

# Efeitos da regularização na tomografia de refração sísmica marinha rasa 2-D

## *Regularization effects on 2-D seismic refraction tomography in shallow marine environment*

**Frank Cenci Bulhoes<sup>a,b,c</sup>, Victor Thadeu Xavier de Almeida<sup>a,d</sup>, Marco Antonio Cetale Santos<sup>b,e</sup>, Luiz Alberto Santos<sup>a,b,f</sup>**

<sup>a</sup>Petrobras - Petróleo Brasileiro S.A., <sup>b</sup>Universidade Federal Fluminense  
<sup>c</sup>[frankcenci@petrobras.com.br](mailto:frankcenci@petrobras.com.br), <sup>d</sup>[victor\\_xavier@petrobras.com.br](mailto:victor_xavier@petrobras.com.br), <sup>e</sup>[marcocetale@id.uff.br](mailto:marcocetale@id.uff.br), <sup>f</sup>[luiz\\_alberto@petrobras.com.br](mailto:luiz_alberto@petrobras.com.br)

### Resumo

Na sísmica de exploração, soluções precisas de superfície rasa são essenciais para o mapeamento de estruturas de baixo-relevo e armadilhas estratigráficas. Tais feições podem ser identificadas através da velocidade em subsuperfície, as quais a tomografia de primeiras quebras pode estimar de forma robusta. Uma abordagem comum para estabilizar o problema inverso mal-posto é aplicar a regularização, que na prática corresponde a restringir as possíveis soluções para a inversão. Assim, um termo de regularização é frequentemente incorporado na função de erro tomográfica para resolver a não-unicidade do problema geofísico inverso. O objetivo deste trabalho é avaliar o algoritmo de tomografia de refração e os efeitos da regularização e analisar os efeitos destas nas velocidades sísmicas resultantes. O estudo baseou-se, metodologicamente, em um estudo de caso. As regularizações testadas neste trabalho foram a Tikhonov de ordem 1, as variantes de ordem 1 e ordem 2. Utilizou-se o programa em linguagem Fortran criado pelo Grupo de Imageamento Sísmico e Inversão da Universidade Federal Fluminense. O programa de tomografia é baseado no traçamento de raios de Podvin. A obtenção da matriz de tempo de trânsito utiliza diferenças finitas pela equação eikonal referente às primeiras chegadas, cálculo de matriz tomográfica e aplicação do algoritmo de regularização. O modelo de velocidade sintético é baseado numa geologia de canal de fundo marinho raso. Comparou-se o modelo verdadeiro que contém três camadas e estrutura de um canal de fundo marinho, com velocidades de 1500 m/s (água), 2000 m/s e 2500 m/s com os resultados da tomografia de tempo de trânsito sem regularização com os esquemas de regularização. Os tempos de trânsito para tomografia foram obtidos por modelagem direta desse modelo, com o mesmo algoritmo usado na tomografia para cálculo do tempo de trânsito. Conclui-se desse trabalho que: 1) os resultados da tomografia apresentam melhores resultados com melhor definição e menor distorção das estruturas com a aplicação da regularização; 2) a regularização de Tikhonov de ordem 2 apresentaram maior rapidez de convergência com melhoria no modelo de velocidade e 3) o teste de sensibilidade dos parâmetros mostra o quanto uma escolha não adequada pode distorcer as estruturas geológicas.

**Palavras-chave:** sísmica; velocidade; refração; tomografia; regularização; Tikhonov

### Abstract

In exploration seismic, accurate shallow surface solutions are essential for mapping bas-relief structures and stratigraphic traps. Such features can be identified through subsurface seismic velocity, which the first break tomography can robustly estimate. A common approach to stabilize the ill-posed inverse problem is to apply regularization, which in practice corresponds to restrict possible solutions for the inverse problems. Thus, a regularization term is often incorporated into the tomographic error function to resolve the non-uniqueness of the inverse geophysical problem. The objective of this work is to evaluate the refraction tomography algorithm, the regularization effects and to analyze their effects on the resulting seismic velocities. The study was based, methodologically, on a case study. The regularizations tested in this work were Tikhonov of order 1, the variants of order 1 and order 2. The Fortran language program created by the Seismic Imaging and Inversion Group of Federal Fluminense University was used. The tomography program is based on Podvin's ray tracing. Obtaining the travel time matrix uses finite differences scheme with the eikonal equation for the first arrivals, computation of the tomographic matrix and application of the regularization algorithm. The velocity model consists of a synthetic based on a shallow seabed channel geology. The true model that contains three layers and a seabed channel structure, with velocities of 1500 m/s (water), 2000 m/s and 2500 m/s with the results of transit time tomography without regularization with regularization schemes. Transit times for tomography were obtained by direct modeling of this model, with the same algorithm used in tomography to calculate transit time. It is concluded from this work that: 1) the results of the tomography show better results with better definition and less distortion of the structures with the application of regularization; 2) Tikhonov regularization of order 2 showed faster convergence with improvement in the velocity model and 3) the parameter sensitivity test shows how much an inappropriate choice can distort geological structures.

**Key words:** seismic; velocity; refraction; tomography; regularization

## Introdução

A maioria dos estudos geofísicos trata da resolução de problemas inversos já que aquisições de medidas diretas das propriedades físicas são onerosas. Além disso, medidas diretas de modo geral, estão restritas a áreas limitadas espacialmente e de difícil extrapolação para toda a área de interesse com a acurácia necessária, mesmo com a utilização de métodos geoestatísticos.

Na geofísica de exploração de óleo e gás, desde o início do século XX os métodos sísmicos são os mais utilizados (Telford *et al.*, 1990). No final do século XX e princípio do XXI ocorreu um grande avanço na indústria de óleo e gás com a utilização em larga escala de dados de levantamentos sísmicos 3-D. O aumento das capacidades computacionais gera grandes avanços o que resultou grande impacto no processamento sísmico em profundidade (Woodward *et al.* 2008). Para o correto posicionamento e focalização da imagem, os modelos de velocidade sísmica tornaram-se fundamentais para o imageamento sísmico.

As duas principais técnicas para o método sísmico são reflexão e refração. A sísmica de reflexão utiliza a onda sísmica refletida em interfaces de materiais com impedâncias distintas (velocidade e densidade) para caracterização do meio. A sísmica de refração utiliza a onda criticamente refratada nestas interfaces. O método sísmico é o mais difundido e conforme levantamento feito por Bulhões (2020) na base Scopus, o número de publicações pesquisadas sobre sísmica de reflexão representa 80% enquanto que os de refração representam 20%.

As áreas de interesse da indústria do petróleo estão, em geral, em grandes profundidades, nas quais a tomografia de refração não alcança. Entretanto, os modelos de velocidade nas porções rasas têm impacto direto no imageamento e consequentemente na interpretação das estruturas mais profundas. A correção estática, que é utilizada no processamento de dados terrestres, depende do modelo de velocidade na parte rasa e é uma primeira fonte de incertezas e erros no resultado do processamento sísmico (Lines; Newrick 2004). O Quadro 1 apresenta uma comparação entre as aplicabilidades de sísmica de refração e reflexão.

