Modelo de distúrbios da gravidade (em mGal) na região do DVB. Inclui dados gravimétricos terrestres de diversas fontes: USP, IBGE e UFPR.

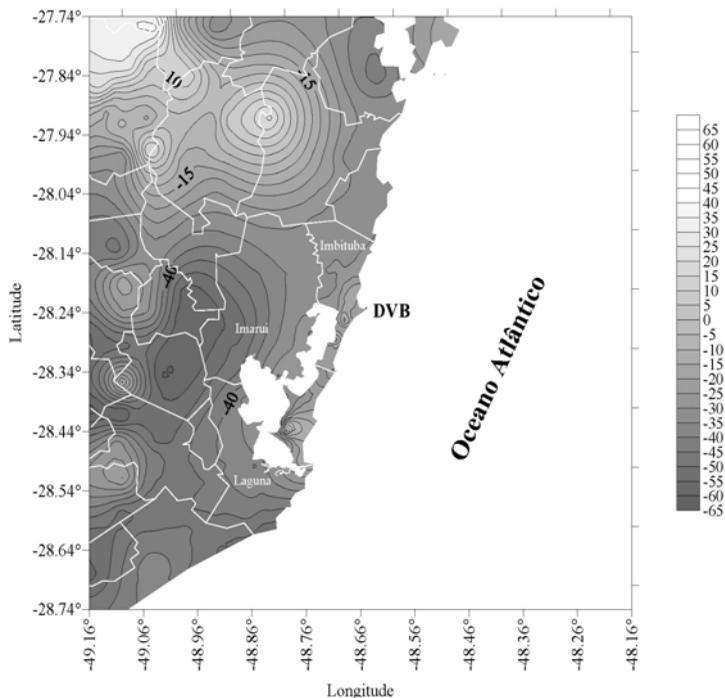


Figura 4 – Modelo de distúrbios da gravidade (em mGal) na região do DVB baseado no modelo do geopotencial **EIGEN-GL04C** (Fonte dos dados: GFZ Potsdam).

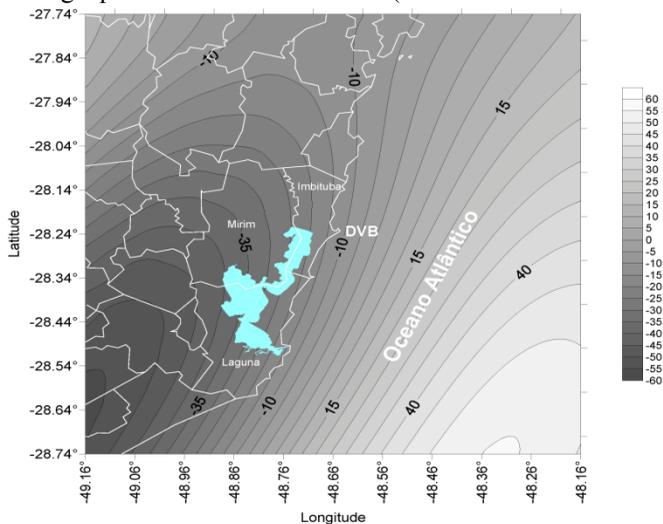


Figura 5 – Resíduos entre os modelos de distúrbios da gravidades (em mGal) gerados com observações terrestres locais e os gerados com o modelo **EIGEN-GL04C**.

