

## ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS DA TEMPERATURA DO AR E UMIDADE RELATIVA EM CUIABÁ ATRAVÉS DO MÉTODO DE ANÁLISE DE ESPECTRO SINGULAR

FERREIRA, Hozana Silva – hzsilva@hotmail.com  
Universidade Federal de Mato Grosso – (UFMT) Cuiabá – MT

PAULO, Sérgio Roberto de – sergioufmt@gmail.com  
Universidade Federal de Mato Grosso – (UFMT) Cuiabá – MT

PAULO, Iramaia Jorge Cabral de – iramaiaj@gmail.com  
Universidade Federal de Mato Grosso – (UFMT) Cuiabá – MT

SANTOS, Anna Carolinna Albino – anna.agro\_annilorac@hotmail.com  
Universidade Federal de Mato Grosso – (UFMT) Cuiabá – MT

GOMES, Raphael de Souza Rosa – raphael@ic.ufmt.br  
Universidade Federal de Mato Grosso – (UFMT) Cuiabá – MT

**RESUMO:** Nos últimos anos o método de Análise de Espectro Singular (SSA- Singular Spectrum Analysis) tem sido utilizado como uma técnica na análise de séries temporais de dados meteorológicos e climáticos, possibilitando extrair informações úteis a partir de séries temporais estudadas. Nessa pesquisa, essa técnica foi utilizada no estudo das variáveis de temperatura do ar e umidade relativa em Cuiabá dos anos de 2000 a 2013, utilizando dados fornecidos pelo Instituto Nacional de Meteorologia (INMET). O foco principal do estudo foi extrair informações sobre as tendências e efeitos sazonais das séries temporais. A ação conjunta desses dois fatores é particularmente evidente no caso da temperatura, que apresenta, comumente, dois máximos anuais.

**PALAVRA-CHAVE:** Séries temporais. Temperatura. Umidade. Variáveis meteorológicas.

*ANALYSIS OF TIME SERIES OF AIR TEMPERATURE AND RELATIVE HUMIDITY IN CUIABÁ THROUGH THE METHOD OF ANALYSIS OF SINGULAR SPECTRUM*

**ABSTRACT:** In recent years the Singular Spectrum Analysis method (SSA- Singular Spectrum Analysis) has been used as a technique in analyzing time of meteorological and climate data series, making it possible to extract useful information from the studied time series. In this research, this technique was used in the study of air temperature and humidity variables in Cuiabá the years 2000 to 2013, using data provided by the National Institute of Meteorology (INMET). The main focus of the study was to extract information on trends and seasonally adjusted time series. The joint action of these two factors is particularly evident in the case of temperature, which presents, usually two annual maximum.

**KEY-WORD:** Time series. Temperature. Humidity. Meteorological variables.

### 1. INTRODUÇÃO

A análise de séries temporais de uma variável estudada permite identificar padrões não aleatórios como as temperaturas máximas e mínimas diárias de uma cidade e os efeitos extremos de umidade relativa, mesmo quando combinados com outras variáveis meteorológicas, determinando a influência que exerceram no passado e que pode continuar no futuro. Segundo Ghil *et al.* (2002), séries temporais possuem informação sobre a tendência e oscilações dos valores da variável estudada. Um conjunto de observações dispostas em ordem cronológica e que sua característica mais importante é auto correlação provocada pela relação de dependência das adjacentes é interpretada como uma série temporal (BOX e PIERCE, 1970) ; (BOX e JENKINS, 1976).

Existem dois critérios para análise de séries temporais. O critério no domínio do tempo tem sua origem na teoria clássica da correlação (MORETTIN e TOLOI, 2006). Segundo Pollock (1999) o critério no domínio da frequência, ou de análise espectral, é uma extensão da análise de Fourier, considerando um intervalo de tempo finito, onde qualquer função analítica pode ser aproximada, em grau de precisão desejado, por funções seno e cosseno. A análise espectral introduzida por Broomhead e King (1986a, 1986b) é uma alternativa para extrair informação, através da decomposição da série em uma soma de três componentes independentes, não correlacionadas (FAN e YAO, 2003).

A primeira componente, chamada de tendência, contém informação sobre mudanças de longo prazo no nível médio da série. A segunda, chamada de componente periódica (harmônicos), contém informação sobre eventos que se repetem regularmente em um intervalo de tempo. A terceira componente chamada de ruído representa todos os aspectos considerados desnecessários para descrever a variação da série. A Análise de Espectro Singular do acrônimo em inglês *Singular Spectrum Analysis* (SSA) resulta da decomposição espectral de uma matriz em um conjunto (espectro) de autovalores.

De acordo com Elsner e Tsonis (1996), o termo sinal é atribuído às componentes de tendência e periódicas. A SSA incorpora elementos da análise clássica de séries temporais, estatísticas multivariadas, geometria multivariada, dinâmica de sistemas e processamento de sinal. Ainda que muitos elementos estatísticos e probabilísticos estejam presentes na fundamentação do método, não há suposições estatísticas e nenhum modelo paramétrico é utilizado para estimar as componentes de tendência, harmônicos e ruídos.