A obtenção das informações e distribuição de velocidade em subsuperfície rasa é um desafio na geofísica de exploração, pois existe uma grande escassez dessas informações em perfis de poços, seja por razões operacionais ou econômicas. As informações das porções rasas dos modelos de velocidade são essenciais no imageamento sísmico e na conversão de tempo-profundidade para os setores de interpretações. A tomografia de refração é uma técnica que traz informações sísmicas de subsuperfície rasa de modo rápido e robusto.

A regularização é indispensável nos problemas de inversão sísmica. Na década de 1960, vários pesquisadores também notaram este fato. Os trabalhos de Ivanov (1962), Philips (1962), Twomey (1963) e

Tikhonov (1963) se destacaram no campo da formulação geral da regularização para problemas mal-postos. Com base nisso, a técnica de regularização de Tikhonov em geral é usada nos problemas geológicos para garantir a suavidade horizontal das propriedades. Desse modo este estudo busca contribuir para uma maior compreensão sobre como aplicar a regularização da tomografia.

Quadro 1: comparação entre os conceitos de refração e reflexão. Fonte: Adaptado de Marshall (2014) e Cavacundo (2015).

Refração	Reflexão
Resolve as velocidades mais profundas da crosta e as camadas mais rasas.	Resolve detalhes finos de subsuperfície.
Resolução Vertical: 10%-20% da profundidade.	Resolução Vertical: 5%-10% da profundidade.
Refração crítica requer grande gradiente de velocidade	Reflexão requer uma mudança na velocidade ou densidade
Afastamento fonte-receptor = de 5 a 10 vezes a profundidade de interesse.	Afastamento fonte-receptor = 1 vez a profundidade de interesse.
Processamento é relativamente simples.	Processamento pode requerer muito de CPU.
Custo relativo: X	Custo relativo: 3X-5X

Além disso, o presente estudo decorreu dos trabalhos de modelagens regionais de velocidade para conversão tempo-profundidade em escala de bacias a partir da metodologia desenvolvida por Bulhões *et al.* (2014), no qual diversos tipos de dados sísmicos são utilizados.

De modo a obter um modelo de velocidade robusto, deve-se utilizar todas informações disponíveis de velocidades (tomografia, migração, perfis de poços etc.) e as ponderando com informações geológicas, tratamentos estatísticos e ferramentas geoestatísticas (Maul *et al.* 2005; Bulhões *et al.* 2018). Na maioria dos casos a parte rasa do poço não são perfiladas devido a fatores operacionais (falta de estabilidade) e econômicas (Bulhões *et al.* 2018). **A Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta a seção sísmica de reflexão cruzada por três poços e seus respectivos perfis sísmicos.

O objetivo deste estudo é investigar os impactos da regularização na tomografia sísmica de refração e analisar os efeitos dessa regularização nas velocidades sísmicas resultantes.

Este trabalho é dividido da seguinte forma: Primeiro é apresentada uma revisão bibliográfica sobre problemas direto e inverso, tomografia e regularização. Na segunda etapa é mostrada uma aplicação de estudo de caso em ambiente marinho raso sobre a regularização da tomografia de refração e seus efeitos. Por fim, são avaliados os efeitos das regularizações de Tikhonov (Tikhonov e Arsenin, 1977).

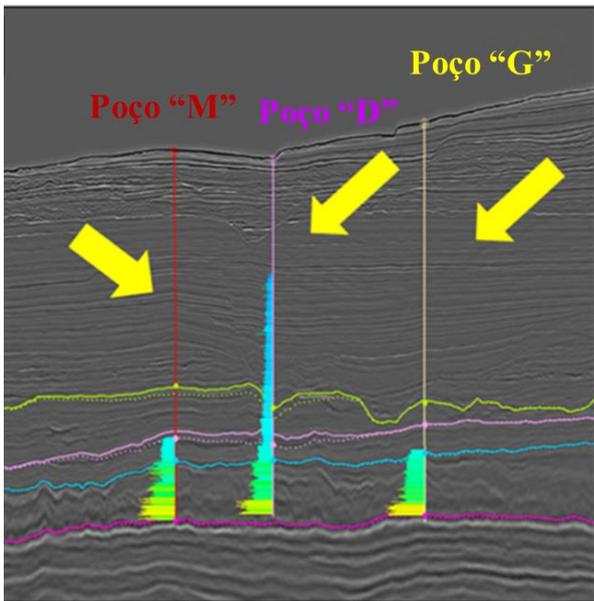


Figura 1: Seção sísmica que passa por três poços e seus respectivos perfis sônicos. Fonte: Adaptado de Bulhões *et al.* (2018).

### Problemas direto e inverso

De acordo com Menke (1989), problema inverso pode ser definido como um conjunto de técnicas matemáticas que extraem os parâmetros físicos dos correspondentes dados observados e correlacionar um modelo físico-matemático que os justifique. Um problema é dito inverso quando se deseja inferir propriedades físicas do meio a partir de dados registrados que são externos ao mesmo. Um modo mais abrangente para definir-se o que é problema inverso é levar em consideração o modo de obtenção do modelo físico (conjunto de propriedades e parâmetros) a partir de dados observados e que sejam correspondentes as observações, como ocorre na interpretação geofísica e geológica por exemplo.

Pela teoria da inversão, define-se a partir da Equação 1:

$$\mathbf{d} = \mathbf{Gm} \quad \text{Eq. 1}$$

Onde:

$\mathbf{d}$  é o vetor de dado correspondente à uma observação;

$\mathbf{m}$  é o parâmetro do modelo;

$\mathbf{G}$  é a matriz que relaciona os parâmetros  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{m}$ .

Na Figura 2 Figura 2 é representada de forma esquemática o que são problemas direto e inverso. O problema inverso consiste em: tendo-se  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{G}$ , obter  $\mathbf{m}$ . O problema direto obter  $\mathbf{d}$  a partir de  $\mathbf{m}$  e  $\mathbf{G}$ .

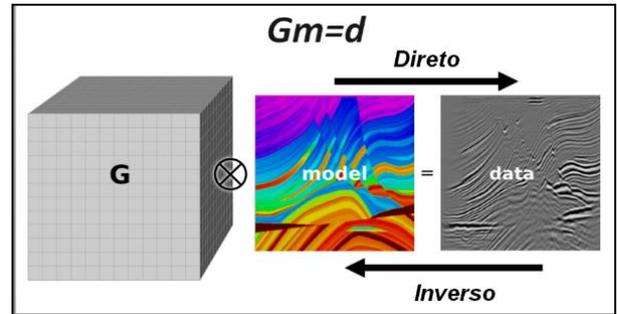


Figura 2: Representação esquemática de problema direto e inverso. Fonte: Bianco (2013).

Hadamard (1902) estabeleceu que um problema inverso é chamado mal-posto quando a solução não atende a pelo menos uma das condições: existência, unicidade e estabilidade. Em um problema bem-posto, as três condições mencionadas devem ser satisfeitas.