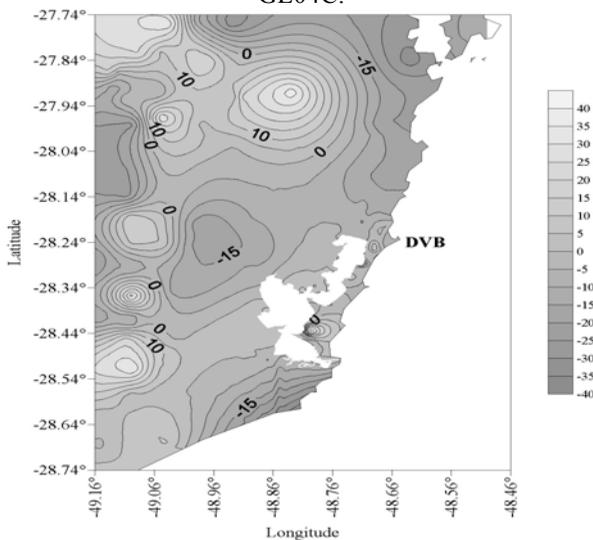
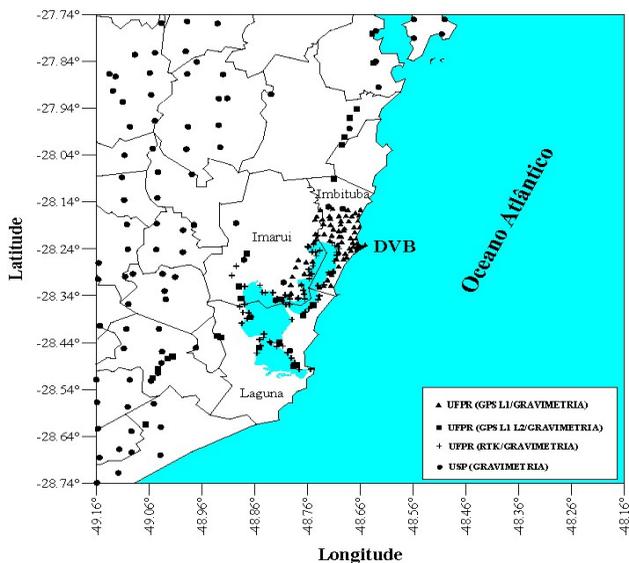


Figura 6 – Distribuição de pontos levantados na região do DVB, base para as análises preliminares apresentadas.



## 8. PERSPECTIVAS

As próximas etapas deste trabalho consistem na avaliação dos dados existentes quanto ao referencial e sistema de maré permanente, segundo o qual cada observação foi tomada e a conseqüente classificação desses dados.

O planejamento de novas linhas de levantamento gravimétrico radiais, até o limite previsto para a nova área de estudo, é outra tarefa a ser realizada. Isto permitirá a integração de observações terrestres com os modelos globais, fazendo com que a modelagem do potencial anômalo se torne mais acurada.

A aquisição de novas informações altimétricas, terrestres e oceânicas por meio da altimetria por satélites é também pretendida, pois contribuirá na geração de novos modelos de correção topográfica para a região.

O valor da discrepância entre o potencial anômalo derivado para o DVB pela intercomparação realizada de modelos, indica uma TNMM em torno de 11 cm. Este valor não pode ser considerado como conclusivo em vista das inconsistências de dados apontadas. No entanto, pode ser considerado compatível com outras determinações preliminares efetivadas tal como a de aproximadamente 20 cm (DALAZOANA, 2006). Os distúrbios da gravidade interpolados, com base nos dois modelos desenvolvidos neste trabalho, para a posição da RN 3M, no Porto de Imbituba, associada ao DVB, foram:

a) modelado -  $\delta g_{EIGEN-GL04C} = -12,90 \text{ mGal}$ ;

b) observado -  $\delta g_{obs} = -19,49 \text{ mGal}$ .

Os valores evidenciam ainda uma discrepância que parte pode ser associada à componente local do potencial perturbado e parte à necessidade de melhor compatibilização entre os SRGs envolvidos. O aspecto promissor é a utilização do sistema de lagoas do Imarui como um corpo d'água que pode ser precisamente monitorado. A determinação das anomalias de altitude de sua superfície, ora em curso (FERREIRA, 2007), associada às técnicas da determinação das relações geóide/quase-geóide com base em métodos astro-geodésicos e astro-gravimétricos (PALMEIRO, 2007), certamente contribuirão para uma determinação mais acurada da componente anômala de alta frequência do geopotencial nas imediações do DVB.

## DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado ao nosso colega de trabalho Jair Silveira da Silva Junior, vítima de tragédia que o afastou precocemente de nosso convívio. No entanto, sua conduta exemplar quer como ser humano quer como profissional certamente o manterão em nossas lembranças.