Este estudo mostra como o método SSA pode ser aplicado para extrair informação sobre a tendência e efeitos sazonais de séries temporais de temperatura do ar e umidade relativa. O estudo foi realizado com dados do Instituto Nacional de Meteorologia localizada em Cuiabá Mato Grosso.

## **2. MATERIAL E METÓDOS**

### **2.1 Inmet**

Conforme descrito na página <http://www.inmet.gov.br> do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), o objetivo desse órgão do ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento é prover informações meteorológicas à sociedade brasileira e influir construtivamente no processo de tomada de decisão, contribuindo para o desenvolvimento sustentável do país. Esta missão é alcançada por meio de monitoramento, análise e previsão de tempo e de clima, que fundamentam em pesquisa aplicada, trabalho em parceria e, compartilhamento do conhecimento, com ênfase em resultados práticos e confiáveis.

Os dados coletados por essa rede são disseminados, de forma democrática e gratuita, em tempo real, na página <http://www.inmet.gov.br>. Para este trabalho, foram obtidos dados de Temperatura do Ar e Umidade Relativa dos anos de 2000 a 2013.

### **2.2 Método de Análise de Espectro Singular (SSA)**

Segundo Elsner e Tsonis (1996), o termo *singular spectrum* tem origem na decomposição espectral de uma matriz  $X$  em seu conjunto de autovalores  $\lambda$ , conjunto este identificado por "spectrum". Já o termo singular remete a matriz

singular ( $\mathbf{X}-\lambda\mathbf{I}$ ), ou seja, a matriz que permite o cálculo dos autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores associados.

A técnica SSA fundamenta-se em dois estágios complementares. O primeiro estágio decompõe a série original, enquanto que o segundo estágio reconstrói a série. Segundo Golyandina et al., (2001) e Hassani (2007), o primeiro estágio inclui a inserção da série num espaço vetorial (*embedding*) e a decomposição em valores singulares (*Singular Value Decomposition* - SVD), enquanto o segundo estágio compreende o agrupamento dos autovetores e a diagonalização.

### 2.3 Embedding

Considera-se a análise de um série temporal  $f_n = (f_0, \dots, f_{N-1})$  de tamanho  $N$ , com o comprimento da janela  $L$ , ou seja, um subconjunto de  $f_n$  de tamanho  $L$ . Este parâmetro pode ser considerado como o único parâmetro do estágio da decomposição e representa a quantidade de componentes em que a série é decomposta. Sendo que  $1 < L < N$ , a etapa de inserção transforma a série original em uma sequência de vetores defasados no tempo de dimensão  $L$   $\{X_i\}^k$  onde  $k$  varia entre 0 e  $K$ , onde  $K = N-L+1$ . Embora a escolha de  $L$  seja arbitrária, normalmente tem-se adotado valores próximos de um décimo do número total de dados,  $N$  (Ghil, et al., 2002). Então, pode-se definir o seguinte vetor:

$$X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2}) \tag{1}$$

Com a condição  $1 \leq i \leq K$ . A matriz trajetória da série  $F_N$  é formada pelos vetores defasados:

$$X = [X_1 \dots X_k] \tag{2}$$

Assim, a matriz trajetória pode ser expressa como:

$$X = (x_{ij})^{L,K} \begin{bmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Dessa forma, os elementos  $x_{ij} = f_{i+j-2}$  da matriz  $X$ , tem valores iguais nas diagonais onde  $i + j$  é constante.

### 2.4 SVD

A decomposição do valor singular (SVD) é realizada com a decomposição da matriz trajetória  $\mathbf{X}$  em seus valores singulares. Seja  $\mathbf{S}$  o produto entre a matriz trajetória e a sua transposta,  $\mathbf{S} = \mathbf{X} \mathbf{X}^T$ , de dimensão  $L \times L$ . Representado por  $\lambda_1, \dots, \lambda_L$  os autovalores de  $\mathbf{S}$ , em ordem decrescente de magnitude ( $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ ) e por  $U_1, \dots, U_L$  os correspondentes autovetores, o resultado da decomposição em valores singulares da matriz trajetória  $\mathbf{X}$  pode ser escrita como:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 + \dots + \mathbf{X}_d] \quad (4)$$

Sendo a quantidade de autovalores diferentes de zero e  $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$ . Os vetores  $U_i$  e  $V_i$  são identificados como vetores singulares da matriz  $\mathbf{X}$ .

## 2.5 Componentes principais

Uma vez definidos os autovalores,  $\lambda_i$ , e os autovetores,  $U_i$ , é possível encontrar as componentes principais,  $A_k$ , da série temporal original. As componentes principais representam as principais tendências da série. Cada uma dessas componentes representa uma tendência independente (ortogonal) da série. Contudo, as tendências consideradas mais importantes (ou seja, as principais) são aquelas que correspondem aos maiores valores de  $\lambda_i$ . As componentes principais podem ser calculadas por meio da seguinte expressão (Ghil *et al.*, 2002):

$$A_k(t) = \sum_{j=1}^L X(t+j-1)U_k(j) \quad (5)$$

## 2.6 Reconstituição da série original

A série original,  $X_i$ , pode ser reconstituída, a partir das componentes principais da seguinte forma (Ghil *et al.*, 2002):

$$R_K(t) = \frac{1}{M_t} \sum_{k \in K} \sum_{j=L_t}^{U_t} A_k(t-j+1)U_k(j) \quad (6)$$