Conforme Zhdanov (2002), toda informação que se tem sobre o modelo físico ( $\mathbf{m}$ ) que gera ( $\mathbf{d}$ ), de acordo com a Equação 1, está contida na matriz  $\mathbf{G}$ . Entretanto, sempre existem erros contidos no dado medido, seja na medição, ruídos inerentes ao sistema ou associados ao problema físico. Devido a estes fatores, nem sempre é possível encontrar o modelo “ $\mathbf{m}$ ” que descreve os dados registrados “ $\mathbf{d}$ ”, já que estes erros não são considerados na modelagem. Segundo Aster *et al.* (2005), existe a possibilidade do modelo adotado para descrever os dados não estar correto (ou completo), o que também impossibilita a obtenção de uma solução para o problema.

O método dos mínimos quadrados é um método de otimização aplicado durante a inversão do dado, ou seja, é um método para solução de sistemas lineares, sendo muito eficiente em grande parte dos casos. Segundo Claerbout e Muir (1973), este tipo de ferramenta para ajuste de curvas é relativamente sensível a ruídos com amplitudes muito acentuadas. O resíduo é a diferença entre o dado calculado pela modelagem direta e o dado observado. O valor do resíduo deve ser o menor possível e aceitável para o problema estudado. No caso do problema não linear, a norma L2 é muito utilizada e seu objetivo é minimizar a função de cálculo do resíduo. A norma L2 é um método padrão para calcular o comprimento de um vetor no espaço euclidiano. A norma L2 é definida como a raiz quadrada da soma dos quadrados dos valores em cada dimensão (Li e Jain, 2009). O critério para ocorrer convergência do processo iterativo é de que o resíduo tenha variação menor de 1% entre as iterações (Begnaud *et al.*, 2013)

Quanto menor for o resíduo do dado não implica necessariamente que o erro RMS do modelo seja menor, especialmente se o problema for mal-posto. Em outras palavras, o melhor ajuste entre os tempos teóricos e os observados é aquele para o qual o RMS é menor. Assim, no contexto de mínimos quadrados, a função objetivo a ser minimizada é a do quadrado do resíduo, dada pela Equação 2

$$\varphi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{G}(\mathbf{m})\|_2^2 \quad \text{Eq. 2}$$

Onde:

$\mathbf{d}$  é o dado observado;  $\mathbf{G}(\mathbf{m})$  é o dado calculado.

O fluxo geral da inversão tomográfica é representado na Figura 3 e contém como etapas: os dados registrados; a definição de um modelo inicial para a modelagem direta; definição do número de n de iterações e do nível de tolerância para o resíduo  $\delta$ ; o cálculo do resíduo; se o resíduo for menor que a tolerância o fluxo termina, caso contrário o modelo de entrada é atualizado pelo parâmetro  $\Delta\mathbf{m}$  até que ou o resíduo seja menor que a tolerância ou o número de iterações pré-definidos seja realizado.

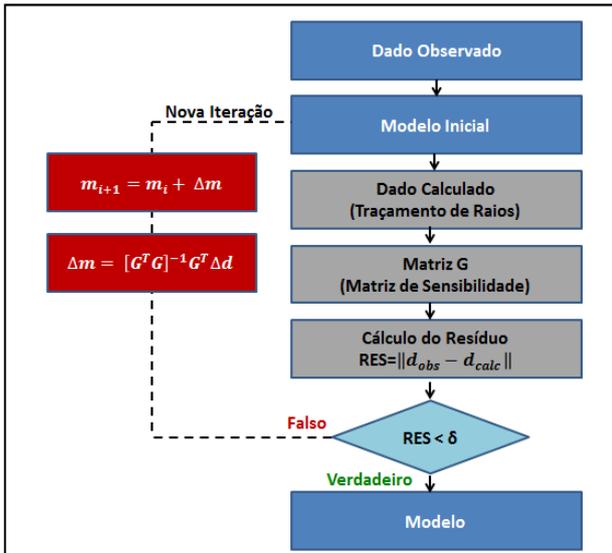


Figura 3: Fluxo geral de tomografia sísmica. Fonte: Adaptado de Carbonesi (2018).

Minimizar a Equação 2 significa buscar a solução que tenha o menor resíduo possível em relação ao dado observado e consequentemente, obter os parâmetros da modelagem que melhor se ajustam às observações e converjam a um modelo geológico factível.

Para minimizar a função objetivo, deve-se encontrar os pontos nos quais sua derivada seja zero. Assim, derivando a Equação 3 e igualando a zero, obtém-se

$$\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad \text{Eq. 3}$$

Substituindo  $\mathbf{m}$  por  $\Delta\mathbf{m}$  tem-se:

$$\Delta\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T \Delta\mathbf{d} \quad \text{Eq. 4}$$

$\Delta\mathbf{m}$  é o termo de atualização do modelo de velocidade. O termo depende da inversa da matriz  $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ . Na Equação 7 o modelo atualizado  $\mathbf{m}_{i+1}$

$$\mathbf{m}_{i+1} = \mathbf{m}_i + \Delta\mathbf{m} \quad \text{Eq. 5}$$

O processo tomográfico transcorrerá até ou executar o número de iterações pré-definidas ou quando resíduo for menor que o valor estipulado (Equação 6).

$$\|\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}_s\|_2 < \delta \quad \text{Eq. 6}$$

Onde:

$\|\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}_s\|_2$  é a norma do erro entre o dado observado e o dado previsto;

e  $\delta$  é o valor escolhido como tolerância para a norma do erro entre o dado observado e o dado previsto.

### Materiais e Métodos

Segundo Zhdanov (2002), a importância dos trabalhos de Tikhonov relaciona-se a demonstração matemática de que os problemas mal-postos podem ser solucionáveis. Uma solução é dita estável se, para pequenas variações nos valores de  $\mathbf{d}$  levam a pequenas mudanças na solução. Caso isso não ocorra, tem-se uma solução instável. Definindo de forma mais rigorosa, operador  $\mathbf{G}^{-1}$  (inverso de  $\mathbf{G}$ ) é dito contínuo quando apresenta estabilidade para todo espaço de soluções (Muniz, 1999). Para isto, com o operador  $\mathbf{G}^{-1}$  contínuo neste conjunto, é necessário que se saiba a priori que exista uma solução contida num subconjunto de todas as possíveis soluções. Quando se seleciona esse subconjunto, o problema mal-posto torna-se condicionalmente bem-posto.

No caso particular de alguns sistemas lineares indeterminados (com número de incógnitas inferior ao número de equações), uma solução estudada foi à abordagem de mínimos quadrados de norma mínima, isto é, existe um termo adicional associado ao termo de discrepância quadrática. Isso pode ser generalizado para resolver problemas mal-postos e é necessário fornecer informação adicional. O método da regularização consiste em determinar a partir da solução aproximada mais suave e verificar sua compatibilidade com os dados observados para determinado nível de ruído.