## AGRADECIMENTOS

Aos colegas Sandro Reginato Soares de Lima, Juan Carlos Baez Soto, Sílvio Henrique Dellesposte Andolfato, Jefferson Ulisses da Cunha, Fabiani Abati Miranda, Franciely Abati Miranda, Karoline Astrid Koop e Sílvia Corrêa Salustiano por suas contribuições aos trabalhos de campo. Ao CNPq pelo suporte financeiro (Processos 479838/2006-2, 303942/2005-3).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARDALAN, A. SAFARI, A. (2005). *Global height datum unification: a new approach in gravity potential space*. Journal of Geodesy, no. 79 p.512-523
- BOSCH, W., FENOGLIO-MARC, L., WÖPPELMAN, G., MARCOS, M., NOVOTNY, K., SAVCENKO, R., KARPYTCHEV, M., NICOLLE, A., BECKER, M., LIEBSCH, G. (2006). *Coastal Sea Surface Topography - a Synthesis of Altimetry, Gravity, and Tide Gauges*. In: AVISO Newsletter No. 11, CNES
- BOSCH, W. (2002) *The Sea Surface Topography and its Impact to Global Height System Definition*. In: Drewes, H.; Dodson, A. H.; Fortes, L. P. S.; Sánchez, L.;

- Sandoval, P. (Ed.). Vertical Reference Systems. IAG Symposium 124, Cartagena, Colômbia. Berlin:Springer-Verlag., p. 225-230.
- BURŠA, M., KENYON, S., KOUBA, J., RADĚF, K., VATRT, V., VOJTÍŠOVÁ, M., ŠIMEK, J. (2002). *World Height System specified by geopotential at tide gauge stations*. In: Drewes, H.; Dodson, A. H.; Fortes, L. P. S.; Sánchez, L.; Sandoval, P. (Ed.). Vertical Reference Systems. IAG Symposium 124, Cartagena, Colômbia. Berlin:Springer-Verlag., p.291-296.
- BURŠA, M., KENYON, S., KOUBA, J., ŠIMA, Z., VATRT, V., VÍTEK, V. VOJTÍŠOVÁ, M. (2007). *The geopotential value  $W_0$  for specifying the relativistic atomic time scale and a global vertical reference system*. Journal of Geodesy, no 81: 103-110.
- DALAZOANA, R. (2006). *Estudos Dirigidos à Análise Temporal do Datum Vertical Brasileiro*. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná.188 p.
- DGFI (Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut) (2007). *The COSSTAGT Project*. Disponível em <<http://www.dgfi.badw.de>> . Acessado em outubro de 2007.
- DITMAR, P., LIU, X., KLEES, R., TENZER, R., MOORE, P. (2006). Combined modelling of the Earth's gravity field from GRACE and GOCE satellite observations: a numerical study. In: Dynamic Planet. Ed. Tregoning, P., Rizos, C. IAG Series, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, pp. 403-409.
- EKMAN, M. (1989). *Impacts of Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity*. Bull. Géod. No. 63: 281-296.
- FERREIRA, V. G. (2007). *Determinação da Componente Anômala do Geopotencial no Datum Vertical Brasileiro Causada Pelo Sistema Lagunar de Imarui – SC*. 81 f. Seminário de Qualificação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- FLURY, J., RUMMEL, R. (2005). *Future Satellite Gravimetry for Geodesy*. Earth, Moon, and Planets, Vol. 94: 13-29.
- FREITAS, S.R.C., BLITZKOW, D. (1999). *Altitudes e Geopotencial*. IgeS Bulletin, Milan, Special Issue for South America, 9: 47-62.
- FREITAS, S.R.C., MEDINA, A.S, LIMA, S.R.S. (2002) *Associated problems to link South American Vertical Networks and possible approaches to face them*. In: Drewes, H.; Dodson, A. H.; Fortes, L. P. S.; Sánchez, L.; Sandoval, P. (Ed.). Vertical Reference Systems. IAG Symposium 124, Cartagena, Colômbia. Berlin:Springer-Verlag., p. 318-323.
- GEMAEL, C. (2002). *Introdução à Geodésia Física*. 2ª Ed. UFPR – Editora, 302pp.
- GFZ/ISDC. GeoForschungsZentrum Potsdam, Information Systems and Data Center (2007). *Global Earth Science Data*. Disponível em <[http://www.gfz-potsdam.de/welcome\\_en.html](http://www.gfz-potsdam.de/welcome_en.html)>. Acessado em: 21 de out 2007