Onde, o trio de parâmetros ( $M_t$ ,  $L_t$ ,  $U_t$ ) tem valores diferentes ao longo da série para se levar em conta "efeitos de borda", ou seja, problemas relacionados ao fato da série ser finita:

$$(M_t, L_t, U_t) = (1/t, 1, t), \text{ para } 1 \leq t \leq L - 1$$

$$(M_t, L_t, U_t) = (1/L, 1, L), \text{ para } L \leq t \leq N'$$

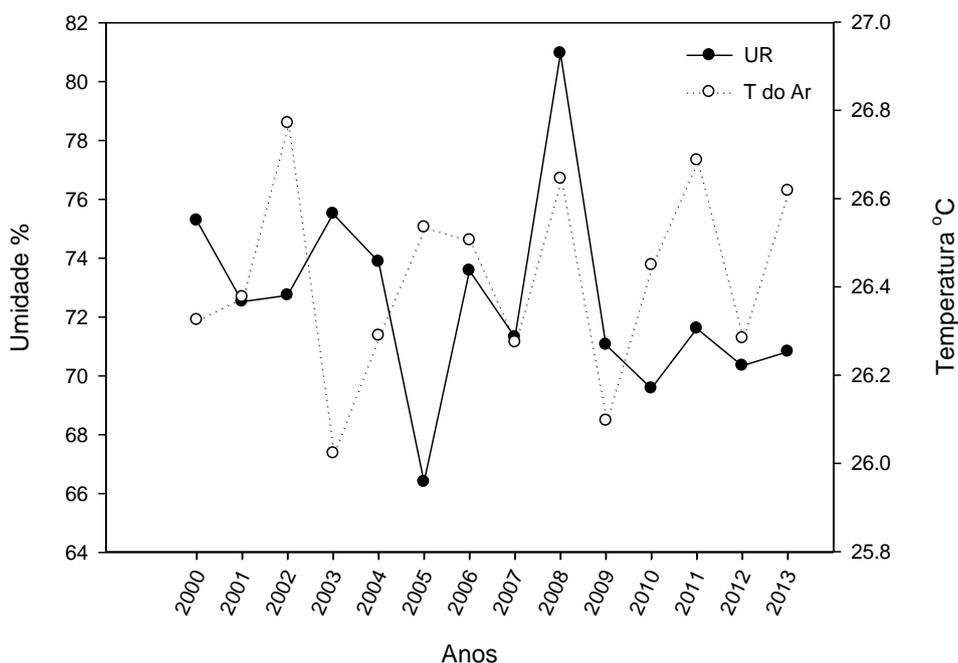
$$(M_t, L_t, U_t) = \left( \frac{1}{N-t+1}, t - N + L, L \right), \text{ para } N'+1 \leq t \leq N,$$

Onde  $N' = N - L + 1$ .

Obviamente,  $R_k(t)$  deve descrever os aspectos básicos da série original  $X(t)$ , para que o método possa ser considerado válido.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 1 mostra a série temporal de temperatura do ar e umidade relativa de Cuiabá, no período anual de 2000 a 2013 com 4338 observações para a temperatura e 4490 observações para a umidade. A umidade relativa é influenciada fortemente pela temperatura, de modo que o aumento da temperatura favorece a diminuição da umidade relativa (SILVA, 2014).