O objetivo das técnicas de regularização é tornar o operador que inverte o dado em contínuo; isso equivale a tornar as soluções estáveis e o problema em bem-posto. Ao regularizar a inversão, o problema a ser resolvido deixa de ser exatamente o problema original e torna-se um problema que se aproxima do original (Figura 4). O fator (ou parâmetro) de regularização ( $\lambda$ ) determina o peso dado à regularização no processo de inversão e conforme  $\lambda \rightarrow 0$  a solução regularizada ( $\mathbf{m}\lambda$ ) deve tender assintoticamente para a solução correta  $\mathbf{m}_c$  (Zhdanov, 2002), assim como o operador regularizado deve tender ao operador  $\mathbf{G}^{-1}$ .

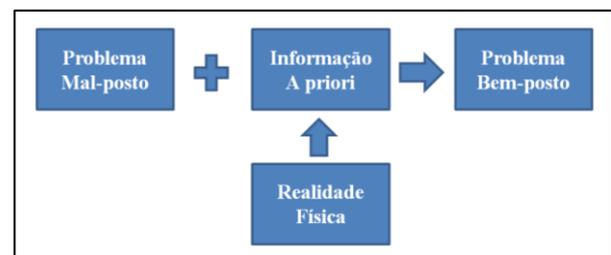


Figura 4: Representação esquemática de um problema mal – posto. Fonte: Adaptado de Velho (2008).

A resolução do problema inverso sem regularização é a minimização de  $\|\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}_s\|_2$ , chamada de função objetivo (Equação 7):

$$\min \|d - Gm_s\|_2 \quad \text{Eq. 7}$$

Para obter uma expressão geral a ser minimizada, basta aplicar multiplicadores de Lagrange a condição dada, cujo resultado é:

$$\min \|d - Gm_s\|_2^2 + \lambda^2 \|m_s\|_2^2 \quad \text{Eq. 8}$$

As regularizações de Tikhonov de ordem superior seguem a mesma lógica da regularização de ordem zero, apenas substituindo a minimização da norma de  $m_s$  pela minimização de uma função de  $m_s$  (Equação 9).

$$\min \|d - Gm_s\|_2^2 + \lambda^2 \|Lm_s\|_2^2 \quad \text{Eq. 9}$$

Onde:

$L$  é matriz do operador considerado (derivada primeira ou segunda de  $m_s$ ).

A regularização Tikhonov de ordem 1 usa a derivada primeira de  $m_s$  (Equação 10) e a regularização de ordem 2, a derivada segunda (Equação 12). Assim, de maneira mais genérica tem-se:

$$L^{(1)}m_s(x, z) = \left( \frac{\partial m_s(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial m_s(x, z)}{\partial z} \right) \quad \text{Eq. 10}$$

$$L^{(2)}m_s(x, z) = \left( \frac{\partial^2 m_s(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_s(x, z)}{\partial z^2} \right) \quad \text{Eq. 11}$$

Caso considere-se a matriz  $L$  como a matriz identidade recai-se na regularização de ordem zero.

O presente trabalho apresenta um estudo sobre o impacto da regularização na tomografia de refração. A área de estudo representa um ambiente costeiro, próximo ao Sul de Boston, Massachusetts (Zhang e Toksöz 1998), um modelo de velocidade 2-D de estrutura rasa.

A geometria de aquisição para parametrização da modelagem direta está descrita no Quadro 2 e representada na Figura 5.

Quadro 2: Parâmetros da geometria de aquisição. Fonte: Bulhões *et al.* (2019).

Descrição dos Dados de Aquisição	
Intervalo entre Pontos de Tiro	40 m
Número Total de Tiros	176
Profundidade das Fontes e Receptores	20 m
Intervalo entre Receptores	10 m
Número Total de Receptores	150

A Figura 5 exhibe a representação com o modelo de velocidade real e a geometria de aquisição. O modelo verdadeiro que contém três camadas e estrutura de um canal de fundo marinho, com velocidades de 1500 m/s (mar), 2000 m/s e 2500 m/s. Além disso, o modelo de velocidade consiste em  $250 \times 25$  células com um

espaçamento uniforme de 10 m. Comparou-se no estudo o modelo verdadeiro com os resultados da tomografia de tempo de trânsito sem regularização com os esquemas de regularização de Tikhonov. Os tempos de trânsito para tomografia foram obtidos por modelagem direta desse modelo, com o mesmo algoritmo usado na tomografia para cálculo do tempo de trânsito.

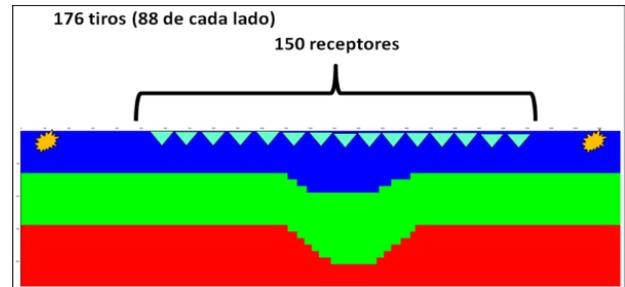


Figura 5: Representação com o modelo de velocidade real e a geometria de aquisição. Fonte: Bulhões *et al.* (2019).

Na Figura 6 é exibida a matriz de tempo-trânsito entre os pares fonte-receptor. Essa matriz contém 176 fontes, 150 receptores e os tempos de trânsito medidos entre os respectivos pares.

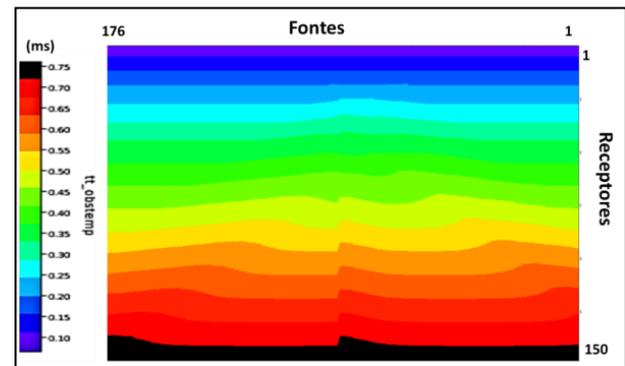


Figura 6: tempo-trânsito fonte-receptor.

O modelo de velocidade inicial utilizado para a inversão tomográfica está representado na Figura 7, constituído de duas camadas planas, paralelas e horizontais com velocidades de 1500 m/s e 2500 m/s.

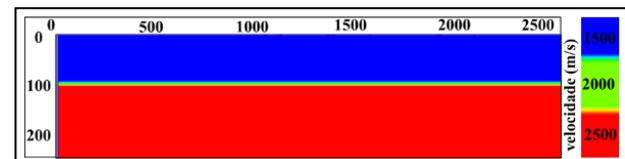


Figura 7: Modelo Inicial de entrada da tomografia de refração.

O modelo de velocidade real está representado com o modelo resultante da tomografia de refração sem aplicar a regularização estão representados na Figura 8 e a diferença entre o modelo real e calculado está na Figura 9. O resíduo do processo tomográfico em função da iteração é mostrado no Gráfico 1. O eixo referente ao resíduo está na escala logarítmica na base 10. Observa-se nesse gráfico que a convergência da inversão tomográfica ocorre a partir da iteração 28.