- HECK, B. (1990). *An evaluation of some systematic error sources affecting terrestrial gravity anomalies*. Bull. Géod. No. 64: 88-108.
- HECK, B. , RUMMEL, R. (1990). *Strategies for solving the vertical datum problem using terrestrial and satellite geodetic data*. In: Sea Surface Topography and the Geoid. Ed. Sünkel, H., Baker, T.. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, pp. 116-128.
- HECK, B. (2004) *Problems in the Definition of Vertical Reference Frames*. In: V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy. IAG Symposia, vol.127. Ed. Sansò F Springer, Berlin, pp. 164-173.
- HIPKIN, R. (2000). *Modelling the geoid and sea-surface topography in coastal areas*. *Phys. Chem. Earth (A)*, vol. 25(1): 9-16,
- HOFMANN-WELLENHOF, B., MORITZ, H. (2005). *Physical Geodesy*. Springer-Wien-New York. 403p.
- JAMUR, K. P. (2007). *Estimativa da Resolução de Modelos Geoidais Globais Obtidos de Missões Satelitais e Gravimétricos Regionais Para o Estado do Paraná com Base em Observações Gravimétricas*. Dissertação de mestrado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 111p.
- KIRBY, J.F. (2003). *On the Combination of Gravity Anomalies and Gravity Disturbances for Geoid Determination in Western Australia*. Journal of Geodesy, no. 77: 433-439.
- KIAMEHR, R. (2006). *A Strategy for Determining the Regional Geoid by Combining Limited Ground Data with Satellite-based Global Geopotential and Topographical Models: A Case Study in Iran*. Journal of Geodesy, no. 79: 602-612.
- LEHMANN, R. (2000). *Altimetry-gravimetry problems with free vertical datum*. Journal of Geodesy, no. 74: 327-334.
- LEMOINE, F. et al. (1998). *The development of the joint NASA – GSFC and the NIMA Geopotential Model EGM 96*. NASA/TP – 1998 – 206861.
- LUZ, R.T., FREITAS, S. R. C., PINHEIRO, R. R., GOLDANI, D., SANTOS, C. C. C., DI MAIO PEREIRA, N. R., SUBIZA PINA, W. H. (2007a). *Avaliação das Realizações da Componente Vertical do Sistema Geodésico Brasileiro*. In: V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, Presidente Prudente. Anais do II Simp. Bras. de Geomática e V Colóquio Bras. de Ciências Geodésicas, p. 31-37.
- LUZ, R.T., BOSCH, W., FREITAS, S. R. C., DALAZOANA, R., HECK, B. (2007b). *Coastal Satellite Altimetry Data and the Evaluation of Brazilian Vertical Reference System and Frame*. In: V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, Presidente Prudente. Anais do II Simp. Bras. de Geomática e V Colóquio Bras. de Ciências Geodésicas, p. 1071-1074
- MÄKINEN, J. (2000) *A Note on the Treatment of the Permanent Tidal Effect in the European Vertical Reference System (EVRS)*. In: Reports of the EUREF

- Technical Working Group, n. 9, p. 111-113. München: Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- MÄKINEN, J., IHDE, J. (2006). *The permanent tide and height systems*. In: GRF 2006, München. Geodetic Reference Frames. Ed. Drewes, H., IAG Series, Springer, in press.
- MIRANDA, F.A. (2006). *Contribuição para a Análise do Campo da Gravidade na Região do Datum Vertical Brasileiro*. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná. 89 p.
- PALMEIRO, A.S. (2006). *Modelagem de Componentes Anômalas do Geopotencial utilizando Sistema de Câmera Zenital Digital*. Projeto de Pesquisa de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná. 14 p.
- SANCHES, L. (2006). *Definition and realisation of the SIRGAS Vertical Reference System within a Globally Unified Height System*. In: Dynamic Planet. Ed. Tregoning, P., Rizos, C. IAG Series, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, pp. 638-645.
- SEEBER, G. (2003). *Satellite Geodesy*. 2<sup>nd</sup> Ed., de Gruyter, Berlin, 589 pp.
- STOCK, B. (1983). *A Molodenskii – type solution of the Geodetic Boundary Value Problem using the known surface of the Earth*. Manuscripta Geodaetica, v. 8: 273-288.

(Recebido em outubro/2007. Aceito em dezembro/2007)