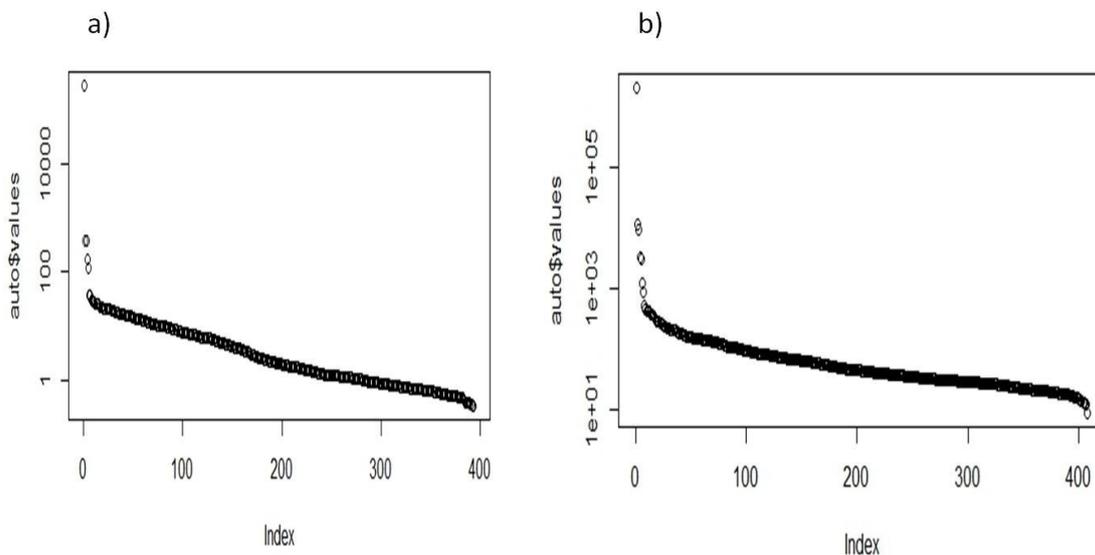


**Figura 1** – Média Anual da Série Temporal da Temperatura do Ar e Umidade Relativa.

A maior média anual temperatura do ar ocorreu no ano de 2002 com 26.7°C, e a maior umidade relativa no ano de 2008, aproximadamente 81%. No entanto, a mínima temperatura ocorreu no ano de 2003, correspondendo a 25.9°C, e o menor percentual da umidade relativa foram em 2005, com 67%.

Portanto, para uma análise minuciosa a série temporal da temperatura e umidade foi decomposta através do método Análise de Espectro Singular (SSA-Singular Spectrum Analysis).

A Figura 2 mostra os gráficos de valores singulares em função dos autovetores resultantes da decomposição da série original, utilizando uma rotina no programa R.



**Figura 2** – Autovalores singulares resultantes da decomposição da série original (L= 408) temperatura do ar (a) e umidade relativa (b).

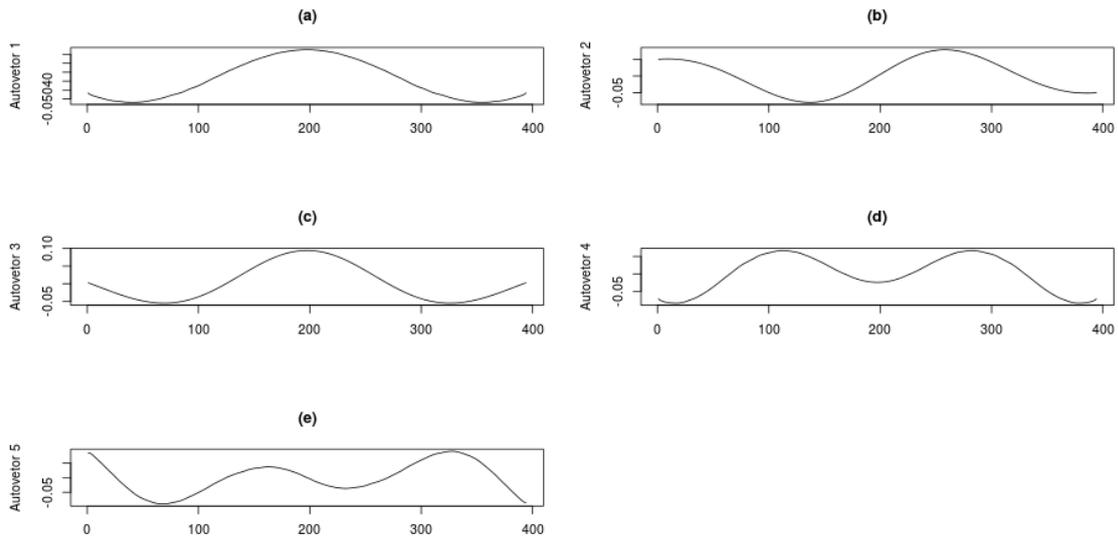
A componente de ruído é definida por uma sequência de autovetores com valores singulares próximos e decrescentes. Segundo Hassani (2007) e Golyandina *et al.* (2001), uma componente periódica é caracterizada por um par de autovetores de mesmo período e valores singulares próximos, enquanto uma componente de tendência é identificada por um autovetor isolado, em geral correspondendo a um alto valor.

### 3.1 Informação sobre a tendência da série

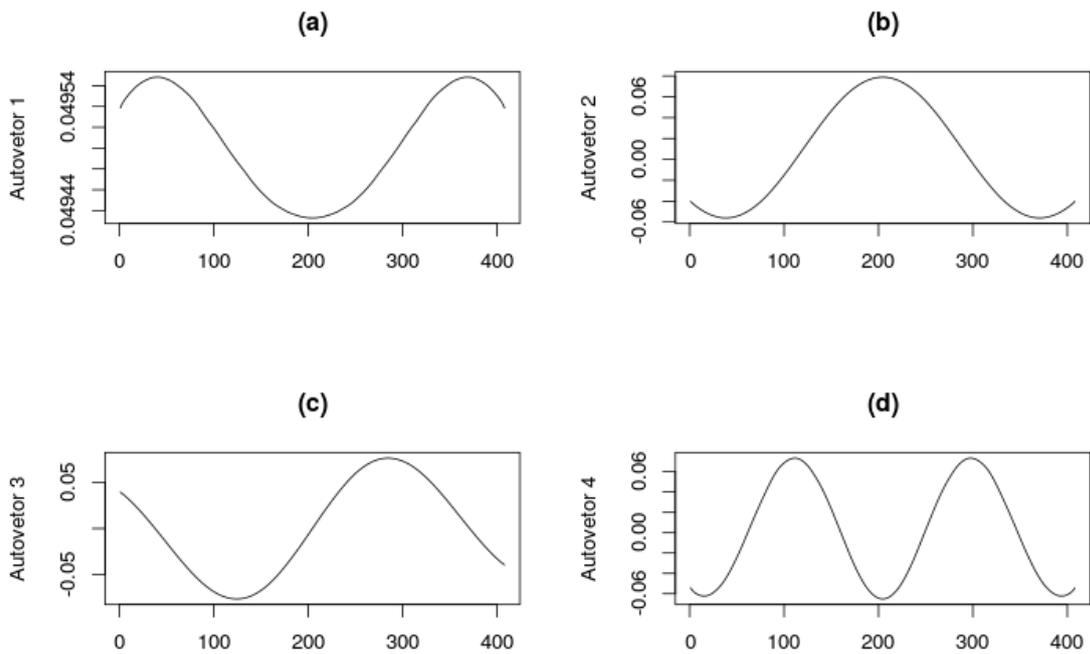
A Figura 2 mostra os autovalores para a temperatura e umidade. Observa-se que, para a primeira variável, quatro autovalores se destacam dos demais, enquanto que para a umidade, seis. Assim, para a reconstituição da série original, foram utilizados os quatro autovetores correspondentes para a temperatura e os seis para a umidade.