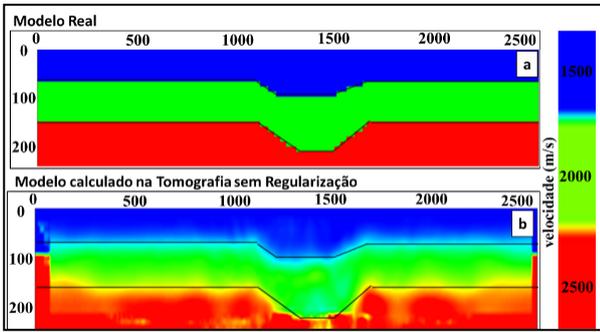


Figura 8:(a) Modelo de velocidade real e (b) Resultado da Tomografia sem aplicar a regularização.

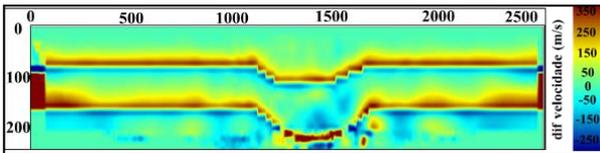


Figura 9: Diferença entre a velocidade calculada pela tomografia sem regularização e o modelo real.

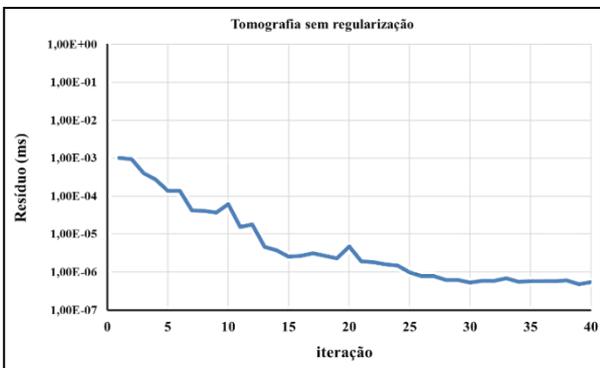


Gráfico 1: Variação do resíduo da inversão tomográfica sem regularização em função da iteração.

A análise dos efeitos da regularização se deu por meio de estudo de sensibilidade em função dos parâmetros de regularização, que impactam na convergência e estabilidade do algoritmo e do modelo resultante. A estabilidade será analisada utilizando gráficos do comportamento do resíduo em função da iteração.

**Aplicação da Regularização de Tikhonov**

Para a análise do efeito da regularização na tomografia de refração no presente trabalho utilizou-se o programa implementado pelo Grupo de Imageamento Sísmico da Universidade Federal Fluminense, descrito no trabalho de Almeida (2013). Esse programa utiliza o método de diferenças finitas.

As regularizações de Tikhonov aplicadas foram as de ordem 1 e ordem 2. No caso da ordem 1, aplicou-se três implementações: (i) convencional (derivada nas direções horizontal e vertical), (ii) a derivada na componente horizontal e (iii) a derivada com esquema progressivo. A inversão tomográfica foi aplicada para

valores do parâmetro de regularização variando de  $10^{-8}$  a  $10^3$ .

Na regularização de Tikhonov de ordem 1, o termo que é acrescido para estabilizar o problema inverso é a primeira derivada nas direções x e z (e y no caso 3-D) definida pela Equação 10. Para implementação por diferenças finitas o operador é reescrito de acordo com a Equação 12:

$$L^{(1)}m_s(x, z) = \frac{m_s(x, z) - m_s(x - \Delta x, z)}{\Delta x} + \frac{m_s(x, z) - m_s(x, z - \Delta z)}{\Delta z}$$

Eq. 12

Onde:

$\Delta x$  e  $\Delta z$  são os passos da diferença finita nas direções x e z respectivamente

A segunda abordagem de regularização adotada foi a adaptação do regularizador de Tikhonov de ordem 1 utilizando apenas a componente horizontal do operador derivada que por diferenças finitas é dada pela Equação 13:

$$L^{(1)}m_s(x, z) = \frac{m_s(x, z) - m_s(x - \Delta x, z)}{\Delta x}$$

Eq. 13

A terceira abordagem adotada para implementação da regularização de Tikhonov de ordem 1 foi a utilização do esquema progressivo no operador derivada. Na forma de diferenças finitas é dada pela Equação 14:

$$L^{(1)}m_s(x, z) = \frac{m_s(x + \Delta x, z) - m_s(x, z)}{\Delta x} + \frac{m_s(x, z + \Delta z) - m_s(x, z)}{\Delta z}$$

Eq. 14

A última abordagem adotada no estudo foi a regularização de Tikhonov de ordem 2. Esta regularização é segunda derivada do modelo nas direções espaciais (Equação 11) que reescrita na forma de diferenças finitas fica (Equação 15):

$$L^{(2)}m_s(x, z) = \frac{m_s(x + \Delta x, z) - 2m_s(x, z) + m_s(x - \Delta x, z)}{(\Delta x)^2} + \frac{m_s(x, z + \Delta z) - 2m_s(x, z) + m_s(x, z - \Delta z)}{(\Delta z)^2}$$

Eq. 15

**Resultados e Discussões**

No Gráfico 2 é apresentado o resíduo do tempo de trânsito calculado em função da iteração para os parâmetros de regularização. Para  $\lambda = 1000$  ocorre uma instabilidade numérica durante o processo tomográfico. Observa-se também que para os valores menores que 1000 o processo transcorre de modo suave sem

variações bruscas e o resíduo converge para valores em torno de  $6 \times 10^{-7}$ .

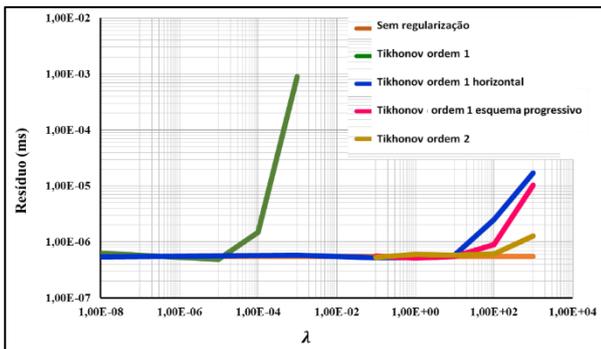


Gráfico 2: Resíduo RMS do tempo de trânsitos em função dos parâmetros de regularização. Fonte: Bulhões *et al.* (2019).

A obtenção dos valores ótimos para regularização não é trivial. Existem estratégias para serem modeladas, como a curva-L, mas sempre se recai na necessidade de rodar as inversões tomográficas e a partir dos resultados e observar o que melhor se ajusta. Em outras palavras, a curva-L não tem poder de previsibilidade. Cada problema físico apresentará um valor ótimo para o parâmetro de regularização de acordo a ordem de grandeza da propriedade modelada.