Desta maneira, temos que a temperatura e a umidade destacam que o valor singular do autovetor 1 é considerado maior que os valores singulares dos outros autovetores, ou seja, ele não se apresenta dentro de um par de valores semelhantes. Sendo assim, o autovetor 1 não está correlacionado com outros autovetores extraídos das séries. Conseqüentemente, o autovetor 1 contém informação sobre a tendência da série.

Já os autovalores seguintes estão relacionados à componente periódica da série, conforme Hassani (2007) e Golyandina *et al.* (2001). Os autovetores correspondentes são mostrados nas Figuras 3 e 4. Os autovalores de ordem menos importante (index > 6) possivelmente estão relacionados a ruído.

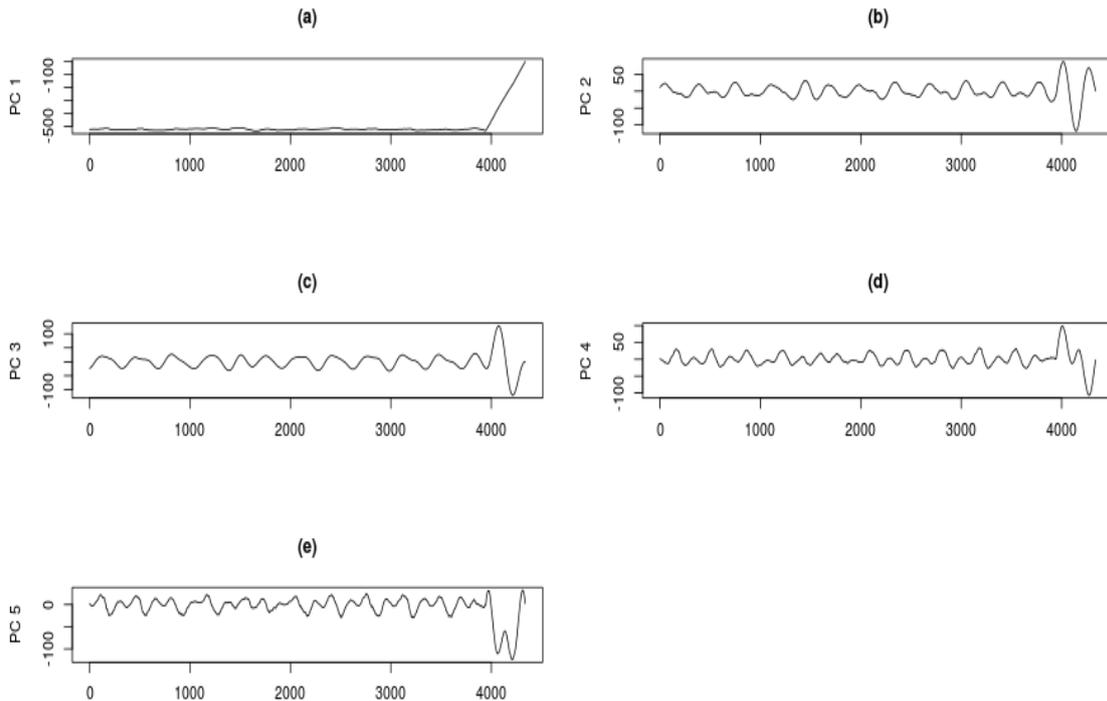


**Figura 3** – Autovetores oriundos da análise SSA da série temperatura do ar.



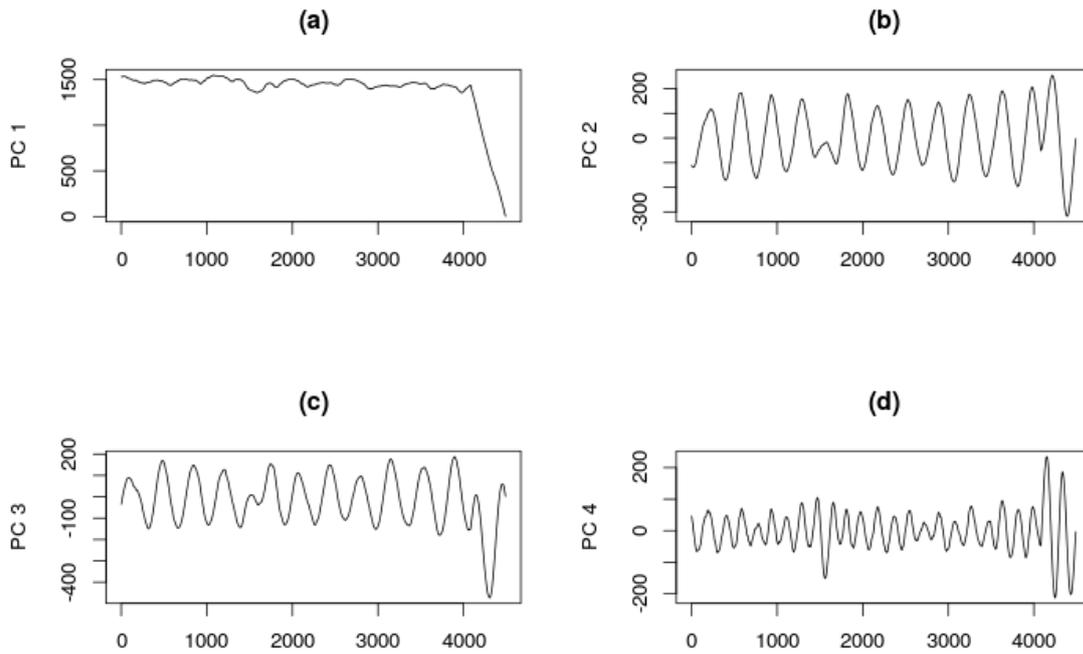
**Figura 4** – Autovetores oriundos da análise SSA da série umidade relativa.

A partir dos autovetores encontrados, calculou-se as componentes principais das séries, que são mostradas nas Figuras 5 e 6.



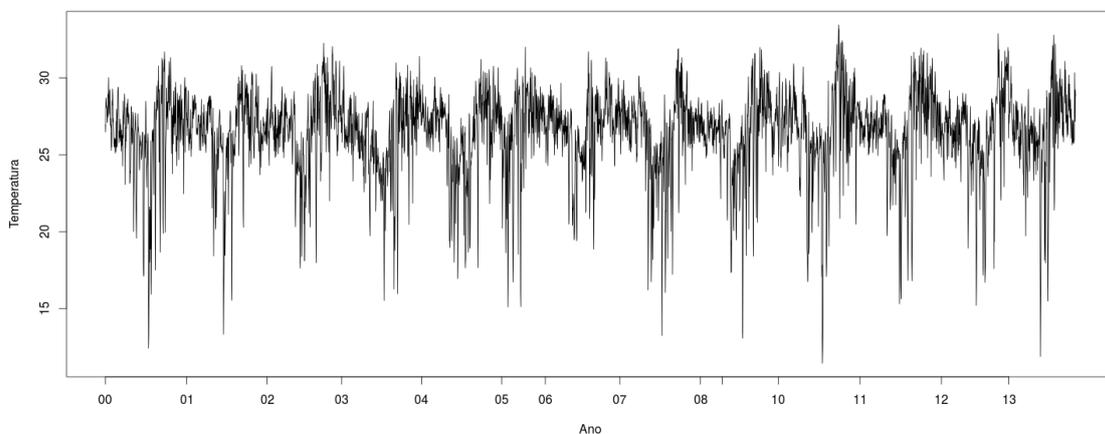
**Figura 5** – Componentes principais da série temperatura do ar

Para todos os gráficos das Figuras 6 e 7, deve-se desconsiderar o comportamento das componentes principais ao final do período estudado – no caso, a partir do 4000º dado, para que os efeitos de borda não sejam levados em conta. Assim, pode-se observar que a componente principal (gráfico (a)) é essencialmente constante, ou seja, não se observa tendência da temperatura ser crescente ou decrescente no período. Quanto às componentes periódicas (gráficos (b) a (e)), é possível identificar um ciclo anual (gráficos (b) e (c)), o que é esperado em função da sazonalidade, mas também a análise revela uma componente com uma periodicidade semianual (gráficos (d) e (e)). Como as componentes principais correspondentes a essas duas frequências têm semelhante intensidade, há que se concluir que ambas são igualmente importantes.