Entre os casos de regularização testados, os valores ótimos dos parâmetros  $\lambda$  para cada cenário estão localizados no vértice da curva do resíduo em função do parâmetro  $\lambda$  e este valor ótimo para cada cenário. No Gráfico 2 é representado o resíduo RMS dos tempos de trânsito em função dos parâmetros.

Já no Gráfico 3 Gráfico 3 estão representadas a variação do resíduo RMS do tempo de trânsito em função da iteração para os respectivos valores ótimos e comparando com a tomografia sem regularização. A convergência da tomografia sem regularização ocorre após 31 iterações. Com a regularização, a convergência ocorre na iteração 22 (ordem 1), 25 (ordem 1 componente horizontal), 28 (ordem 1 esquema progressivo) e 17 (ordem 2).

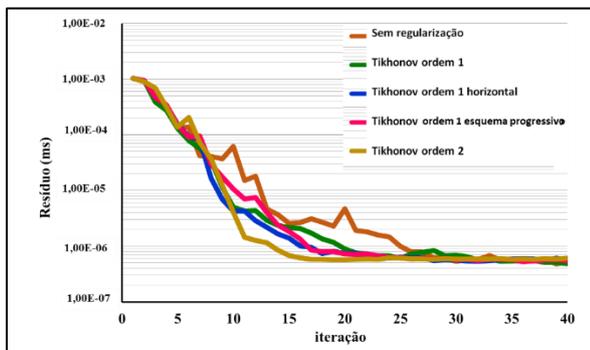


Gráfico 3: Resíduo RMS do tempo de trânsitos em função da iteração para os casos com e sem regularização. Fonte: Bulhões *et al.* (2019).

Na Figura 10 estão os modelos reais e os resultados da tomografia sem regularização e dos cenários utilizando os valores ótimos de parametrização. Sem regularização as estruturas ficam distorcidas (Figura 10b). A mesma distorção ocorre nos casos de regularização de ordem 1 (Figura 10c). Por outro lado, nos casos ordem 1 componente horizontal (Figura 10d), ordem 1 com esquema progressivo (Figura 10e) e ordem 2 (Figura 10f) não apresentam distorção nas estruturas.

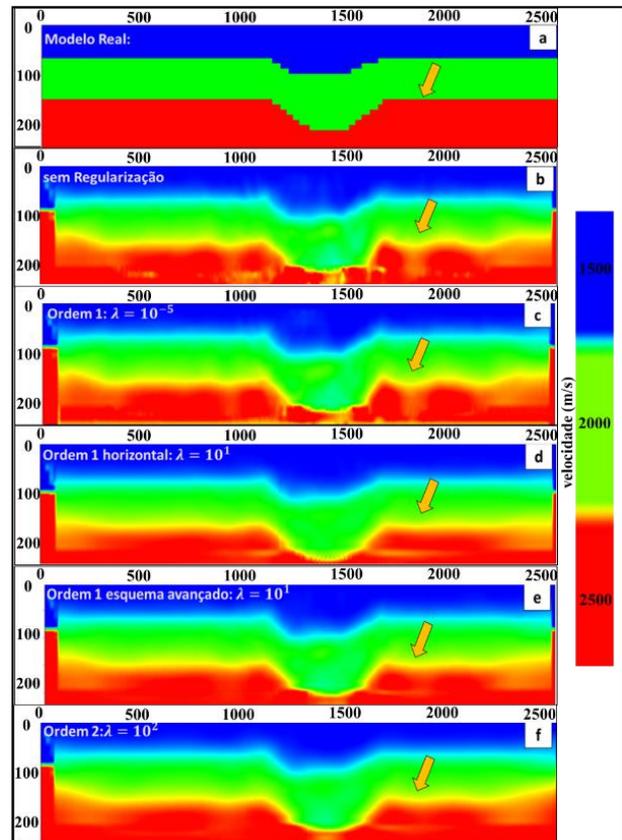


Figura 10: (a) Modelo real, (b) Tomografia sem regularização, Regularização Tikhonov (c) ordem 1, (d) ordem 1 componente horizontal, (e) ordem 1 esquema progressivo e (f) ordem 2.

Na Figura 11 está representada os perfis de velocidades intervalares e média das velocidades originais e obtidas pela tomografia na região do canal. Observa-se que a tomografia utilizando regularização de ordem 1 com apenas a componente horizontal (curva azul) apresenta resultados mais próximos a velocidade real (curva preta) na segunda camada.

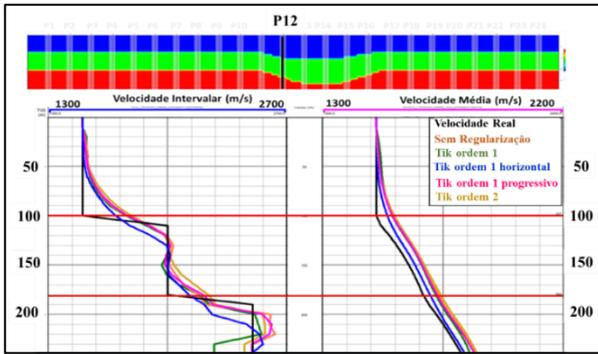


Figura 11: Seção vertical com as velocidades intervalares e média real e o resultado da tomografia para diferentes cenários de regularização.

As diferenças entre as velocidades obtidas pela tomografia e o modelo real (Equação 16) estão representadas nos histogramas da Figura 12.

$$\delta V = V_{calc} - V_{real} \quad \text{Eq. 16}$$

Onde  $\delta V$  é a diferença entre o modelo calculado  $V_{calc}$  e o modelo real  $V_{real}$ .

Estão representados os histogramas das diferenças  $\delta V$  para os casos sem regularização (Figura 12a) e os casos ótimos usando regularização de Tikhonov de ordem 1 (Figura 12b), ordem 1 componente horizontal (Figura 12c), ordem 1 esquema progressivo (Figura 12d) e ordem 2 (Figura 12e). Observa-se que a regularização de ordem 1 com apenas a componente horizontal apresentou maior quantidade de amostras em torno de zero da diferença do os demais tipos de regularização de Tikhonov testados.

Uma análise complementar do erro RMS da velocidade para cada cenário de regularização de Tikhonov, está representada no Gráfico 4 a diferença em função do parâmetro de regularização  $\lambda$ . Os vértices das curvas correspondem aos respectivos valores ótimos.

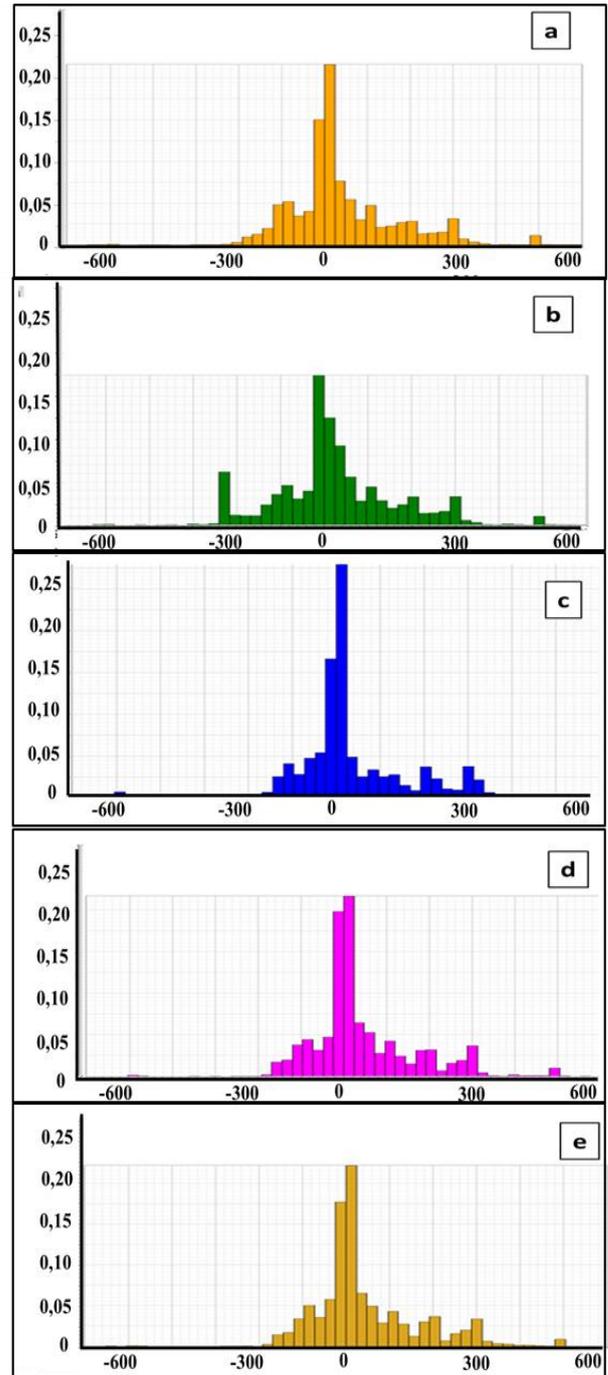


Figura 12: Diferença entre a velocidade calculada pela tomografia e o modelo real. (a) sem regularização. (b) regularização de ordem 1. (c) ordem 1 componente horizontal. (d) ordem 1 esquema progressivo. (e) ordem 2.

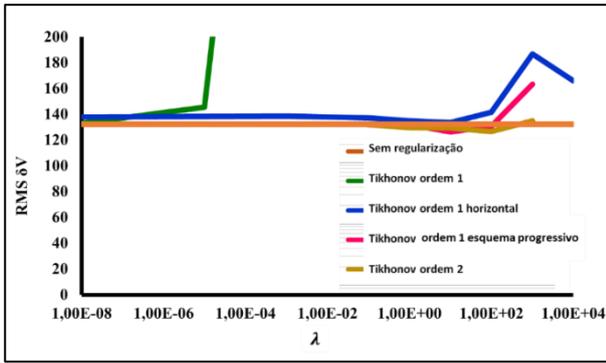


Gráfico 4: Erro RMS da velocidade calculada pela tomografia em função do parâmetro  $\lambda$  para os respectivos casos de regularização de Tikhonov utilizados.

No Quadro 3 está o resumo das regularizações testadas e os respectivos resultados após as 40 iterações do processo tomográfico. Estão descritas no quadro: o valor ótimo do parâmetro  $\lambda$  de regularização de Tikhonov; o passo em que inversão começa a convergir para o respectivo parâmetro  $\lambda$ , o resíduo RMS  $\delta t$  do tempo de trânsito comparado ao dado real; o erro RMS  $\delta V$  do modelo de velocidade comparado ao real; e o número de elementos não nulos da matriz  $G$  (matriz tomográfica).

A utilização das regularizações de Tikhonov de ordem 2 convergem mais rápido o processo tomográfico a partir do passo 17. Por outro lado, o erro RMS  $\delta V$  da velocidade apresenta menores valores para as regularizações de Tikhonov ordem 1 com esquema progressivo (126,47 m/s) Tikhonov ordem 2 (126,87 m/s).

No caso da utilização da regularização de Tikhonov de ordem 1 convencional verifica-se que a sua utilização além de tornar o processo tomográfico mais lento para convergir comparado ao sem regularização, passando de 28 para 31 passos. Além disso, o erro RMS da velocidade calculada aumentou de 132,45 m/s para 145,58 m/s.

Quadro 3: Resumo das regularizações aplicadas com as respectivas estatísticas sobre resíduo na 40ª iteração.

	$\lambda$ ótimo	Início de convergência	RMS $\delta t$	RMS $\delta V$
Sem regularização	-	28	5,47E-07	132,45
Tikhonov ordem 1	$10^{-5}$	31	4,88E-07	145,58
Tikhonov ordem 1 horizontal	10	22	5,76E-07	133,74
Tikhonov ordem 1 esquema progressivo	10	25	5,54E-07	126,47
Tikhonov ordem 2	100	17	6,06E-07	126,87

O melhor resultado obtido para esse cenário vai de encontro aos resultados obtidos nos trabalhos de Denisov *et al.* (2006) e Teimoornega e Poroohan (2010) para obtenção de imagens por Tikhonov de segunda ordem apresentar melhor delimitação de feições do que Tikhonov de ordem 1.

## Conclusão

O estudo objetivou avaliar o algoritmo de inversão tomográfica de refração em superfície rasa, assim como os efeitos da regularização na tomografia sísmica de refração e os efeitos dessa regularização nas velocidades sísmicas resultantes.

O algoritmo tomográfico foi testado preliminarmente por três modelos e apresentaram resultados robustos, realçando as principais feições estruturais tais como a representação do canal submarino. Observou-se que o caso da anomalia de baixa velocidade é um grande desafio para a tomografia de refração e o algoritmo consegue recuperar e representar a anomalia.

A análise realizada neste trabalho mostra como a utilização da regularização por si só não é suficiente para resolver os problemas mal-postos. A utilização dos tipos de regularização ou valores de parâmetros inadequados não acrescenta correção para o resultado da tomografia. Os resultados do estudo de sensibilidade para as regularizações de Tikhonov mostraram que ocorreram distorções nas estruturas geológicas para uma faixa de valores de parâmetros de regularização não adequados.

O modelo de velocidade resultante da tomografia de refração usando a regularização de ordem 1 clássica (derivada nas direções x e z) não resolveram os problemas existentes no caso sem regularização e apresentaram uma grande instabilidade numérica.

A aplicação da regularização de ordem 1 com derivada na direção horizontal resultou em modelos de velocidade com valores mais próximos ao modelo real e menores distorções estruturais que o de ordem 1 clássica. Já para a regularização de Tikhonov de ordem 1 com esquema progressivo apresentou resultados similares ao de ordem 1 da componente horizontal. A tomografia de refração utilizando a regularização de Tikhonov de ordem 2 converge mais rápido (com menor número de iterações) que os demais casos. Apesar do caso de ordem 1 com derivada horizontal ter apresentado o melhor resultado para os modelos, a sua convergência foi muito lenta.