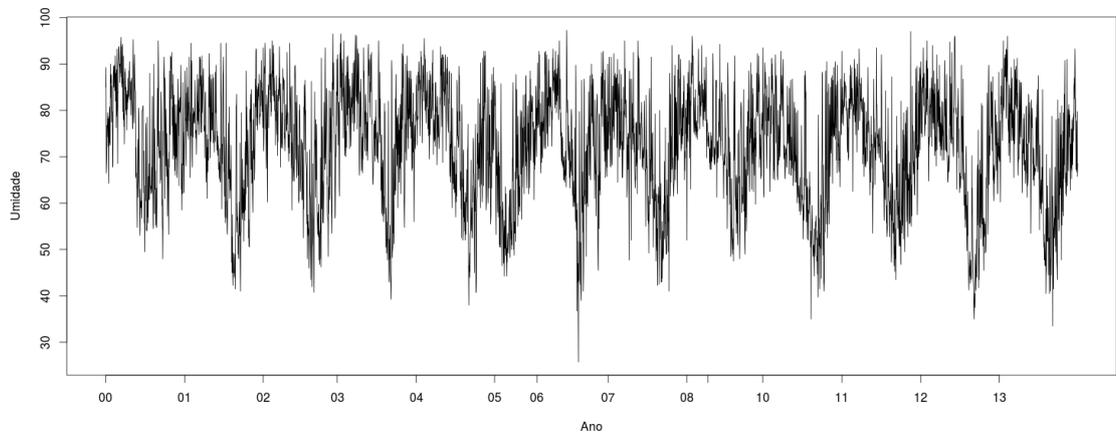
**Figura 6** – Componentes principais da série umidade relativa

Com relação à componente principal da umidade relativa, o gráfico (a) da Figura 6, revela uma tendência constante, com possibilidade de leve crescimento, mas que pode não ser significativo. As componentes periódicas revelam – da mesma forma que para a temperatura, uma tendência anual e uma semianual. Contudo, o que chama a atenção no caso da umidade relativa é que a intensidade das componentes principais periódicas varia significativamente de ano a ano, o que outorga a essa variável um caráter mais complexo que a temperatura.



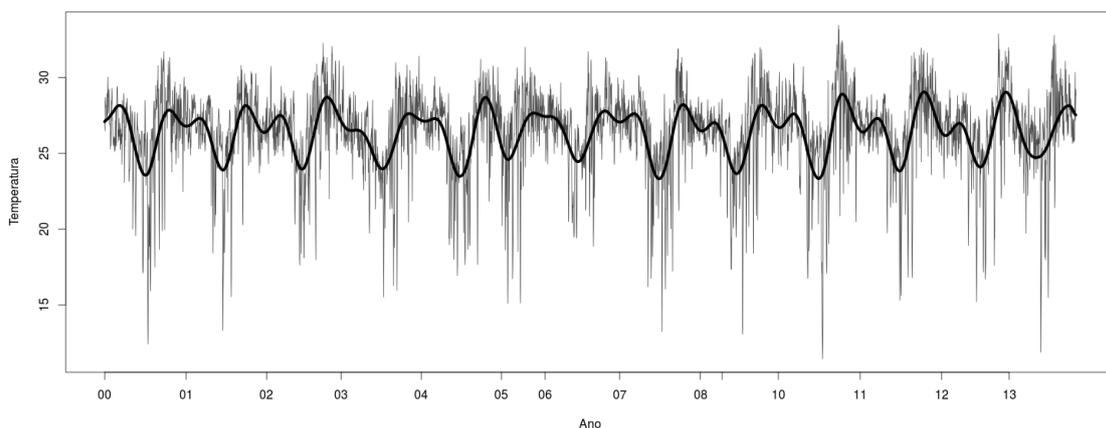
**Figura 7** – Sérieis originais da temperatura do ar

As características da série temporal de temperatura e umidade podem ser facilmente identificadas através do seu gráfico original. A figura 7 representa a temperatura e a figura 8 representa a umidade.



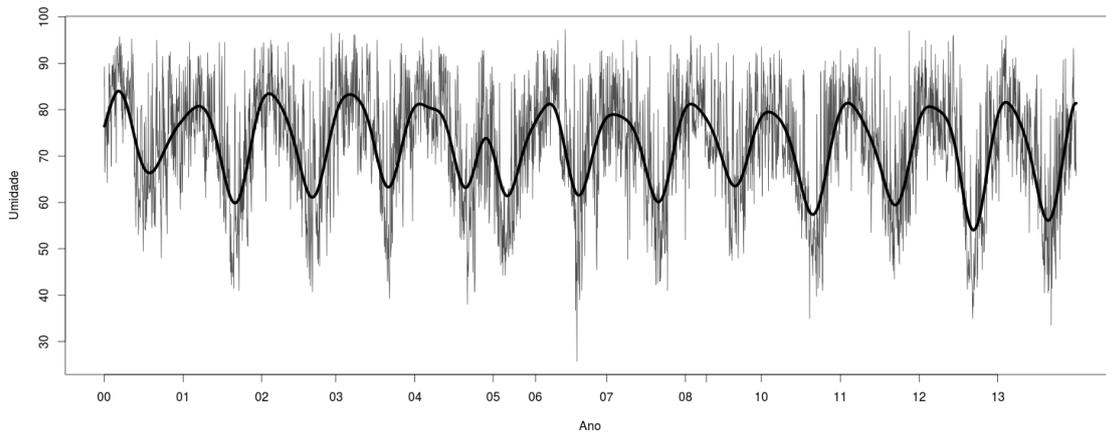
**Figura 8** – Series originais da umidade relativa

A reconstrução da temperatura e umidade feita pela SSA reproduz de forma satisfatória o comportamento periódico de 13 anos. Os maiores valores encontrados na reconstrução das séries foram 29<sup>o</sup> C, para a temperatura, e aproximadamente de 85%, para a umidade. Os menores valores, em torno de 23<sup>o</sup>C e 50%, respectivamente. Contudo, a soma das componentes periódicas anuais e semi-anuais se dá de forma diferente para as duas variáveis estudadas: enquanto que a umidade relativa apresenta somente um único máximo em cada ano, a temperatura, em alguns anos, apresenta-se com dois pontos de máximo.



**Figura 9** – Séries originais e reconstruídas temperatura do ar

De acordo com a Figura 10, os meses da umidade relativa que obtiveram ponto máximo da umidade foram março 2000, dezembro 2002, fevereiro 2003, janeiro 2004, dezembro 2006, dezembro 2008, dezembro 2010, dezembro 2011 e dezembro 2013. Evidentemente, correspondem a meses de período chuvoso.



**Figura 10** – Séries originais e reconstruídas umidade relativa

#### 4. CONCLUSÃO

A análise SSA dos dados estudados revela que o método é capaz de bem representar a tendência geral e periódica dos valores diários de temperatura e umidade, numa escala de anos. Tal análise revela duas principais componentes periódicas para esses dados, uma anual e outra semianual. É comum, para dados ambientais, que cada componente periódica corresponda a uma forçante natural diferente, assim, pode-se inferir que possivelmente dois fenômenos distintos contribuem para o comportamento dessas variáveis. A ação conjunta desses dois fatores é particularmente evidente no caso da temperatura, que apresenta, comumente, dois máximos anuais.

Desta forma, tal comportamento somente seria explicável levando-se em conta dois fatores independentes. De fato, dois fatores – na escala temporal estudada – contribuem majoritariamente para o comportamento dessas variáveis. Um deles é a própria sazonalidade do regime de chuvas da região, que conta com duas estações distintas: a chuvosa e a seca. Outro é simplesmente a alternância entre o ciclo verão/inverno, caracterizada pela chegada de frentes frias no meio do ano – acoplada a alternância na direção do vento – e também a diferença de fluxo de radiação incidente entre o meio e o final/começo de ano (uma diferença em torno de 20%).

Embora esses dois fatores apresentem periodicidade semelhante, eles não atuam da mesma forma: enquanto que a alternância verão/inverno contribua para a inibição da temperatura no meio do ano (com menor incidência de radiação e chegada de frentes frias), as chuvas contribuem para a diminuição da temperatura no final/começo de ano, já que a maior disponibilidade de água na atmosfera implica numa maior absorção de energia na forma de calor latente.

Assim sendo, a ocorrência de dois máximos na temperatura (que, aliás, é evidente na reconstituição promovida pela SSA, mas não é tão evidente nos dados brutos), pode ser explicada pela atuação conjunta dos dois fatores.

## 5. REFERÊNCIAS

BOX, G. E. P. e PIERCE, D. A. (1970) Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive Moving Average Time Series Models. *Journal of the American Statistical Association*. 65, p. 1509-1526.

BOX, G. E. P. e JENKINS, G. M. (1976) *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco Holden-Day, 575p.

BROOMHEAD, D. S. e KING, G. P. (1986a) *Extracting qualitative dynamics from experimental data*. *Physica D*. 20, p. 217-236.

BROOMHEAD, D. S. e KING, G. P. (1986b) *On the qualitative analysis of experimental dynamical systems*. In: SARKAR, S. (Ed.) *Nonlinear Phenomena and Chaos*. Adam Hilger, Bristol. p. 113-144.

ELSNER, J. B. e TSONIS, A. A. (1996) *Singular Spectrum Analysis: A new tool in Time Series Analysis*. Plenum Press, New York and London. 164p.

FAN, J. e YAO, Q. (2003) *Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods*. Springer, New York, INC. 551p.

GHIL, M., ALLEN, M. R., DETTINGER, M. D., IDE, K., KONDRASHOV, D., MANN, M. E., ROBERTSON, A. W., SAUNDERS, A., TYAN Y., VARADI, F. e YIOU, P. (2002) *Advanced spectral methods for climatic time series*, *Review of Geophysics*, 40 (1), p. 1-41.

GOLYANDINA, N., NEKRUTKIN, V. e ZHIGLJAVSKY, A. (2001) *Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques*. Chapman & Hall/CRC, London. 305p.

HASSANI, H. (2007) *Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison*. *Journal of Data Science*. 5, p. 239-257.

Inmet- *Instituto Nacional de Meteorologia* disponível <http://www.inmet.gov.br>

MORETTIN, P. A. e TOLOI, C. M. C. (2006) *Análise de Séries Temporais*. 2ª edição, rev. E ampl. - São Paulo: Edgard Blücher. 538p.

POLLOCK, D. S. G. (1999) *A Handbook of Time-Series Analysis, Signal Processing and Dynamics*. Academic Press, 782p.

SILVA, H. *Análise da Temperatura do Ar Fundamentada na Teoria da Complexidade em Floresta de Transição no Norte de Mato Grosso*. Cuiabá, 2014.93p. Dissertação (Mestrado) - Física Ambiental , Universidade Federal de Mato Grosso.

Texto submetido à RBClimate em 10/12/2015