A tomografia tem como objetivo obter um modelo de velocidade melhorado em relação ao obtido das primeiras etapas do processamento sísmico, incorporando informação cinemática e ser a entrada para os algoritmos de imageamento sísmico e FWI. Em processos que os resultados são similares, com diferenças no aspecto de suavização, como foram os resultados obtidos, um fator determinante é a convergência do processo tomográfico. Dos quatro cenários de aplicação da regularização de Tikhonov, os melhores resultados foram: ordem 2, ordem 1 componente horizontal e ordem 1 esquema progressivo. A rapidez na convergência (número de iterações) e o tempo de processamento são fatores determinantes para problemas de grande porte para dados sísmicos de áreas de produção de óleo e gás.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à Petrobras e à Universidade Federal Fluminense por permitirem a publicação deste trabalho. Frank C. Bulhões agradece a Francisco Aquino e Leonardo Matriciano pelo suporte na publicação do trabalho e também agradece à Bruna Faustino pela ajuda e parceria e aos colegas Bruno Dias, Rogério Santos e Roger Matsumoto pelas sugestões técnicas.

## Referências

- ALMEIDA, V. T. X. 2013. Tomografia sísmica de superfície: modelagem direta calculando as trajetórias de ondas refratadas. Universidade Federal Fluminense: Dissertação de Mestrado.
- ASTER, R. C., BORCHERS, B., THURBER, C. H. 2005. Parameter Estimation and Inverse Problems. [S.l.]: Elsevier Academic Press. 320– p.
- BEGNAUD, M. L., MYERS, S. C., BALLARD, S., RAMIREZ, A. L., PASYANOS, M. E., PHILLIPS, W. S. 2013. Regional Seismic Travel Time (RSTT) Tomography. American Geophysical Union, Spring Meeting 2013, abstract id. S33C-01. Disponível em [https://www.ctbto.org/fileadmin/user\\_upload/SnT2013/SIides/Thursday/T1-O16\\_Begnaud.pdf](https://www.ctbto.org/fileadmin/user_upload/SnT2013/SIides/Thursday/T1-O16_Begnaud.pdf)
- BULHÕES, F. C. 2020. Efeitos da Regularização na Tomografia de Refração. Universidade Federal Fluminense: Dissertação de Mestrado.
- BULHÕES, F.C., ALMEIDA, V.T.X.; CETALE SANTOS, M.A. e SANTOS, L.A. 2019. Efeitos de regularização para tomografia de refração sísmica marinha rasa 2D. Anais do II Simpósio Brasileiro de Geologia e Geofísica Marinha.
- BULHÕES, F. C., FERREIRA, G. D. e CAPARICA JR., J. F. 2018. Impacts of Seismic Velocity Model Calibration for Time-Depth Conversion: A Case Study. Revista Brasileira de Geofísica 36(4). Sociedade Brasileira de Geofísica. ISSN 0102-261X.
- CARBONESI, B. L. 2018. Tomografia de Refração e sua Aplicação na Identificação dos Altos Estruturais do Gráben da Casa de Pedra, RJ. Universidade Federal Fluminense: Projeto Final II em Geofísica apresentado como exigência para obtenção do título de Bacharel em Geofísica.
- CAVACUNDO, O. B. M. D. 2015. Tomografia de Refração Sísmica e de Resistividade Elétrica Aplicadas à Estimativa e Caracterização de Volumes de Sedimentos Contaminados por Metais Pesados. O Caso do Córrego Consciência. Universidade e Évora: Dissertação de Mestrado.
- CLAERBOUT, J. F., MUIR, F. 1973. Robust modeling with erratic data. Geophysics, Society of Exploration Geophysicists 38(5), p. 826–844.
- DENISOV, A. M., KRYLOV, A.S. e SIBANOV, V. N. 2006. Second Order Tikhonov Regularization Method for Image Filtering. Anais do International Conference Graphicon 2006. Novosibirsk Akademgorodok. Russia. Disponível em <http://www.graphicon.ru>
- HADAMARD, J. 1902. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. Princeton University Bulletin. [S.l.: s.n.] pp. 49–52
- LI, S.Z., JAIN, A. L2 norm. 2009 In: Encyclopedia of Biometrics. Springer, Boston, MA. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-73003-5\\_1070](https://doi.org/10.1007/978-0-387-73003-5_1070)
- LINES, L. e NEWRICK, R. 2004. Fundamentals of Geophysical Interpretation. Society of Exploration Geophysicists. Primeira edição. 288 p. ISSN 978-1-56080-125-2. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1190/1.9781560801726>.
- MARSHALL, S. T. 2014. Introduction to Geophysics. Department of Geological and Environmental Sciences Appalachian State University. Disponível em <https://www.appstate.edu/~marshallst/GLY3160/>
- MENKE, W. 1989. Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. Edição revista. [S.l.]: Academic Press Elsevier. 289 p.
- PODVIN, P. e LECOMTE, I. 1991. Finite difference computation of travel times in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools. Geophysical Journal International. 105, p. 271–284.
- MAUL, A., FEILHABER, M. e GONÇALVES, P.A. 2005. Modelagem Geológica de Velocidades Sísmicas Utilizando o GoCad. Material Interno Petrobras.
- MUNIZ, W. B. Um Problema Inverso em Condução do Calor utilizando Métodos de Regularização. 1999. 79 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Instituto de Matemática - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.
- SHERIFF, R. E. 1995. Exploration Seismology. Segunda edição. Nova York, EUA: Cambridge University Press. 628 p.
- TEIMOORNEGA, K., POROOHAN, N. 2010. The Application of Discrete Tikhonov Regularization Inverse Problem in Seismic Tomography. Water & Geoscience. Anais do 4th IASME/WSEAS International Conference on GEOLOGY and SEISMOLOGY. University of Cambridge, UK February 23–25, 2010.
- TELFORD, W. M., GELDART, L. P. e SHERIFF, R. E. 1995. Applied Geophysics. Segunda edição. Nova York, EUA: Cambridge University Press. 1990. 792p.
- TIKHONOV, A. N. e V. Y. ARSENIN, V. Y. Solutions of Ill-Posed Problems, 1977, New York, Winston.
- VELHO, H. F. C. 2008. Introdução aos Problemas Inversos: Aplicações em Pesquisa Espacial. Escola de verão em Computação Aplicada – LAC-INPE 2008. Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.
- WOODWARD, M., NICHOLS, D., ZDRAVEVA, O., WHITFIELD, P. e JOHNS, T. 2008. A decade of tomography. Geophysics. Society of Exploration Geophysicists 73(5). ISSN 0016-8033. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1190/1.2969907>.
- YILMAZ, O. 2001. Seismic data analysis. In: Society of Exploration Geophysicists.
- ZHANG, J. e TOKSÖZ, M. 1998. Nonlinear refraction travel time tomography. Geophysics. Society of Exploration Geophysicists, 63(5), p. 1726–1737, set. 1998. ISSN 0016-8033. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1190/1.1444468>.
- ZHDANOV, M. S. 2003. Tutorial: Regularization in inversion theory: CWP Report: Colorado School of Mines, 136, 47.